

## *Estadística Aplicada a la Educación*

# Tema 6

Tutor.

**UNED Madrid-Sur (A.U. Parla)**

*Miguel Ángel Daza*

[migdaza@madridsur.uned.es](mailto:migdaza@madridsur.uned.es)

1

- La Estadística en el proceso de investigación pedagógica empírica.

2

- Problema, hipótesis / objetivos, variables y datos. Niveles de medida

4

- Organización de los datos. análisis exploratorio de datos.

5

- Reducción de datos. Medidas descriptivas básicas y representaciones gráficas.

6

- Medidas individuales.

7

- Relación entre variables. Las correlaciones. La regresión.

8

- Aplicaciones de la correlación: fiabilidad y validez de las medida.

9

- Modelos estadísticos y probabilidad. La curva normal de probabilidades.

10

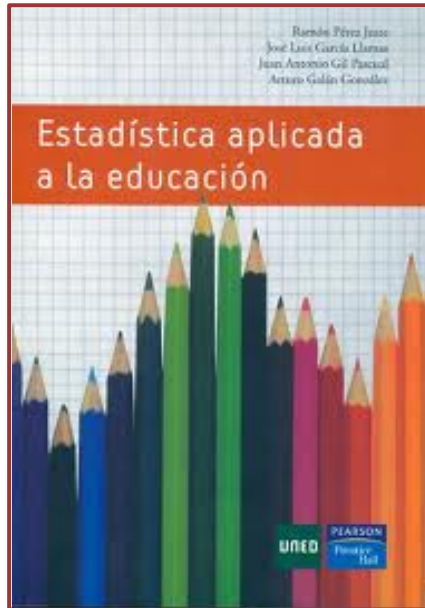
- Los baremos o normas. Muestreo. Aplicaciones.

11

- Estimación de parámetros. Errores de estimación.

12

- Introducción al contraste de hipótesis: la prueba t para el contraste de medias en los diseños de dos grupos.



6.1 Introducción.

6.2 Puntuaciones directas: problemas de interpretación y transformaciones permisibles.

6.2.1 Puntuaciones proporcionales y porcentuales.

6.2.2 Las puntuaciones diferenciales.

6.2.3 Las puntuaciones típicas.

6.2.4 Puntuaciones tipificadas o escalas derivadas.

6.2.5 Las puntuaciones cuantiles.

6.3 Las puntuaciones individuales en la curva normal.

6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

## 6. MEDIDAS INDIVIDUALES.



## PUNTUACIONES INDIVIDUALES Y GRUPALES: BAREMACIÓN

[https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID\\_Grabacion=56840&ID\\_Sala=60422&hashData=46a16ad855dfa63ee8a28bdb6244dc9d](https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID_Grabacion=56840&ID_Sala=60422&hashData=46a16ad855dfa63ee8a28bdb6244dc9d)

[https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID\\_Grabacion=56840&ID\\_Sala=60422&hashData=46a16ad855dfa63ee8a28bdb6244dc9d](https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID_Grabacion=56840&ID_Sala=60422&hashData=46a16ad855dfa63ee8a28bdb6244dc9d)



## LA DISTRIBUCIÓN NORMAL Y SU INTERPRETACIÓN

[VIDEOCLASE: La Distribución Normal y su interpretación.](https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID_Grabacion=56930&ID_Sala=60531&hashData=15e216a761e6a194d32b62aa5804fd0d)

[https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID\\_Grabacion=56930&ID\\_Sala=60531&hashData=15e216a761e6a194d32b62aa5804fd0d](https://www.intecca.uned.es/portalavip/grabacion.php?ID_Grabacion=56930&ID_Sala=60531&hashData=15e216a761e6a194d32b62aa5804fd0d)

## 6.1 Introducción.

Habitualmente la **estadística** se ocupa de **estudiar conjuntos de datos** más que los datos particulares...

...pero en el **campo educativo**, las **puntuaciones individuales de sujetos** concretos son de vital importancia puesto que la persona es el objeto fundamental de la educación

*"El conocimiento de las puntuaciones individuales de cada persona y su correcta interpretación resultan esenciales para la intervención educativa"*

En este tema hablaremos de las **puntuaciones individuales**, de su **interpretación** y de la **necesidad de su transformación**, para su mejor **comprensión**.

## 6.2 Puntuaciones directas: problemas de interpretación y transformaciones permisibles.

Una **puntuación directa** ( $X_i$ ) es la puntuación que obtiene un sujeto al realizar una prueba o aplicarle un instrumento de medida

$$(X_1 = 18)$$

en una prueba de Lengua

**40 preguntas**

$$(X_2 = 18)$$

en una prueba de Matemáticas

**20 preguntas**

¿Son comparables estas 2 puntuaciones directamente? **NO**

Necesitamos **transformar**  $X_1$  y  $X_2$  para poderlas **comparar correctamente**.

## 6.2.1 Puntuaciones proporcionales y porcentuales.

$$\text{Puntuación Proporcional} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de respuestas correctas}}{\text{n}^\circ \text{ total de preguntas}}$$

$$\text{Puntuación Porcentual} = \text{Puntuación Proporcional} \times 100$$

( $X_1 = 18$ ) en una prueba de Lengua **40 preguntas**

$$\text{Puntuación Proporcional} = \frac{18}{40} = 0.45$$

$$\text{Puntuación Porcentual} = 0.45 \times 100 = 45\%$$

( $X_2 = 18$ ) en una prueba de Matemáticas **20 preguntas**

$$\text{Puntuación Proporcional} = \frac{18}{20} = 0.90$$

$$\text{Puntuación Porcentual} = 0.90 \times 100 = 90\%$$

**Limitaciones** de estas puntuaciones: **no sirven para cuestionarios** (no hay respuestas correctas e incorrectas) ni tienen en cuenta el rendimiento del resto del grupo



## 6.2.2 Las puntuaciones diferenciales.

Una **puntuación diferencial** ( $x$ ) es una puntuación individual relativa a la media aritmética del grupo de referencia.

$$x = X_i - \bar{X}$$

( $X_1 = 18$ ) en una prueba de Lengua **40 preguntas**

$$\bar{X} = 23$$

$$x = X_i - \bar{X} = 18 - 23 = -5$$

( $X_2 = 18$ ) en una prueba de Matemáticas **20 preguntas**

$$\bar{X} = 9$$

$$x = X_i - \bar{X} = 18 - 9 = 9$$

*si  $X_i < \bar{X} \rightarrow x$  negativo*

*si  $X_i > \bar{X} \rightarrow x$  positivo*

**Limitaciones** de estas puntuaciones: no permiten hacer comparaciones independientemente de la amplitud de los instrumentos de los que proceden las puntuaciones (p.ej. No es lo mismo  $x = 2$  en una escala de Amplitud,  $A=101$  ó de  $A=11$ )

## 6.2.3 Las puntuaciones típicas.

Una **puntuación típica (z)** indica el número de desviaciones típicas que se desvía una puntuación directa de la media aritmética de su grupo.

$$z = \frac{X_i - \bar{X}}{s}$$

La **media** de las puntuaciones típicas es **igual a 0** y la **desviación típica igual a 1**

( $X_1 = 18$ ) en una prueba de Lengua **40 preguntas**

$$\bar{X} = 23$$

$$s = 5$$

$$z = \frac{X_i - \bar{X}}{s} = \frac{18 - 23}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

( $X_2 = 18$ ) en una prueba de Matemáticas **20 preguntas**

$$\bar{X} = 9$$

$$s = 3$$

$$z = \frac{X_i - \bar{X}}{s} = \frac{18 - 9}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Las **puntuaciones típicas** son **muy utilizadas** porque nos **permiten comparar cualquier puntuación** entre sí, independientemente del instrumento de medida o de la amplitud de la escala utilizada.

## 6.2.4 Puntuaciones tipificadas o escalas derivadas.

Las **puntuaciones tipificadas** consisten en una simple transformación de las puntuaciones típicas, creadas con el ánimo de evitar las puntuaciones decimales y las negativas.

$$T = a \cdot z + b$$

( $X_1 = 18$ ) en una prueba de Lengua **40 preguntas**

$$\bar{X} = 23$$

$$s = 5$$

$$z = \frac{X_i - \bar{X}}{s} = \frac{18 - 23}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$T = 10z + 50 = 10 \cdot (-1) + 50 = 40$$

( $X_2 = 18$ ) en una prueba de Matemáticas **20 preguntas**

$$\bar{X} = 9$$

$$s = 3$$

$$z = \frac{X_i - \bar{X}}{s} = \frac{18 - 9}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$T = 10z + 50 = 10 \cdot (3) + 50 = 80$$

Entre las puntuaciones tipificadas más usadas, se encuentran las siguientes:

$$T = 10z + 50 \quad S = 2z + 5 \quad CI = 15z + 100$$

Entonces, un sujeto con una puntuación directa igual a la media tendrá una puntuación

$T=50$  y una  $S=5$

## 6.2.5 Las puntuaciones cuantiles.

Un **cuantil** indica el porcentaje de sujetos que deja por debajo de sí una puntuación determinada.

Las puntuaciones cuantiles más utilizadas son los **percentiles**, que dividen una distribución de frecuencias en 100 partes. (Por ejemplo,  $P_{85}$  = puntuación directa que deja por debajo de sí al 85% de los sujetos de su grupo)

Otros cuantiles utilizados son los **deciles** (D, diez divisiones) y los **cuartiles** (Q, cuatro divisiones).

$$P_{75} = Q_3$$

$$P_{50} = D_5 = Q_2 = Md$$

Un cuantil es una medida relativa al grupo de referencia. Los percentiles son utilizados para construir los **baremos** de los **tests estandarizados**.

