PROBLEMAS Y CUESTIONES

1. Se desea diseñar una inductancia para un conversor DC-DC. Dicha inductancia deberá tener un determinado valor L y por ella circulará una corriente máxima $i_{L,MAX}$. Se utilizará un material con una densidad de flujo magnético de saturación B_{SAT}, que no podrá superarse. En el núcleo será posible introducir un cierto gap, pero su longitud máxima será $0{,}2\sqrt{A_C}$, siendo A_C la sección del núcleo.

Determine la condición (independiente de la sección de cable utilizada, al haber fijado una restricción a la longitud del gap) que debe verificar el núcleo para garantizar que no se satura.

2. a) ¿Qué fenómenos físicos provocan el calentamiento del núcleo magnético de una inductancia?
b) ¿Y en el bobinado?
c) ¿Cómo afectan las corrientes de torbellino o de Foucault (*eddy currents*) a las pérdidas en el bobinado.

3. Indique y justifique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
a) En un transformador ideal la reluctancia del núcleo es nula.
b) En un transformador ideal la inductancia L del bobinado primario es nula.
c) En un transformador ideal con relación de espiras N_1:N_2 = 1:5 la relación entre las inductancias del bobinado primario y el secundario será: L_{11}:L_{22} = $1{:}5^{1/2}$.
d) La corriente de enterada de un transformador depende exclusivamente de la tensión aplicada en el primario y del valor de la inductancia del primario.

4. Un fabricante especifica para un núcleo E19/8/9 los siguientes parámetros:
l_e = 39,9 mm (longitud efectiva del camino magnético); A_e = 41,3 mm^2 (área o sección efectiva).
Además, fabrica mitades en las que ya se ha incluido un cierto gap.
Para el material 3C81 (μ_r = 5500), una de estas mitades tiene un parámetro A_L = 250 nH (por vuelta).
Determine la permeabilidad magnética efectiva de dicha mitad y la longitud aproximada del gap.

5. ¿Por qué a menor frecuencia se requieren transformadores de mayor tamaño?

6. Se fabrica un transformador con un núcleo E25/16/6 que tiene una longitud magnética l_m = 74,1 mm y una sección A_C = 40 mm^2. El bobinado primario tiene 100 vueltas y el secundario 10 vueltas. Se utiliza como material el 3C81 (μ_r = 5500, B_{SAT} = 320 mT). Los parámetros para determinar la pérdidas son $K = 1{,}30 \times 10^{-6}$; a = 1,56; d = 2,55. (Las unidades son tales que al evaluar la potencia de pérdidas específica $P_{m,sp} = Kf^{\,a}B_{AC}^{d}$, la frecuencia se expresa en kHz, B_{AC} en mT y $P_{m,sp}$ se obtiene en mW/cm^3).
a) Determine la inductancia magnetizante del núcleo.
b) Se aplica una tensión de entrada alterna de 10 V de amplitud: v_1 = 10sen(ωt). Determine la mínima frecuencia de la señal que garantiza que el núcleo no se satura. (Suponga que la densidad de flujo magnético en el núcleo tiene un promedio nulo).
c) Determine el valor máximo que puede alcanzar la corriente magnetizante sin que el núcleo se sature.
d) Determine la potencia total disipada en el núcleo, al aplicar la señal del apartado anterior con una frecuencia de 100 kHz.
e) Determine el valor máximo que alcanzará la corriente magnetizante, aplicando una entrada alterna de 10 V de amplitud a 100 kHz, v_1 = 10sen(ωt). Suponga que la corriente magnetizante tiene un promedio nulo.
f) Se conecta a la salida del transformador una resistencia R_L. Determine la expresión de la corriente de entrada al transformador al aplicar la señal de entrada anterior, en función de R_L.

7. Para el mismo transformador del problema anterior, ahora se aplica al primario una señal de entrada cuadrada entre - 10 V y 10. Indique cómo será la forma de onda de la corriente de entrada al conectar una resistencia a la salida. Suponga ahora que la corriente magnetizante en el instante inicial es nula. (La señal cuadrada empieza en el valor positivo). Encuentre expresiones para la corriente magnetizante y la corriente de entrada total.

8. ¿Qué pasaría si la señal aplicada fuera cuadrada entre 0 y 10 V? ¿Por qué no se puede aplicar una tensión de continua a un transformador?

