

**COMPLEMENTOS MATEMÁTICOS PARA LA INGENIERÍA INDUSTRIAL**  
Septiembre. Modelo A

**INSTRUCCIONES:** Lea atentamente los enunciados. Conteste a las preguntas cortas en el espacio disponible a continuación del enunciado (se sugiere hacerlo en folio aparte y luego pasarlo). Desarrolle la solución a los ejercicios 5 y 6 en otra hoja de examen, en el espacio que necesite.

**PREGUNTAS CORTAS**

1. (1 PUNTO) Estudie si el punto  $(0, 0)$  es un punto doble de la curva dada por las ecuaciones

$$x(t) = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad y(t) = \frac{t^3 - t}{1 + t^2}.$$

**Solución:**

2. (1 PUNTO) Escriba las ecuaciones de Frenet para curvas planas.

**Solución:**

3. (1 PUNTO) Estudie si la parametrización

$$x = u, \quad y = u - v, \quad z = u^2 + v^2$$

con  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$  es regular.

**Solución:**

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

4. (1 PUNTO) Sea  $S$  la superficie parametrizada por

$$\mathbf{x}(u, v) = (u^2, e^v + \cos u, u + v)$$

para  $u, v \in \mathbb{R}$ . Determinar el vector normal a la superficie en un punto  $\mathbf{x}(u, v)$ .

**Solución:**

## EJERCICIOS

5. (3 PUNTOS) Sea  $f$  la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida como

$$f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y).$$

Razone:

- a) si esta función es localmente invertible en cada punto de  $\mathbb{R}^2$ ,
- b) si tiene inversa global.

**Nota:** Cada apartado vale 1.5 puntos.

6. (3 PUNTOS) Sea  $C$  la curva definida por las ecuaciones

$$\mathbf{x}(t) = (t^2, 4t, t^3).$$

- a) Determine el radio de curvatura en  $\mathbf{x}(0) = (0, 0, 0)$ .
- b) Determine la recta tangente en  $\mathbf{x}(0) = (0, 0, 0)$ .
- c) Determine el plano osculador en  $\mathbf{x}(0) = (0, 0, 0)$ .

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70