

PROBABILIDAD. Curso 2015-2016. Convocatoria de Septiembre

TEORIA

1. (0.5 puntos) Dado el espacio probabilístico (Ω, \mathcal{A}, P) y una sucesión de sucesos tal que $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty$, demostrar que $P(\overline{\lim} A_n) = 0$.

✓ 2. (0.5 puntos) Define el coeficiente de correlación entre dos variables aleatorias y sus propiedades.

✓ 3. (0.5 puntos) Define la esperanza matemática de una variable aleatoria continua y que es un operador lineal. $E(\alpha g(x) + \beta h(x)) = \alpha E(g(x)) + \beta E(h(x))$

4. (1.25 puntos) Sean X e Y v.a.i.i.d. con función de distribución F y función de densidad f .

a) Sea $V = \max\{X, Y\}$. Demostrar que la función de densidad de V es $f_V(v) = 2f(v)F(v)$.

b) Sea $U = \min\{X, Y\}$. Demostrar que la función de densidad de U es $f_U(u) = 2f(u)(1-F(u))$.

5. (1.25 puntos) Sea $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias con $E[X_n] \rightarrow a$ y $\text{Var}[X_n] \rightarrow 0$.
¿Converge en probabilidad $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ a alguna variable aleatoria?

PROBLEMAS

1. (2.0 puntos) Tres personas A, B, C lanzan sucesivamente y en este orden un dado. La primera persona que saque un 6 gana. Calcular la probabilidad de que:

a) Cada uno de ellos gane. $P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{6}, P(C) = \frac{1}{6}$

b) El juego acabe en la n -ésima ronda de lanzamientos.

2. (2.5 puntos) Sean X e Y v.a.i. con función de densidad marginales

$$f_X(x) = 2xI_{(0,1)}(x), \quad f_Y(y) = 2yI_{(0,1)}(y)$$

a) Evaluar la función de distribución de $Z = X + Y$.

b) Determinar la función de distribución conjunta de (Z, W) con $W = \min\{X, Y\}$.

3. (1.5 puntos) En un juego, una persona observa una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x) = \frac{x+1}{2} \quad x \in (-1, 1)$$

y cero en el resto. Si $X > 0$, gana una unidad y si $X < 0$ pierde dos unidades (si no gana ni pierde nada). El proceso se repite 100 veces. Se pide calcular aproximadamente la probabilidad de que dicha persona gane más de 35 unidades.

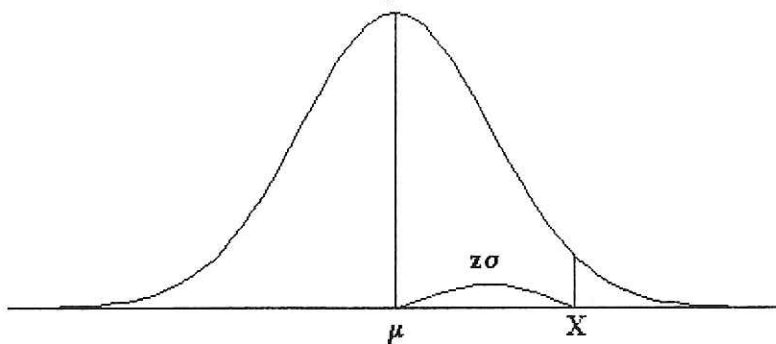
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

TABLA 1: DISTRIBUCIÓN NORMAL

Áreas bajo la curva normal



Ejemplo:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P [Z > 1] = 0.158$$

$$P [Z > 1.96] = 0.025$$

Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