SOLUCIONES

1. Teniendo en cuenta la Ley de Ampère: $\dfrac{Ni_{L,MAX}}{A_C \sum \Re} \leq B_{SAT}$. Por otro lado $L = \dfrac{N^2}{\sum \Re}$. Al haber una restricción en la reluctancia, buscaremos la condición eliminando de estas ecuaciones el número de espiras. (En el diseño habitual se elimina la reluctancia y se llega a una condición para el número de espiras. En este caso, si se sigue ese procedimiento, el número de espiras así calculado podría llevar a no cumplirse la condición establecida para la longitud del gap al calcular la reluctancia necesaria para alcanzar la L requerida.

Por lo tanto: $A_C \left(\sum \Re\right)^{1/2} \geq \dfrac{L^{1/2} i_{L,MAX}}{B_{SAT}}$.

Considerando que la reluctancia total será la del núcleo más la del gap, y fijando la longitud máxima admisible para el gap se obtiene finalmente:

$$\frac{A_C l_C}{\mu_C} + 0.2 A_C^{3/2} \geq \frac{\mu_0 L i_{L,MAX}^2}{B_{SAT}^2}$$

(A_C = sección del núcleo; l_C = longitud del camino magnético del núcleo, μ_C = permeabilidad relativa del núcleo).

2. a) Básicamente las pérdidas por histéresis y las pérdidas por corrientes de Foucault (*eddy currents*).
b) Calentamiento por efecto Joule asociado a la resistencia del núcleo.
c) Provocan el efecto *skin* que implica un aumento de la resistencia efectiva en alterna frente a la resistencia en DC, ya que en el interior del conductor se genera una corriente opuesta a la que circula.

3. a) Verdadero. Es la condición para que $N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$.
b) Falso. Si la reluctancia es nula, la inductancia es infinita.
c) Falso. La inductancia se relacione con el número de espiras al cuadrado, por lo que la relación sería 1:25.
d) Falso. La corriente magnetizante dependerá efectivamente de la tensión aplicada y de la inductancia del primario (que coincide con la corriente magnetizante). Además, habrá una corriente de entrada adicional en función de la corriente de salida y la relación de vueltas. (Por ejemplo, en un transformador ideal, la corriente magnetizante sería nula y $N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$. i_2 dependería de la tensión de salida y la carga conectada.

4. Utilizando la definición de la reluctancia y su relación con el número de espiras y la inducatncia obtenemos:
μ_e = 192,2 (el fabricante especifica 192).
l_g = 200 µm (el fabricante especifica 220 µm. Téngase en cuenta que, en la práctica, en el gap el flujo magnético no está perfectamente confinado a la sección del núcleo, por lo que el área efectiva del gap es algo mayor, lo cual da lugar a una longitud algo mayor que la obtenida suponiendo que su sección coincide con la del núcleo).

5. La corriente magnetizante alcanzaría valores mayores al aplicarse la tensión durante más tiempo en cada periodo. Para evitarlo, se requiere un valor de la inductancia del primario mayor, lo cual implica una reluctancia menor; es decir, mayor área del núcleo (y a ser posible menor longitud), lo cual implica mayores tamaños.

6. a) $L_M = \dfrac{N_1^2}{\Re} = 373{,}1\,\mu\text{H}$.

b) Partiendo de la ley de Faraday: $v_1 = N_1 \dfrac{d\phi}{dt} = N_1 A_C \dfrac{dB}{dt}$, obtenemos: $B(t) = -\dfrac{v_{1,AMP}}{N_1 A_C \omega}\cos(\omega t) + cte$.

La *cte* es nula si el flujo magnético tiene promedio nulo. En general se determinaría a partir del flujo en el instante inicial.

Imponiendo la condición de que $B(t)$ no supere B_{SAT}, obtenemos $f \geq 12{,}43$ kHz.

c) Expresando la Ley de Ampère en términos de la corriente magnetizante: $N_1\phi = N_1 A_C B = L_M i_M$, teniendo en cuenta que B_{SAT} no puede superarse: $i_{M,Max} = 0{,}343$ A.