## 6.2.5 Las puntuaciones cuantiles.

## Cálculo por interpolación

Puntuación Directa	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa x 100	Frecuencia Acumulada	Porcentaje Acumulado	Percentil Pc
7	266	26,3	1012	100,0	100
6	131	12,9	746	73,7	74
5	108	10,7	615	60,8	61
4	128	12,6	507	50,1	50
3	107	10,6	379	37,5	37
2	93	9,2	272	26,9	27
1	179	17,7	179	17,7	18
Total	1012	100,0			

$$C_m \rightarrow P_{25}$$

$$C = 25$$

$$N = 1012$$

$$f_i \rightarrow f_2 = 93$$

$$f_{a_{(i-1)}} \rightarrow f_{a_1} = 179$$

$$a_i \rightarrow a_1 = X_2 - X_1 = 2 - 1 = 1$$

$$L_{\text{inf}} = X_2 - 0,5 = 2 - 0,5 = 1,5$$

$P_{25}$  entre  $P_{18}$  y  $P_{27}$

$$P_{25} = 1,5 + \frac{\left(\frac{25}{100} \cdot 1012\right) - 179}{93} \cdot 1 = 1,5 + \frac{253 - 179}{93} = 1,5 + 0,80 = 2,3$$

$$C_m = L_{\text{inf}} + \frac{\left(\frac{C}{100} \cdot N\right) - f_{a_{(i-1)}}}{f_i} \cdot a_i$$

## 6.3 Las puntuaciones individuales en la curva normal.

Polígono de Frecuencias Absolutas

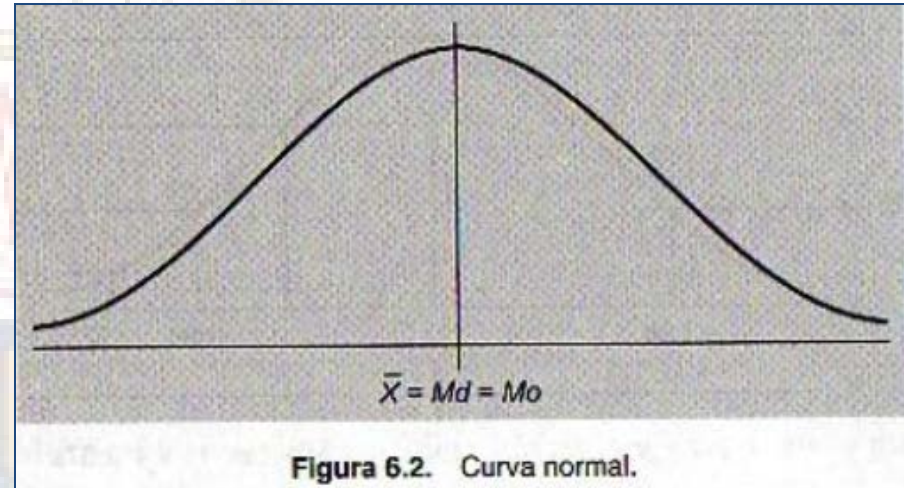
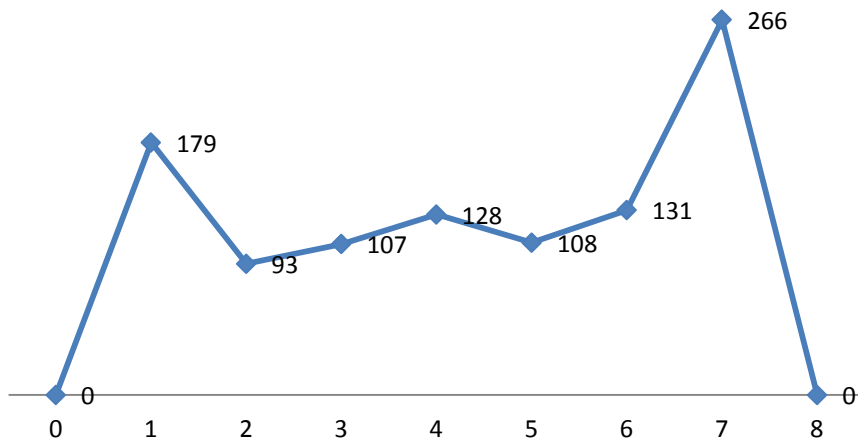


Figura 6.2. Curva normal.

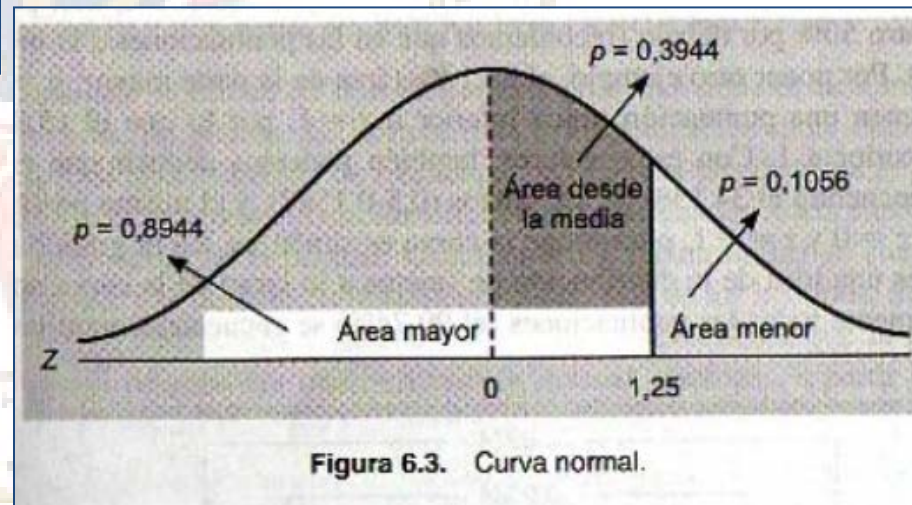
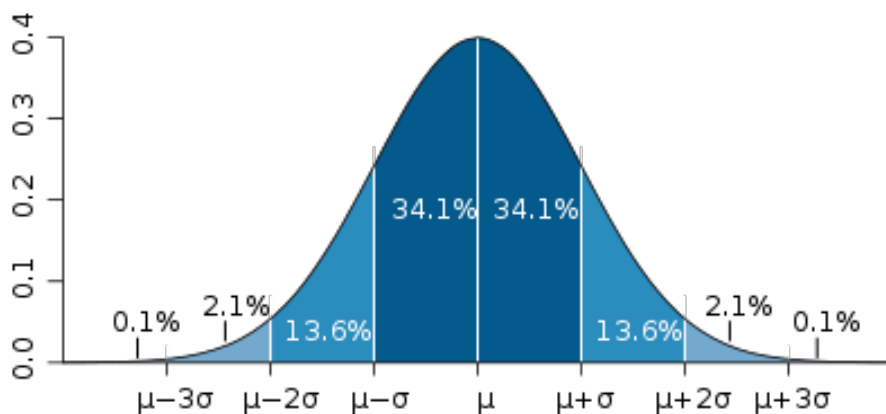


Figura 6.3. Curva normal.



## 6.3 Las puntuaciones individuales en la curva normal.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

COIdent	C4Edad	C8Peso	C9Altura
1	54	78,8	172,8
2	39	77,0	170,6
3	57	66,9	160,5
4	30	66,9	157,0
5	32	77,7	170,1
6	49	61,5	160,6
7	52	78,1	170,4
8	30	77,3	172,5
9	33	78,8	167,0
10	55	77,5	176,3
11	36	67,1	161,8
12	50	79,1	174,5
13	34	61,3	161,1
14	51	70,0	162,9
15	32	79,8	173,7
16	34	78,7	171,5
17	43	77,8	170,0
18	49	77,8	171,3
19	30	78,5	171,3
20	36	78,8	174,6
21	56	70,7	159,5
22	53	68,2	160,9
23	52	66,5	158,9

COIdent	C8Peso	Z
1	78,8	0,83
2	77	0,54
3	66,9	-1,10
4	66,9	-1,10
5	77,7	0,65
6	61,5	-1,97
7	78,1	0,71
8	77,3	0,58
9	78,8	0,83
10	77,5	0,62
11	67,1	-1,06
12	79,1	0,87
13	61,3	-2,00
14	70	-0,60
15	79,8	0,99
16	78,7	0,81
17	77,8	0,66
18	77,8	0,66
19	78,5	0,78
20	78,8	0,83
21	70,7	-0,48
22	68,2	-0,89
23	66,5	-1,16

Media 73,69  
Desv 6,2

COIdent	C8Peso	Z
13	61,3	-2,00
6	61,5	-1,97
23	66,5	-1,16
3	66,9	-1,10
4	66,9	-1,10
11	67,1	-1,06
22	68,2	-0,89
14	70	-0,60
21	70,7	-0,48
2	77	0,54
8	77,3	0,58
10	77,5	0,62
5	77,7	0,65
17	77,8	0,66
18	77,8	0,66
7	78,1	0,71
19	78,5	0,78
16	78,7	0,81
1	78,8	0,83
9	78,8	0,83
20	78,8	0,83
12	79,1	0,87
15	79,8	0,99

Media 73,69  
Desv 6,2

0	0	1	4,3%
1	1	5	21,7%
1	2	3	13,0%
1	3	14	60,9%
1	4	0	0,0%



## 6.3 Las puntuaciones individuales en la curva normal.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

COIdent	C4Edad	C8Peso	C9Altura
1	54	78,8	172,8
2	39	77,0	170,6
3	57	66,9	160,5
4	30	66,9	157,0
5	32	77,7	170,1
6	49	61,5	160,6
7	52	78,1	170,4
8	30	77,3	172,5
9	33	78,8	167,0
10	55	77,5	176,3
11	36	67,1	161,8
12	50	79,1	174,5
13	34	61,3	161,1
14	51	70,0	162,9
15	32	79,8	173,7
16	34	78,7	171,5
17	43	77,8	170,0
18	49	77,8	171,3
19	30	78,5	171,3
20	36	78,8	174,6
21	56	70,7	159,5
22	53	68,2	160,9
23	52	66,5	158,9

COIdent	C9Altura	Z
1	172,8	0,88
2	170,6	0,52
3	160,5	-1,12
4	157	-1,69
5	170,1	0,44
6	160,6	-1,11
7	170,4	0,49
8	172,5	0,83
9	167	-0,06
10	176,3	1,45
11	161,8	-0,91
12	174,5	1,16
13	161,1	-1,02
14	162,9	-0,73
15	173,7	1,03
16	171,5	0,67
17	170	0,43
18	171,3	0,64
19	171,3	0,64
20	174,6	1,18
21	159,5	-1,29
22	160,9	-1,06
23	158,9	-1,38

