Análisis I – febrero 2019
1ª Semana

1a– $6x^2-5x\leq -1$; $(2x-1)(3x-1)\leq 0$

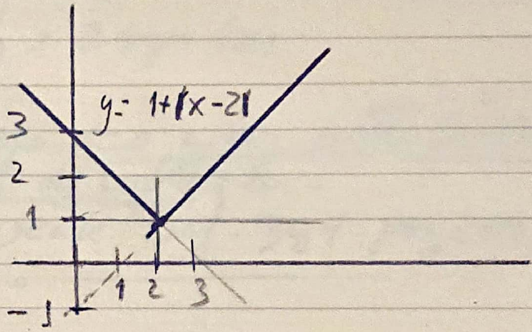
$\left.\begin{array}{l} x\leq \frac{1}{2} \text{ y } x\geq \frac{1}{3}; \; x\leq\frac{1}{3} \text{ y } x\geq \frac{1}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{[\frac{1}{3},\frac{1}{2}]\ni x}$

1b– $P=(1,2)$, $\{x+2y=3 \cap 2x-3=-1\}$

Las coordenadas del punto de intersección de las rectas verifica $\{(x+2y-3)+k(2x-3y+1)=0, \forall k\}$, que es la ecuación de una recta que pasa por $(1,2)$ si $k=2/3$. Luego la ecuación de la recta pedida es $x+2y-3+\frac{2}{3}(2x-3y+1)=0$, es decir, $\boxed{x=1}$.

1c– $f(x)=1+|x-2|=$

$=1+\begin{cases} x-2 & \text{si } x\geq 2 \\ 2-x & \text{si } x<2\end{cases}$



2a– $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x^2+x-6}$, $|x-2|=\begin{cases} x-2 & \text{si } x>2 \\ -(x-2) & \text{si } x<2\end{cases}$

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\frac{-(x-2)}{x^2+x-6}=\frac{-(x-2)}{(x-2)(x+3)}=\boxed{-\frac{1}{5}}$$

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\frac{x-2}{x^2+x-6}=\frac{x-2}{(x-2)(x+3)}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

2b– $y=\dfrac{x^5\sqrt{3+x^6}}{(4+x^2)^3}$ ¿y'?

$$y'=\frac{1}{(4+x^2)^6}\left[(4+x^2)^3\left[5x^4\sqrt{3+x^6}+x^5\left(\frac{3x^5}{\sqrt{3+x^6}}\right)\right]-x^5\sqrt{3+x^6}\left[3(4+x^2)^2(2x)\right]\right]=$$

2c- Sea A el área del cuadrado, S la longitud del lado y L la de la diagonal

$L^2 = S^2 + S^2 = 2S^2$, $A = S^2 = \frac{1}{2}L^2$

$\frac{dA}{dL} = L$. Luego la razón de cambio del área con respecto a la diagonal L es $\boxed{L}$

3)- $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ | $f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \geq 0 \\ -2x & \text{si } x < 0 \end{cases} = 2|x|$

$f''(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x > 0 \\ -2 & \text{si } x < 0 \end{cases} = 2\,\mathrm{sgn}(x)$

$f'(x) = 0$ si $x = 0$. Luego $x = 0$ es un punto crítico de f y es también un punto de inflexión.
$f''(0)$ no existe (véase Def. 3 y 4 pag 269, 270)

4)- $\sum_{n=0}^{\infty} 3n(x+1)^n$.

El centro de convergencia es $x = -1$. El radio de convergencia es

$$R = \lim_{n\to\infty} \frac{3n}{3(n+1)} = \boxed{1}.$$

La serie converge absolutamente sobre $(-2, 0)$ y diverge sobre $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

En $x = -2$ la serie es $\sum_{n=0}^{\infty} 3n(-1)^n$, la cual diverge

En $x = 0$ la serie es $\sum_{0}^{\infty} 3n$ la cual diverge.

Luego el intervalo de convergencia es $\boxed{(-2, 0)}$

Análisis I - Febrero 2019
2ª Semana

1)-a $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$

I) Si $x>1 \Rightarrow (x-1)(x+1)>0$, así que $3(x+1)<2(x-1)$, entonces $x<-5$ y no hay solución.

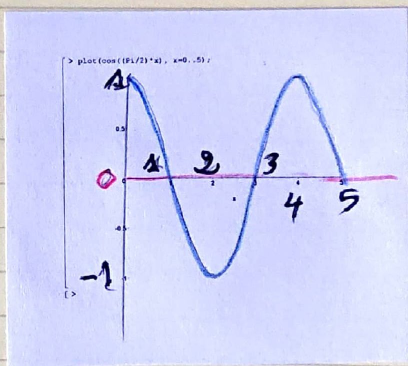
II) Si $-1<x<1$, entonces $(x-1)(x+1)<0 \Rightarrow$ $3(x+1)>2(x-1)$, luego $x>-5$ y en este caso sirven todos los números en $(-1,1)$.

III) Si $x<-1$, entonces $(x-1)(x+1)>0$, así $3(x+1)<2(x-1)$, luego $x<-5$, y en este caso todos los números $x<-5$ son solución.
Es decir las soluciones están en $\boxed{(-\infty,-5)\cup(-1,1)}$

1)-b $x^2+y^2+4y=0 \Rightarrow x^2+y^2+4y+4=4 \Rightarrow$
$x^2+(y+2)^2=4 \Rightarrow$ $\boxed{\text{centro } (0,-2) \text{ y radio } 2}$

1)-c

$f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$



tiene periodo 4

raíces x	Puntos críticos x	y	
⋮			
-1			
1	$0{,}0$	1	Máx
3	$2{,}0$	-1	Mín
5	$4{,}0$	1	Máx
⋮	$6{,}0$	-1	Mín
	⋮	⋮	

2)-a $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^2} = -2$ ¿$\lim_{x\to 0} f(x)$ y $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$?

$\lim f(x) = \lim x^2 \frac{f(x)}{x^2} = 0\cdot(-2) = 0$

2) - b $y = \left(x + \frac{1}{x-1}\right)^{-5/3}$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{5}{3}\left(x + \frac{1}{x-1}\right)^{-8/3}\left(1 - \frac{1}{(x-1)^2}\right)}$$

2) - c Sea V el volumen de arista x

$$\left.\begin{array}{l} V = x^3 \\ \Delta V = 3x^2 \Delta x \\ \Delta V = -\left(\frac{6}{100}\right) V \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} -\frac{6}{100}(x^3) = 3x^2 \Delta x \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta x \simeq -\left(\frac{2}{100}\right) x \end{array}$$

La longitud del lado decrece sobre un $\boxed{2\%}$

---

3) - Área limitada por la elipse $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\right)$ como integral definida

$$\text{Área} = 4 \int_0^a b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\, dx$$

haciendo el cambio $\begin{cases} x = au \\ dx = a\,du \end{cases}$

se tiene $\text{Área} = 4ab \int_0^1 \sqrt{1-u^2}\, du \rightarrow \frac{1}{4}$ área del radio 1

$$\text{Área} = 4ab\left[\frac{\pi (1)^2}{4}\right] = \boxed{\pi ab}$$