Partiendo de este resultado también se podría resolver el apartado anterior, teniendo en cuenta que $v_1 = Z_M i_M = \omega L_M i_M$ (válido para las amplitudes de alterna de las señales).

d) Se puede calcular la amplitud de alterna de la densidad de flujo magnético B_{AC} con las ecuaciones mostradas en el apartado **b**, y por otro lado: $P_m = P_{m,sp} V_C = P_{m,sp} l_m A_C = 60{,}983\ \text{mW}$.

e) Partimos de la ley de Faraday escrita en términos de la corriente y la inductancia magnetizante: $v_1 = L_M \dfrac{di_M}{dt}$. Integrando y considerando nula la constante de integración (para que el promedio de i_M sea nulo), el valor máximo de i_M es su amplitud $i_{M,Max,100kHz} = i_{M,Amp} = 0{,}04266$ A.

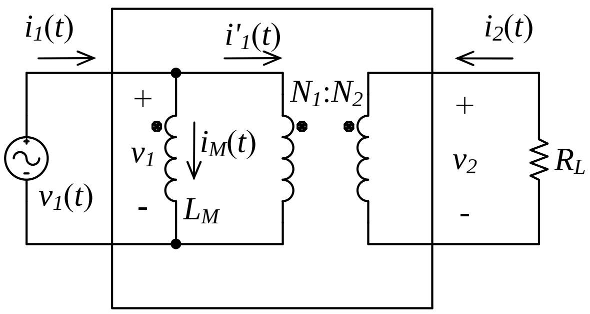
Se podría haber obtenido este resultado partiendo del resultado del apartado **c**, que correspondería a la corriente máxima a 12,43 kHz (teniendo en cuenta el apartado **b**) como: $i_{M,Max,100kHz} = \dfrac{12{,}43}{100} i_{M,MAX,12.43kHz}$.

f) En la figura Sol6f se muestra el circuito equivalente que debe analizarse:

A partir de la ley de Faraday: $i_M = \dfrac{1}{L_M}\int v_1 dt$. Por otro lado: $-i_2 = \dfrac{v_2}{R_L} = \dfrac{N_2 v_1}{N_1 R_L}$.

Entonces: $i_1 = i_M - \dfrac{N_2}{N_1} i_2 = \dfrac{1}{L_M}\int v_1 dt + \dfrac{N_2^2}{N_1^2}\dfrac{v_1}{R_L}$

Transformador



$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \phi\Re \qquad \frac{v_1}{N_1} = \frac{v_2}{N_2}$$

$$N_1 i'_1 = -N_2 i_2$$

$$N_1 i_M = \phi\Re \qquad i_M = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2$$

$$v_1 = L_M \frac{di_M}{dt} \qquad L_M = \frac{N_1^2}{\Re}$$

Fig. Sol6f

7. El esquema es el mismo que en el problema anterior, pero la entrada es cuadrada. Tendremos para $v_1 > 0$: $i_M = \dfrac{v_{1,Amp}}{L_M}(t - t_0) + \text{cte}$; $i'_1 = \dfrac{N_2^2}{N_1^2}\dfrac{v_{1,Amp}}{R_L}$. Para $v_1 < 0$, las mismas expresiones, pero con signo negativo; t_0 representa el inicio de cada semiperiodo. La corriente de entrada es la suma de i_M e i'_1. En la figura Sol7 se muestra la forma de la corriente (asignando una corriente inicial nula a L_M) para $R_L = 1\ \text{k}\Omega$ en verde, para la que i'_1 cambia entre 1 A y - 1 A, y para $R_L \to \infty$ en rojo, equivalente a circuito abierto, con $i'_1 = 0$. Obsérvese que i_M es la misma en los dos casos, ya que solo depende la señal v_1 aplicada y de L_M.