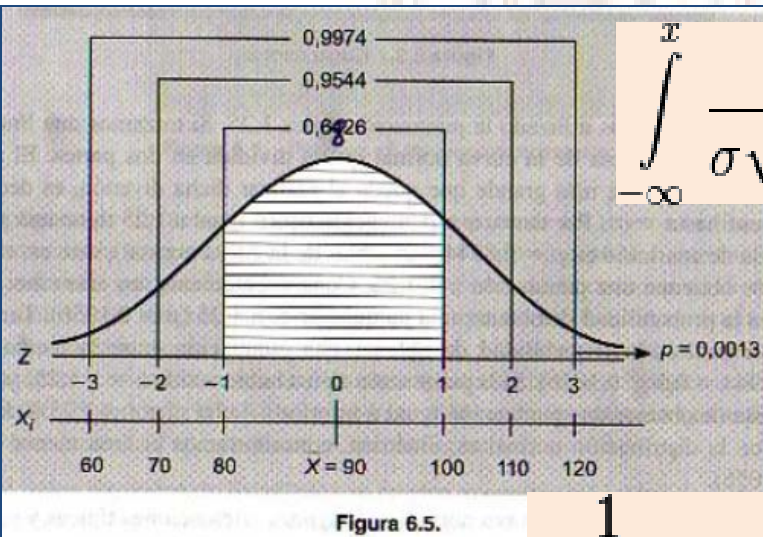
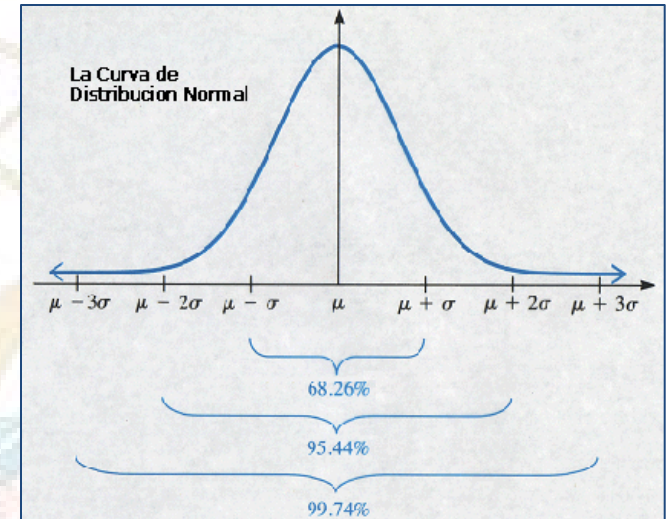
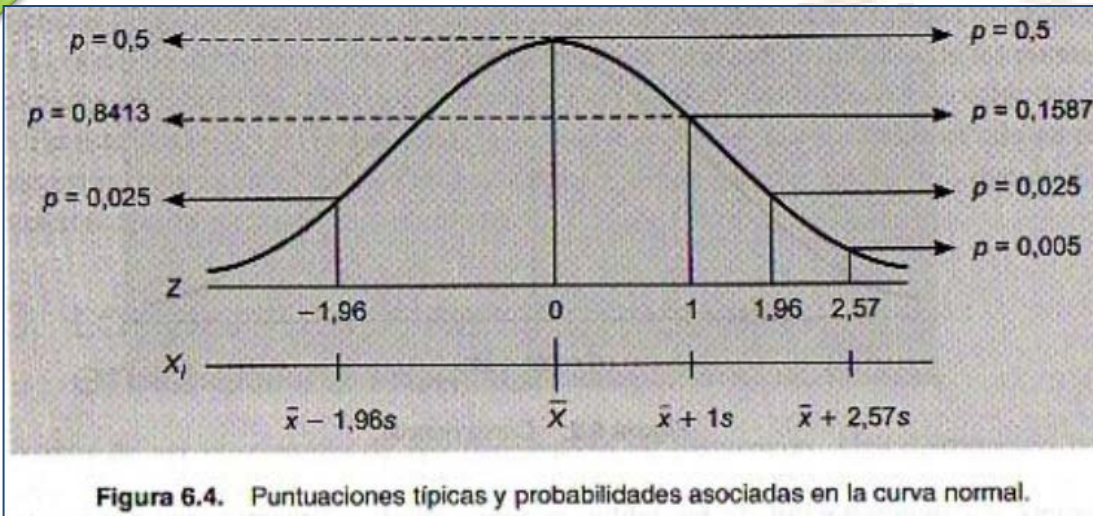
Media 167,38  
Desv 6,1

COIdent	C9Altura	Z
4	157	-1,69
23	158,9	-1,38
21	159,5	-1,29
3	160,5	-1,12
6	160,6	-1,11
22	160,9	-1,06
13	161,1	-1,02
11	161,8	-0,91
14	162,9	-0,73
9	167	-0,06
17	170	0,43
5	170,1	0,44
7	170,4	0,49
2	170,6	0,52
18	171,3	0,64
19	171,3	0,64
16	171,5	0,67
8	172,5	0,83
1	172,8	0,88
15	173,7	1,03
12	174,5	1,16
20	174,6	1,18
10	176,3	1,45

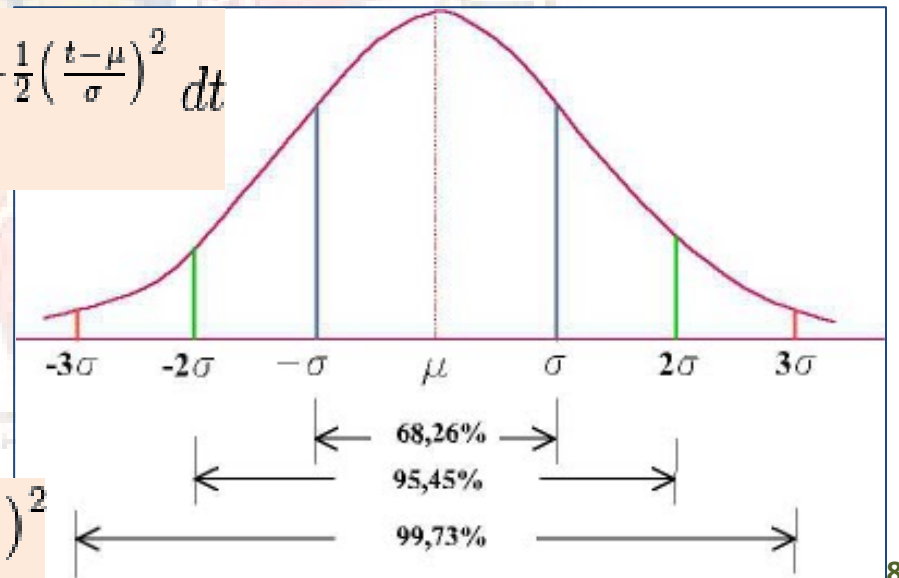
Media 167,38  
Desv 6,1

1	0	0	0,0%
1	1	7	30,4%
1	2	3	13,0%
1	3	9	39,1%
1	4	4	17,4%
1			
1			
1			
2			
2			
2			
3			
3			
3			
3			
3			
3			
3			
3			
3			
3			
4			
4			
4			
4			

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

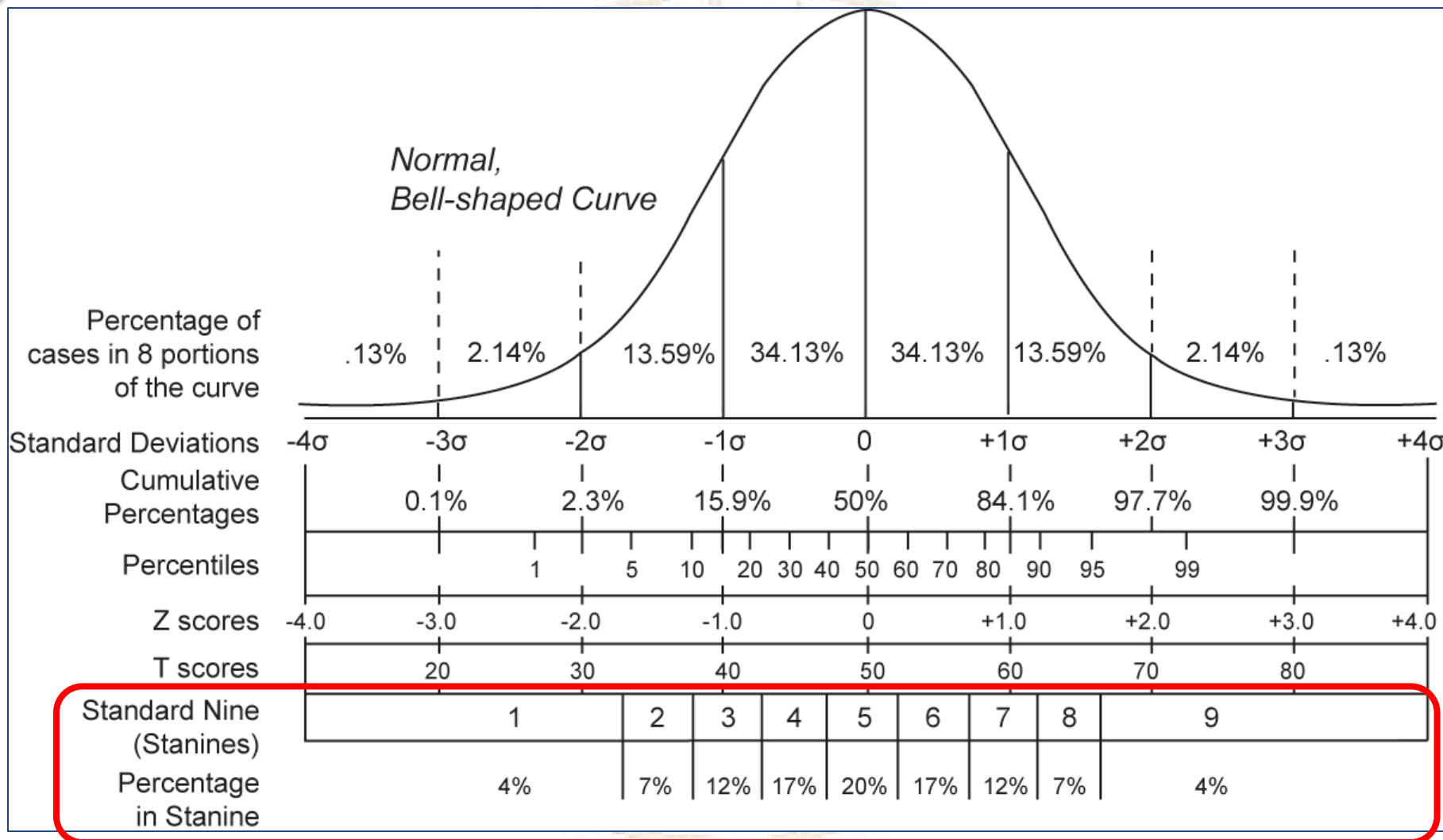


$$\int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$$

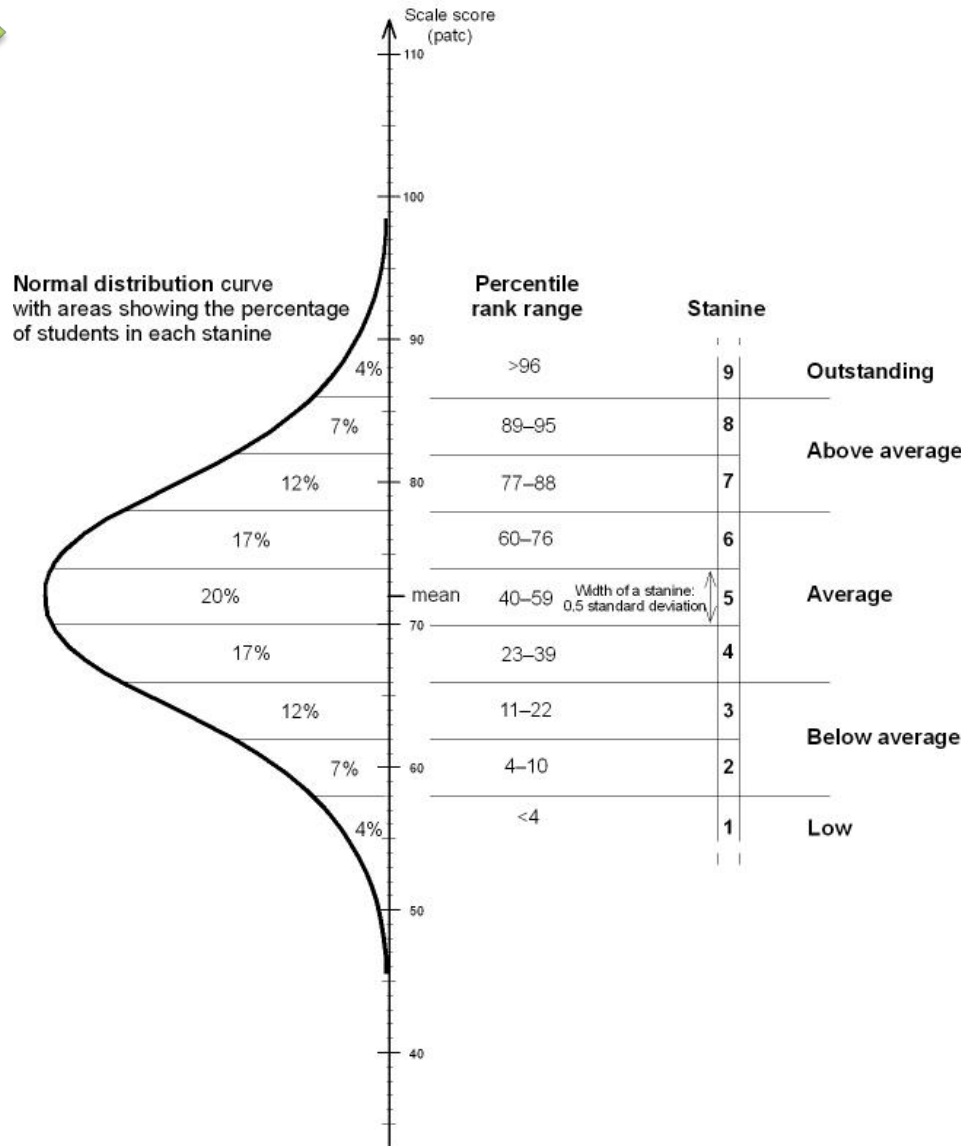


$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.



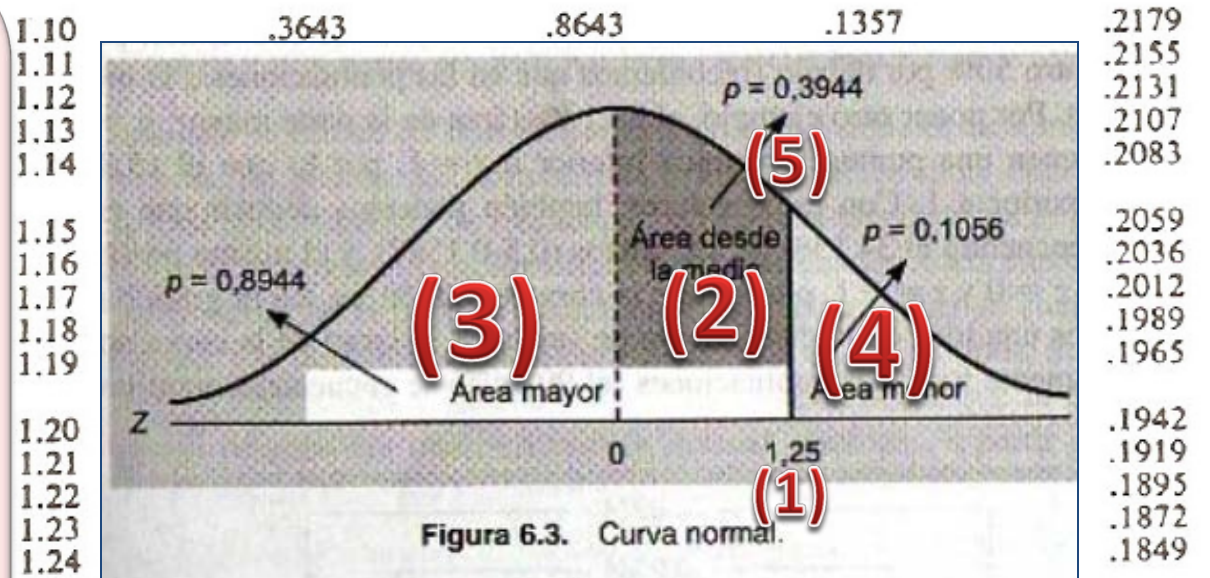
## PAT:Reading Comprehension scale



Stanine (stándard nine) es un método de escalamiento de resultados de las pruebas en una escala estándar de nueve puntos, con una media de cinco y una desviación estándar de dos.

**Estaninos:** La base subyacente para la obtención de los Estaninos (stanines) es una distribución normal a la que se divide en nueve intervalos, cada uno de los cuales tiene una anchura de 0,5 desviaciones estándar excluyendo el primero y el último, que se reparten el resto (las colas de la distribución). La media se encuentra en el centro de la quinto intervalo.

(1) z Puntuación tipificada $\left(\frac{x}{\sigma}\right)$	(2) A Area desde la media a $\frac{x}{\sigma}$	(3) B Area de la parte mayor	(4) C Area de la parte menor	(5) y Ordenada en $\frac{x}{\sigma}$
--	---	--	--	---



(1) 1.25	(2) .3944	(3) .8944	(4) .1056	(5) .1826
1.26	.3962	.8962	.1038	.1804
1.27	.3980	.8980	.1020	.1781
1.28	.3997	.8997	.1003	.1758
1.29	.4015	.9015	.0985	.1736
1.30	.4032	.9032	.0968	.1714
1.31	.4049	.9049	.0951	.1691
1.32	.4066	.9066	.0934	.1669
1.33	.4082	.9082	.0918	.1647
1.34	.4099	.9099	.0901	.1626

$z = 1,25$   
 $A = 0,3944$   
 $B = 0,8944$   
 $C = 0,1056$   
 $B + C = 0,8944 + 0,1056 = 1$   
 $A + C = 0,3944 + 0,1056 = 0,5$

$$A = \frac{B - C}{2} = \frac{0,8944 - 0,1056}{2} = \frac{0,7888}{2} = 0,3944$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

Cuando consideramos una distribución empírica normal, podemos deducir algunas conclusiones basándonos en dicha distribución teórica.

### PEC-1 (2014)

Hemos aplicado un test de matemáticas a una muestra de 800 estudiantes de bachillerato con el fin de Seleccionarles para participar en las Olimpiadas de matemáticas. Analizados los resultados, hemos obtenido una distribución de frecuencias que podemos considerar **normal**. La escala del test es 0-500, siendo la media aritmética de 230 y la desviación típica de 50.

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

Es posible saber el porcentaje de sujetos que deja por encima y por debajo de sí una puntuación individual, o la probabilidad de aparición de una puntuación igual o superior e igual o inferior a una puntuación individual. Para ello basta con consultar las tablas de la normal.

**PEC-1 (2014)**

¿Cuántos estudiantes superaron la puntuación media?...

Seleccione una:

- a. 300
- b. 350
- c. 400

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

Es posible saber el porcentaje de sujetos que deja por encima y por debajo de sí una puntuación individual, o la probabilidad de aparición de una puntuación igual o superior e igual o inferior a una puntuación individual. Para ello basta con consultar las tablas de la normal.

**PEC-1 (2014)**

¿Cuántos estudiantes superaron la puntuación media?...