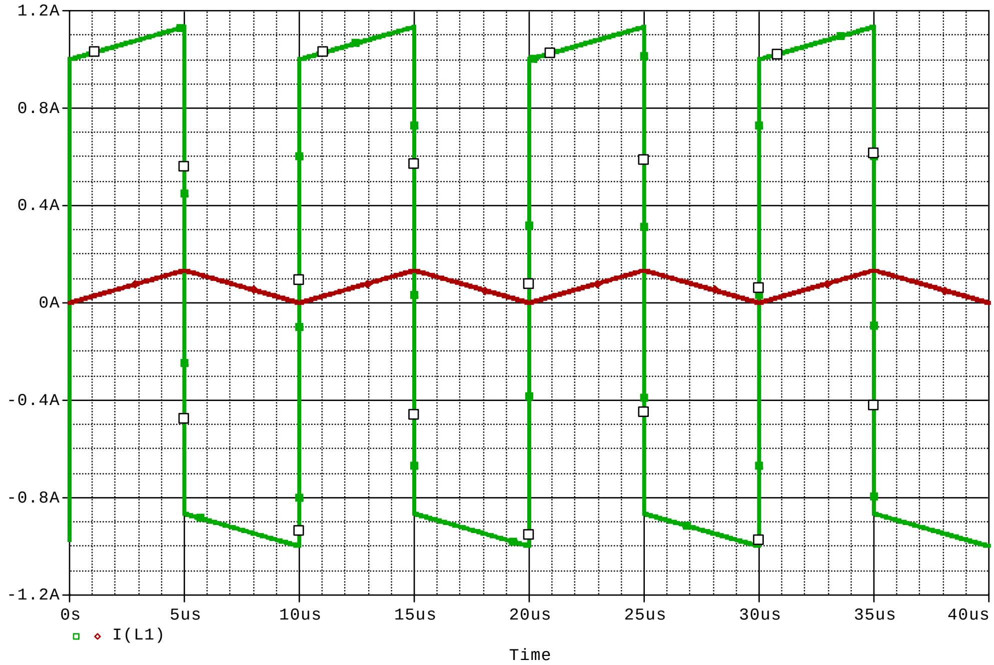


Fig. Sol7. Corriente de entrada total al transformador en el problema 7 (verde para R_L = 1 kΩ; rojo para $R_L \to \infty$ (circuito abierto).

8. El análisis es igual al del problema anterior, pero ahora cuando $v_1 = 0$, i_M permanece constante e $i'_1 = 0$. Esto implica que a medida que transcurra el tiempo i_M crecerá indefinidamente y acabará saturándose el núcleo. La figura Sol8 se muestra la forma de onda de los primeros periodos para R_L = 1 kΩ. Se incluye también la forma de onda de la corriente magnetizante.

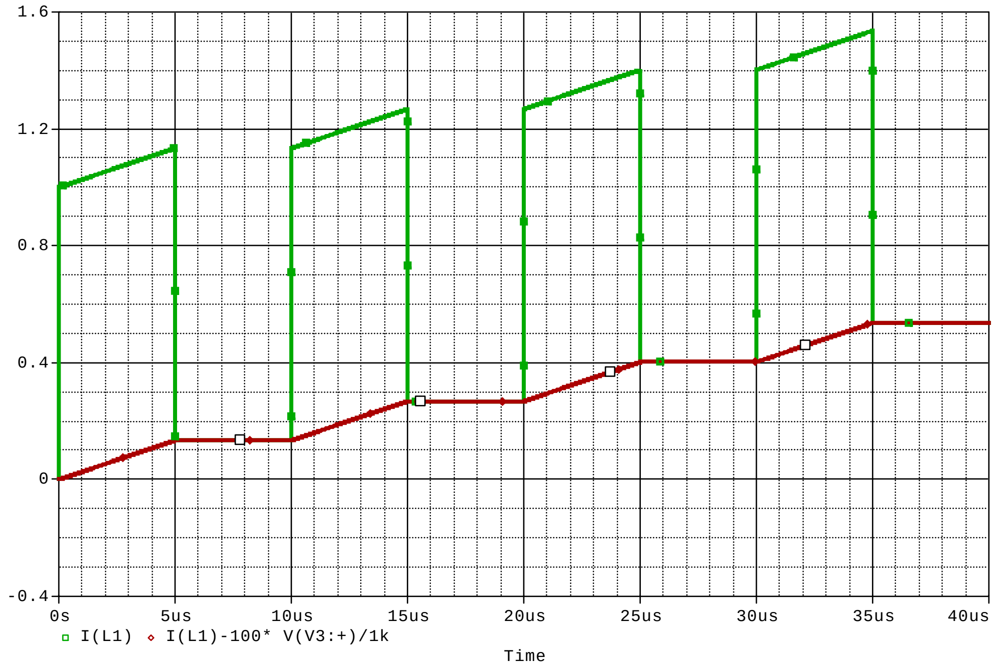


Fig. Sol8. Corriente de entrada total al transformador en el problema 8 (verde) y corriente magnetizante (rojo). En los intervalos en que v_1 = 0 y la corriente magnetizante es constante, la corriente de entrada coincide con la corriente magnetizante, ya que la corriente de salida es nula al ser v_2 = 0 también.