Seleccione una:

- a. 300
- b. 350
- c. 400

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

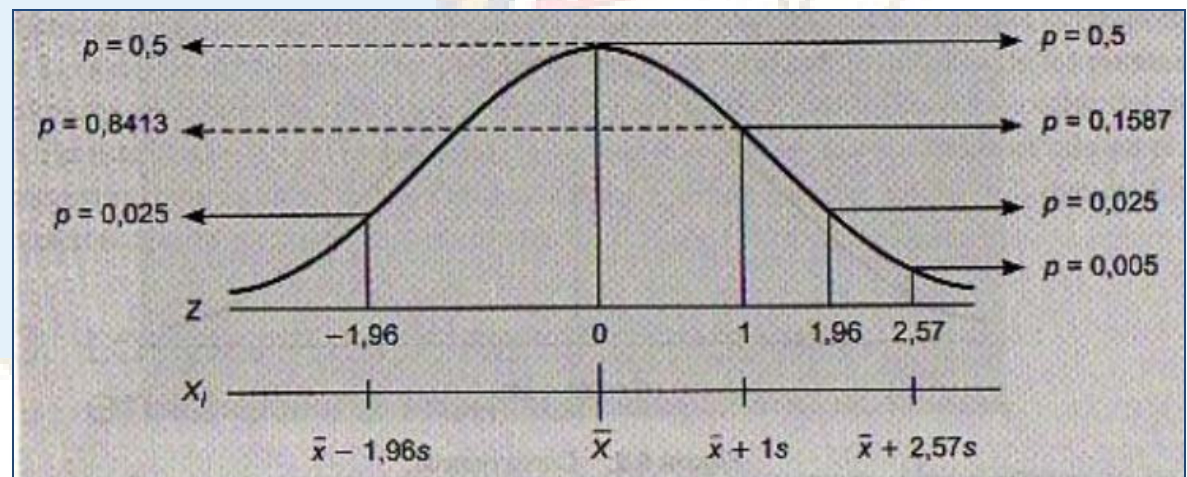


Figura 6.4. Puntuaciones típicas y probabilidades asociadas en la curva normal.



## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En la curva normal (sólo con distribución Normal), existe una correspondencia directa entre las puntuaciones típicas y los percentiles y demás cuantiles. Un percentil indica el porcentaje de sujetos que deja por debajo de sí una puntuación individual determinada. (Dada una puntuación típica basta mirar el área que deja a su izquierda para transformarla en un percentil multiplicar por 100)

**PEC-1 (2014)**

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

¿Qué porcentaje de sujetos obtuvieron una puntuación entre 150 y 200?...

Seleccione una:

- a. 0,2195
- b. 0,3065
- c. 0,625

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En la curva normal (sólo con distribución Normal), existe una correspondencia directa entre las puntuaciones típicas y los percentiles y demás cuantiles. Un percentil indica el porcentaje de sujetos que deja por debajo de sí una puntuación individual determinada. (Dada una puntuación típica basta mirar el área que deja a su izquierda para transformarla en un percentil multiplicar por 100)

**PEC-1 (2014)**

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

¿Qué porcentaje de sujetos obtuvieron una puntuación entre 150 y 200?...

Seleccione una:

- a. 0,2195
- b. 0,3065
- c. 0,625

$$z_{150} = \frac{150 - 230}{50} = -1,6 \rightarrow 0,0548$$

$$z_{200} = \frac{200 - 230}{50} = -0,6 \rightarrow 0,2743$$

$$\Rightarrow 0,2743 - 0,0548 = 0,2195$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En la curva normal (sólo con distribución Normal), existe una correspondencia directa entre las puntuaciones típicas y los percentiles y demás cuantiles. Un percentil indica el porcentaje de sujetos que deja por debajo de sí una puntuación individual determinada. (Dada una puntuación típica basta mirar el área que deja a su izquierda para transformarla en un percentil multiplicar por 100)

**PEC-1 (2014)**

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

¿Qué puntuación directa debe Obtener un sujeto para situarse en el percentil 90?...

Seleccione una:

- a. 294
- b. 350
- c. 792

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En la curva normal (sólo con distribución Normal), existe una correspondencia directa entre las puntuaciones típicas y los percentiles y demás cuantiles. Un percentil indica el porcentaje de sujetos que deja por debajo de sí una puntuación individual determinada. (Dada una puntuación típica basta mirar el área que deja a su izquierda para transformarla en un percentil multiplicar por 100)

PEC-1 (2014)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

¿Qué puntuación directa debe Obtener un sujeto para situarse en el percentil 90?...

Seleccione una:

- a. 294
- b. 350
- c. 792

$$P_{90} = 0,90 \rightarrow z \approx 1,28$$

$$x = \mu + z \cdot \sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 230 + (1,28)50 = 230 + 64 = 294$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En una muestra con distribución normal, sólo tenemos que saber el tamaño de la muestra, su media aritmética y su desviación típica para saber cuantos sujetos se encuentran por encima o por debajo directa o entre dos puntuaciones directas. (Basta multiplicar la probabilidad encontrada por el número de sujetos)

PEC-1 (2014)

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

Si vamos a seleccionar a los 50 mejores estudiantes para las Olimpiadas, ¿cuál será la puntuación directa de corte?...

Seleccione una:

- a. 300
- b. 306,5
- c. 625

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En una muestra con distribución normal, sólo tenemos que saber el tamaño de la muestra, su media aritmética y su desviación típica para saber cuantos sujetos se encuentran por encima o por debajo directa o entre dos puntuaciones directas. (Basta multiplicar la probabilidad encontrada por el número de sujetos)

**PEC-1 (2014)**

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow x = \mu + z \cdot \sigma$$

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

Si vamos a seleccionar a los 50 mejores estudiantes para las Olimpiadas, ¿cuál será la puntuación directa de corte?...

Seleccione una:

- a. 300
- b. 306,5
- c. 625

$$\frac{50}{800} = 0,0625 \rightarrow z \approx 1,53$$

$$\text{puntuación} = 230 + z(50)$$

$$230 + (1,53)(50) = 230 + 76,5 = 306,5$$

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En una muestra con distribución normal, sólo tenemos que saber el tamaño de la muestra, su media aritmética y su desviación típica para saber cuantos sujetos se encuentran por encima o por debajo directa o entre dos puntuaciones directas. (Basta multiplicar la probabilidad encontrada por el número de sujetos)

**PEC-1 (2014)**

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

¿Y la puntuación típica de corte?...

Seleccione una:

- a. 1,53
- b. 0,5
- c. 0,063

## 6.3.1 Las puntuaciones individuales normalizadas.

En una muestra con distribución normal, sólo tenemos que saber el tamaño de la muestra, su media aritmética y su desviación típica para saber cuantos sujetos se encuentran por encima o por debajo directa o entre dos puntuaciones directas. (Basta multiplicar la probabilidad encontrada por el número de sujetos)

**PEC-1 (2014)**

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow x = \mu + z \cdot \sigma$$

$$\mu = 230$$

$$\sigma = 50$$

$$n = 800$$

¿Y la puntuación típica de corte?...

Seleccione una:

- a. 1,53
- b. 0,5
- c. 0,063

$$\frac{50}{800} = 0,0625 \rightarrow z \approx 1,53$$

$$\text{puntuación} = 230 + z(50)$$

$$230 + (1,53)(50) = 230 + 76,5 = 306,5$$



## PEC-1 (2014)

Hemos aplicado una prueba estandarizada de estrés de 20 puntos (0 ? 20, con intervalos constantes de 0,5 puntos) a tres muestras (A, B, C) de 24 sujetos entre los 30 y 40 años de edad con el fin de saber su grado de estrés. La distribución de frecuencias de estas tres muestras es la siguiente:

$X_i$	$f_i$	$X_i$	$f_i$	$X_i$	$f_i$
9		9		9	
10		10		10	
11		11		11	
12		12		12	
13		13		13	
14		14		14	
15		15		15	
16		16		16	

Muestra A

Muestra B

Muestra C

Sin necesidad de hacer cálculos, responda a las siguientes preguntas: La distribución más heterogénea O con mayor desviación típica es...

Seleccione una:

- a. Muestra A
- b. Muestra B
- c. Muestra C

## PEC-1 (2014)

Hemos realizado una encuesta a 200 sujetos sobre su valoración de los líderes de tres partidos políticos. La opción de respuesta era "Buena", codificada como "1" y "Mala" codificada como "0". Los datos obtenidos fueron los siguientes:

	BUENA	MALA
Líder Partido A	20	180
Líder Partido B	100	100
Líder Partido C	200	0

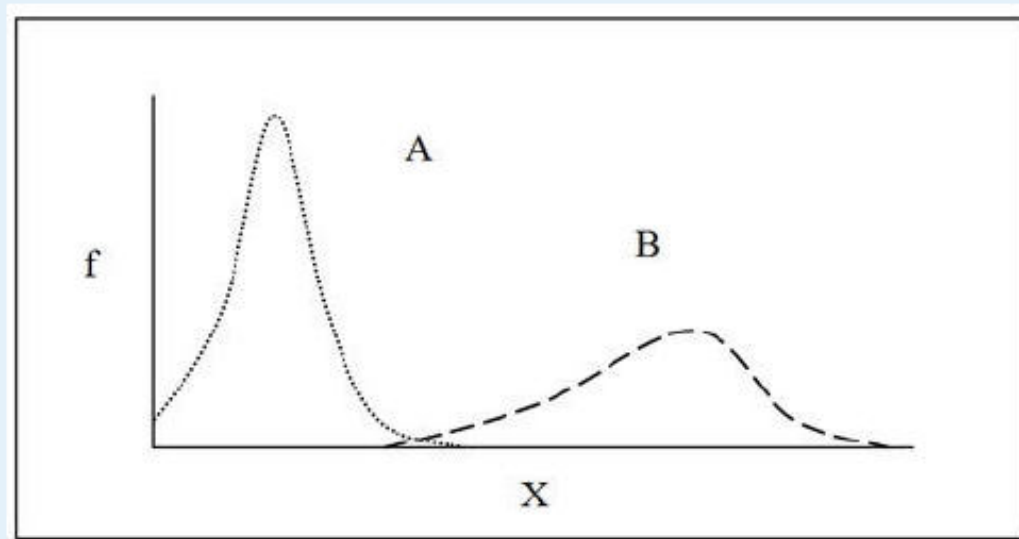
Responde a las siguientes preguntas: La varianza más baja la encontraremos en el partido...

Seleccione una:

- a. Partido A
- b. Partido C
- c. En ninguno

## PEC-1 (2014)

Las siguientes representaciones gráficas son dos polígonos de frecuencias relativas que describen las puntuaciones de dos grupos a un test de inteligencia. Te piden la interpretación del mismo, para lo cual debes responder a las siguientes cuestiones:



¿Qué grupo tiene un CI más alto?...

Seleccione una:

- a. El A
- b. El B
- c. Faltan datos

## PEC-1 (2014)

Las calificaciones Obtenidas por un grupo de 15 estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en Matemáticas (X) y en Ciencias de la Naturaleza (Y) son las de la tabla siguiente:

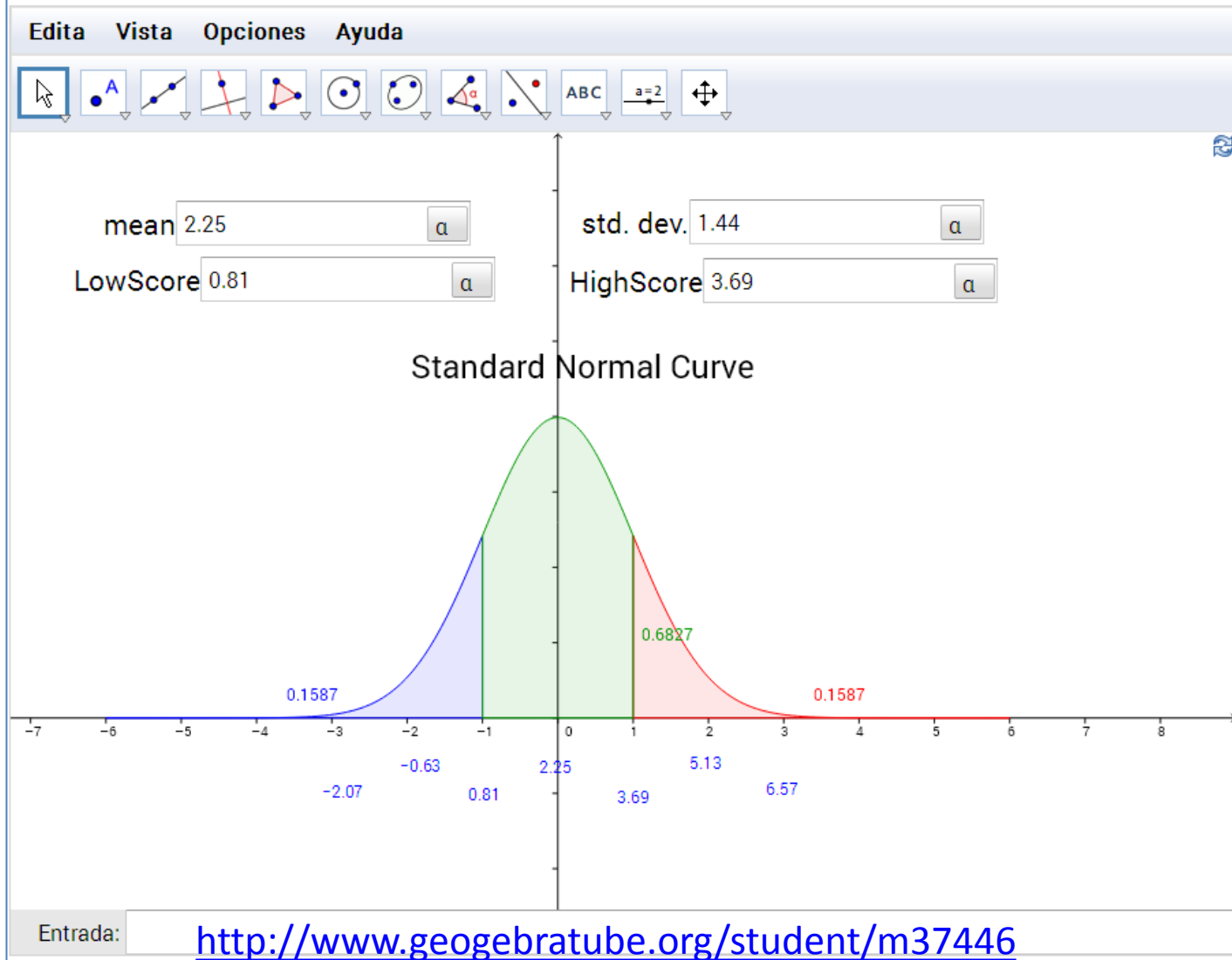
Sujetos	Variable (X)	Variable (Y)	Sexo
1	8	9	0
2	6	5	0
3	7	7	0
4	2	3	0
5	4	3	0
6	5	4	1
7	9	10	1
8	8	7	1
9	2	4	1
10	10	9	1
11	5	5	0
12	4	6	0
13	7	6	1
14	8	9	1
15	3	4	0

Calcule la media ( $\bar{y}_m$ ) de las puntuaciones de la variable Y:

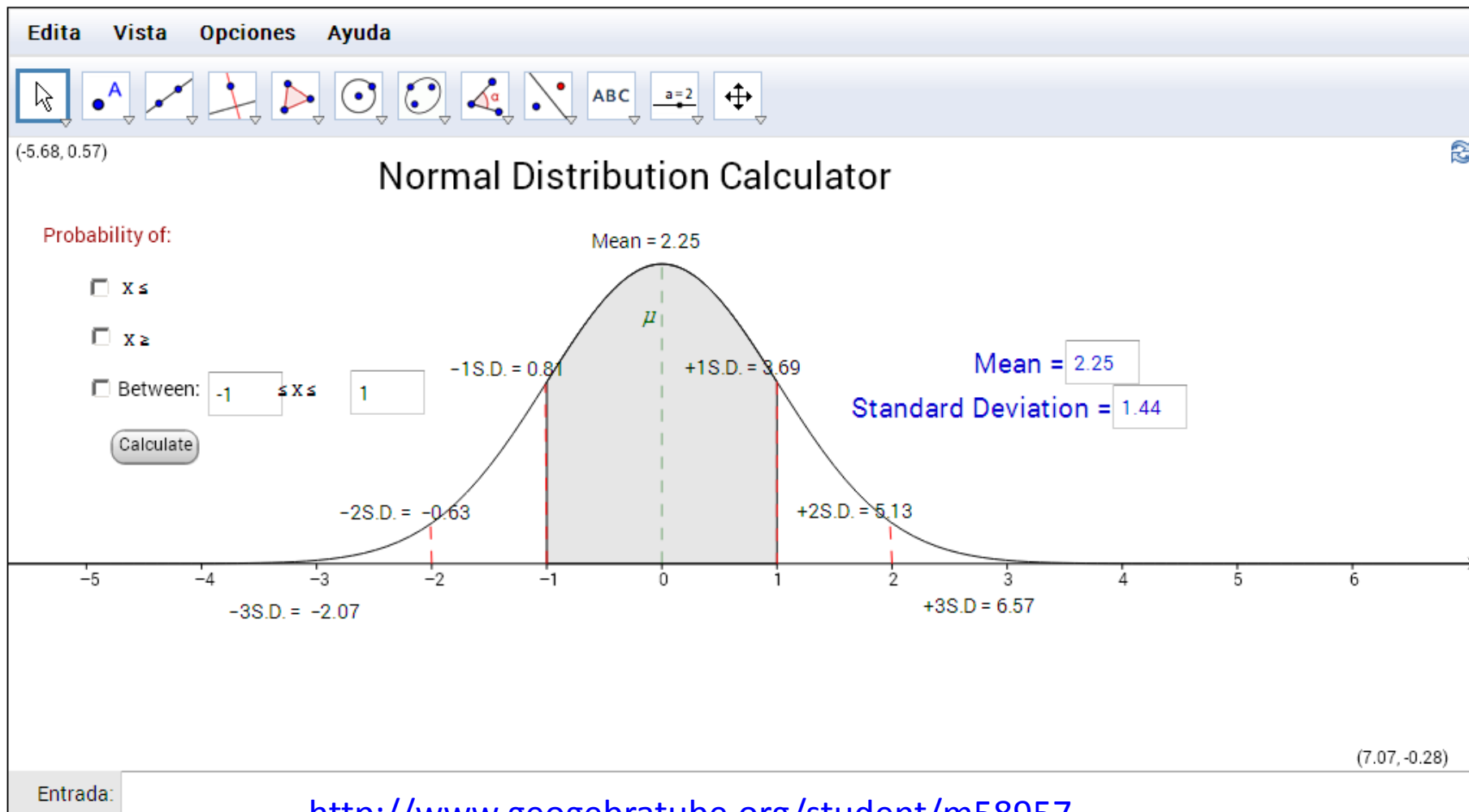
Seleccione una:

- a. 5,8
- b. 6,1
- c. 0,5

## Normal Distribution: mean, std.dev.

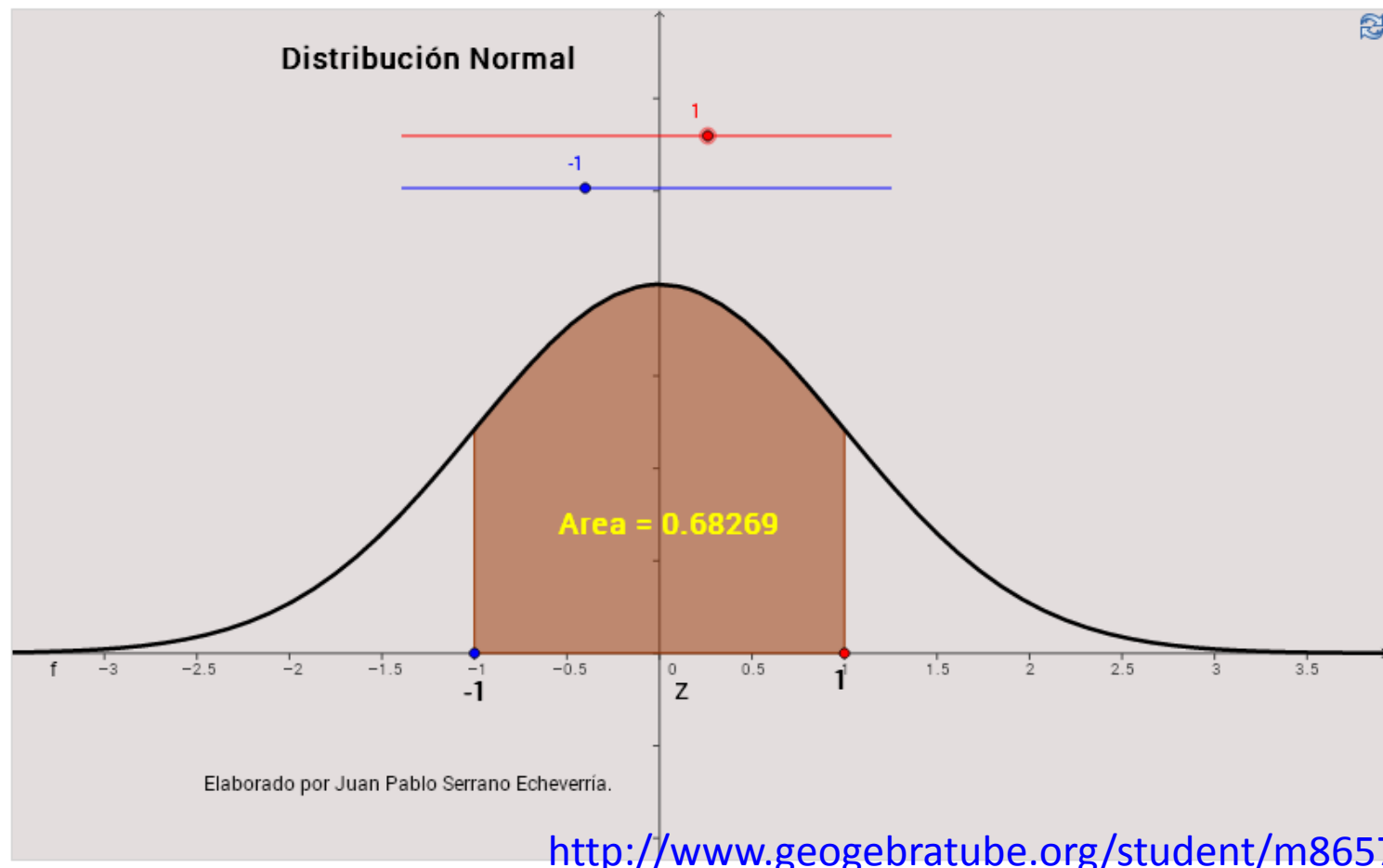


## Normal Distribution: mean, std.dev.



## Distribución Normal

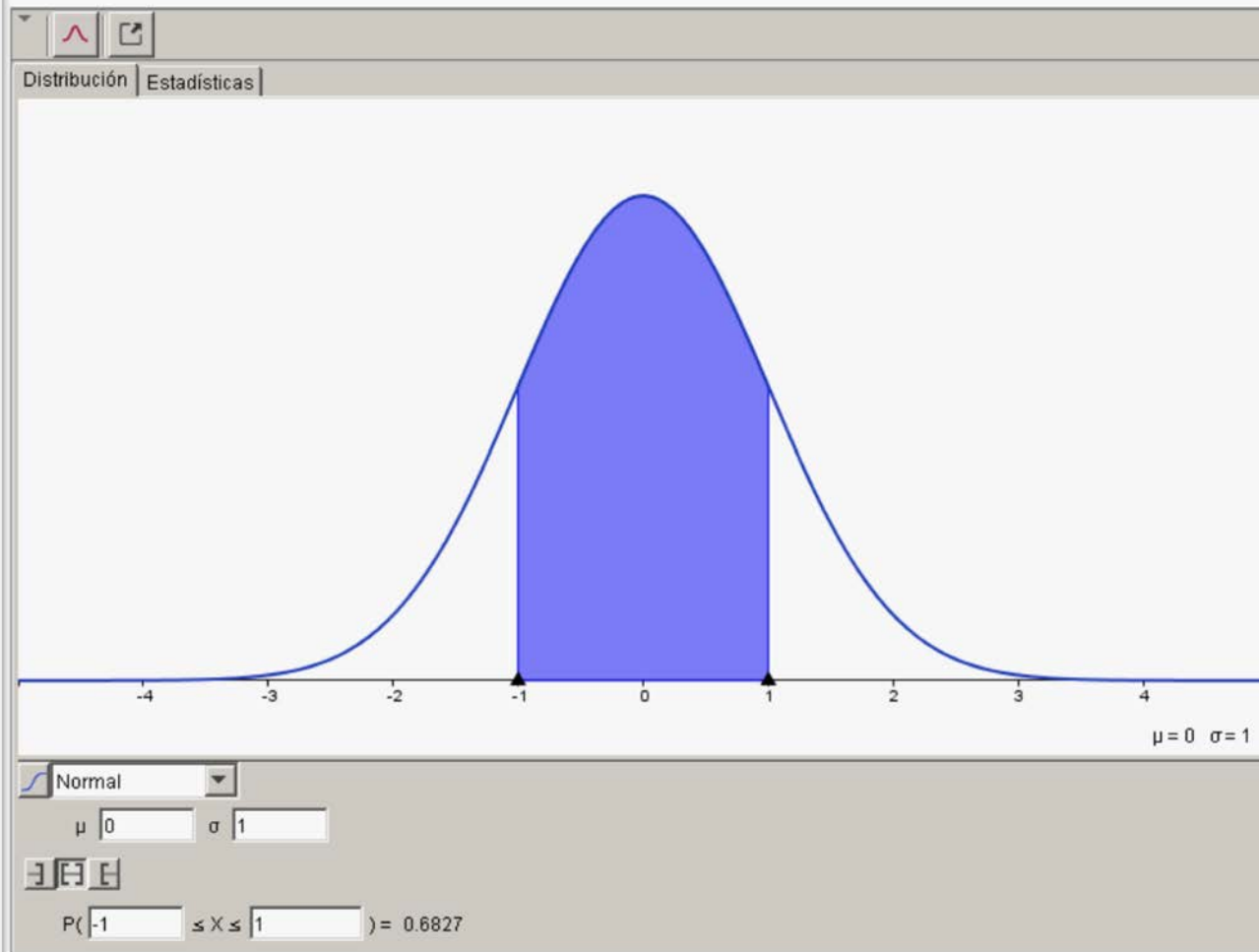
Esta aplicación sirve para obtener los valores del área bajo la curva normal sin necesidad de recurrir a la tabla



Creado con GeoGebra – Compartida por [juanpserrano](#) – Ver como applet Java

## Tablas

En DISTRIBUCIÓN: Seleccione la distribución y En PROBABILIDAD: Seleccione la cola o el intervalo. También puede desplazar los triángulos negros (sobre el eje)





*Puntuación diferencial:*  $x = X_i - \bar{X}$

*Puntuación típica:*  $z = \frac{X_i - \bar{X}}{s} = \frac{x}{s}$

*Puntuaciones tipificadas o escalas derivadas:*

$T = a \cdot z + b$ ; donde  $b = \bar{X}$  (nueva media),  $a = s$  (nueva desviación típica) y  $z =$  puntuación típica

*Cálculo de percentiles:*

$C_m = L_{\text{inf}} + \frac{\left(\frac{C}{100} \cdot n\right) - f_{a(I-1)}}{f_i} \cdot a_1$ , donde  $a$  es el valor del intervalo.

El valor  $\left(\frac{C}{100} \cdot n\right)$  toma la forma de  $(D / 10) \cdot n$  en el caso de los deciles; de  $(Q / 4) \cdot n$  en el de los cuartiles y de  $(1 / 2) \cdot n$  en el de la Mediana.

## Resumen

Puntuación directa ( $X_i$ )

Puntuaciones Proporcionales

Puntuaciones Porcentuales

Puntuaciones Diferenciales

Puntuaciones Típicas

Puntuaciones Tipificadas

Escalas Derivadas

Puntuaciones Cuantiles

Curva normal

Polígono de Frecuencias

Distribución de Frecuencias

Probabilidad (curva normal)

Puntuaciones Individuales Normalizadas

Percentil Normalizado

Pentas

Enatipos o Estaninos

## Fe de erratas

### TEMA 6:

**Pág.120**, final penúltimo párrafo (sobre la tabla 6.1):

**DONDE DICE** "Estos percentiles, como vimos en el Capítulo 4, se obtienen directamente al realizar la distribución de frecuencias y multiplicar por 100 las frecuencias relativas a las frecuencias acumuladas ( $f_r \times 100/N$ )."

**DEBE decir:**

"...y multiplicar por 100 las frecuencias acumuladas relativas ( $f_{ac}/N \times 100$ ); es decir, desde los porcentajes acumulados (redondeados, sin decimales)."

**Pág. 121.** Fórmula:

**Donde dice,**

$$P_{25} = 1,5 + \frac{25 \cdot 1012}{100} - 179 \cdot 1 = 2,5 + 0,80 = 2,3$$

**Debe decir:**

$$P_{25} = 1,5 + \frac{25 \cdot 1012}{100} - 179 \cdot 1 = 1,5 + 0,80 = 2,3$$

## Fe de erratas

Pág. 123, penúltimo párrafo

**Donde dice,**

"Si la puntuación típica hubiera sido  $z = -1,25$ , ¿qué probabilidad existe de obtener una puntuación igual o inferior a dicha  $z$  [ $p(z \leq 1,25)$ ]? En este caso, puesto que la distribución normal es simétrica, consultaríamos el área menor de  $Z = 1,25$  ( $p = 0,1056$ )."

**Debe decir:**

"Si la puntuación típica hubiera sido  $z = -1,25$ , ¿qué probabilidad existe de obtener una puntuación igual o inferior a dicha  $z$  [ $p(z \leq -1,25)$ ]? En este caso, puesto que la distribución normal es simétrica, consultaríamos el área menor de  $Z = 1,25$  ( $p = 0,1056$ ). Es decir, por la propiedad de simetría de la curva normal,  $p(z \leq -1,25) = p(z \geq 1,25) = 0,1056$ ."

## Fe de erratas

Página 124.

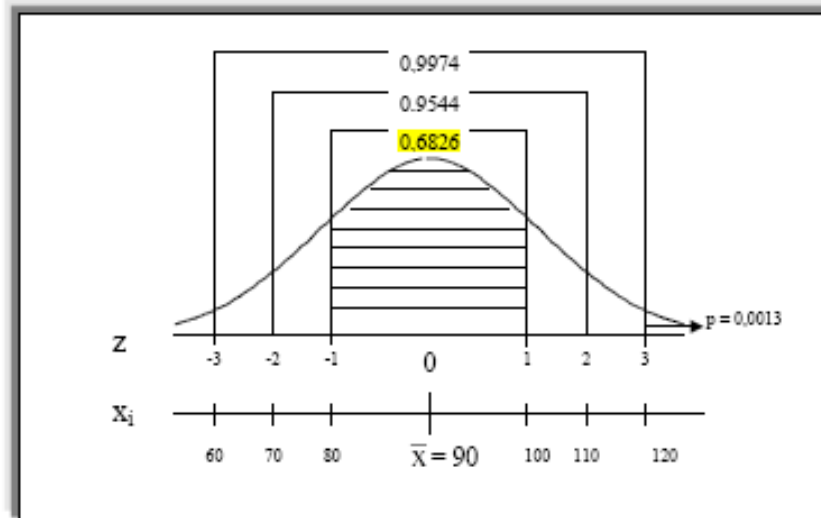
Donde dice,

Evidentemente, la probabilidad de obtener una puntuación superior a la media es de  $p=0,5$ , es decir, en la curva normal el 50 % de los sujetos se encuentran por encima de la media y el otro 50 % por debajo (recordemos que en las puntuaciones Z la media siempre es igual a cero). Por poner otro ejemplo, el 84,14 % (área de la parte mayor;  $p=0,8414$ )...

Debe decir:

Evidentemente, la probabilidad de obtener una puntuación superior a la media es de  $p=0,5$ , es decir, en la curva normal el 50 % de los sujetos se encuentran por encima de la media y el otro 50 % por debajo (recordemos que en las puntuaciones Z la media siempre es igual a cero). Por poner otro ejemplo, el 84,13 % (área de la parte mayor;  $p=0,8413$ )...

Pág. 124, el gráfico inferior debe ser:



## Fe de erratas

Pág. 125. Final primer párrafo:

**Donde dice,**

"...encuentra el 64 % de los sujetos, entre  $\pm 2$  el 95 % y entre  $\pm 3$  casi el 100 % (el 99,7 %)."

**Debe decir:**

"...encuentra el 68 % de los sujetos, entre  $\pm 2$  el 95 % y entre  $\pm 3$  casi el 100 % (el 99,7 %)."

Pág. 125. Último párrafo:

**Donde dice,**

"Por ejemplo, el  $P_{10}$  es aquella puntuación que deja por debajo de su límite superior al 10% de los sujetos, por tanto, a una proporción de 0,01 sujetos."... Ahora basta con aplicar la fórmula para saber la puntuación directa equivalente al  $P_{10}$ ....

Por tanto, una puntuación directa de 65 equivale al percentil normalizado  $P_{10}$ .

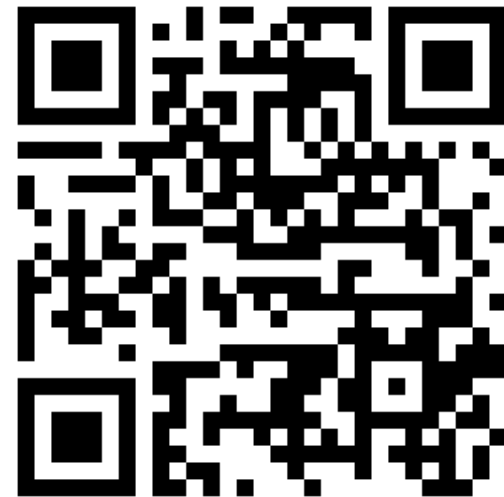
**Debe decir:**

"Por ejemplo, el  $P_1$  es aquella puntuación que deja por debajo de su límite superior al 1% de los sujetos, por tanto, a una proporción de 0,01 sujetos."... Ahora basta con aplicar la fórmula para saber la puntuación directa equivalente al  $P_1$ ....

Por tanto, una puntuación directa de 65 equivale al percentil normalizado  $P_1$ .

# PREGUNTAS

Exámenes  
anteriores



1

En una distribución normal, la ordenada más alta corresponde a:

Seleccione una:

- a. La  $z = 0$
- b. La puntuación que corresponde a  $z = + 3$
- c. La puntuación que corresponde a  $z = - 3$

2

En una distribución normal, ¿Cuál es la probabilidad de obtener una puntuación típica igual o superior a 1,5?:

Seleccione una:

- a. 0,0668
- b. 0,0735
- c. 0,9332



1

En una distribución normal, la ordenada más alta corresponde a:

Seleccione una:

- a. La  $z = 0$  ✓
- b. La puntuación que corresponde a  $z = + 3$
- c. La puntuación que corresponde a  $z = - 3$

La respuesta correcta es: La  $z = 0$

2

En una distribución normal, ¿Cuál es la probabilidad de obtener una puntuación típica igual o superior a 1,5?:

Seleccione una:

- a. 0,0668 ✓
- b. 0,0735
- c. 0,9332

La respuesta correcta es: 0,0668

3

La puntuación que expresa el número de desviaciones típicas que se aleja una puntuación directa de la media aritmética es:

Seleccione una:

- a. La puntuación diferencial
- b. La puntuación típica
- c. El percentil

4

La estanina, es una escala... ¿de cuantos rangos?

Seleccione una:

- a. Cinco
- b. Cuatro
- c. Nueve

La puntuación que expresa el número de desviaciones típicas que se aleja una puntuación directa de la media aritmética es:

3

Seleccione una:

- a. La puntuación diferencial
- b. La puntuación típica ✓
- c. El percentil

La respuesta correcta es: La puntuación típica

4

La estanina, es una escala... ¿de cuantos rangos?

Seleccione una:

- a. Cinco
- b. Cuatro
- c. Nueve ✓

La respuesta correcta es: Nueve

5

Un grupo de sujetos tiene una  $X = 30$  y una  $s = 2$ . Sin necesidad de hacer cálculos, cuál será la puntuación típica que le corresponde a un sujeto que se desvía una desviación típica por debajo de la media:

Seleccione una:

- a. 32
- b. 28
- c. 29

6

Un sujeto tiene una puntuación directa de 23 puntos en un test de vocabulario. La media del grupo de referencia es de 20 puntos y la desviación típica es de 3. Sin necesidad de mayores cálculos, podemos decir que ese sujeto:

Seleccione una:

- a. Tiene una puntuación de 3
- b. Tiene una puntuación de 1
- c. Tiene una puntuación de 1,5

5

Un grupo de sujetos tiene una  $X = 30$  y una  $s = 2$ . Sin necesidad de hacer cálculos, cuál será la puntuación típica que le corresponde a un sujeto que se desvía una desviación típica por debajo de la media:

Seleccione una:

- a. 32
- b. 28 ✓
- c. 29

La respuesta correcta es: 28

6

Un sujeto tiene una puntuación directa de 23 puntos en un test de vocabulario. La media del grupo de referencia es de 20 puntos y la desviación típica es de 3. sin necesidad de mayores cálculos, podemos decir que ese sujeto:

Seleccione una:

- a. Tiene una puntuación de 3
- b. Tiene una puntuación de 1 ✓
- c. Tiene una puntuación de 1,5

La respuesta correcta es: Tiene una puntuación de 1



Estadística aplicada a la Educación

EJERCICIOS

**TEMA : 6.**

## ACTIVIDADES RECOMENDADAS TEMA 6

Construye un sencillo instrumento de medida, por ejemplo, una prueba objetiva de cultura general, aplícalo a un grupo de al menos 20 personas y construye tus propios baremos en percentiles. Calcula también el percentil 50.

### B) Problema

Un director de un centro educativo decide implantar un aula de alto rendimiento en segundo de Bachillerato. Para ello se pone en contacto con el pedagogo del Departamento de Orientación y le pide que seleccione a los doce alumnos con mayor potencial académico. El pedagogo aplica una batería de tests a los 150 alumnos de 1º de Bachillerato para realizar la selección de cara al curso próximo. Después de la aplicación de la batería, se obtiene una puntuación global para cada sujeto en una escala que va desde 25 a 150 puntos. Tras realizar la distribución de frecuencias, se comprueba que la distribución es *normal*. La media aritmética del grupo es de 81 puntos y la desviación típica de 16,8.

## B) Problema

Un director de un centro educativo decide implantar un aula de alto rendimiento en segundo de Bachillerato. Para ello se pone en contacto con el pedagogo del Departamento de Orientación y le pide que seleccione a los doce alumnos con mayor potencial académico. El pedagogo aplica una batería de tests a los 150 alumnos de 1º de Bachillerato para realizar la selección de cara al curso próximo. Después de la aplicación de la batería, se obtiene una puntuación global para cada sujeto en una escala que va desde 25 a 150 puntos. Tras realizar la distribución de frecuencias, se comprueba que la distribución es *normal*. La media aritmética del grupo es de 81 puntos y la desviación típica de 16,8.

- a) ¿Qué puntuación directa debe obtener un sujeto para ser seleccionado?
- b) ¿A qué percentil corresponde dicha puntuación?
- c) ¿Qué probabilidad existe de encontrar una puntuación mayor que 140 puntos?
- d) ¿Entre qué puntuaciones típicas y directas se encuentra el 50 % central de la distribución?

