

Métodos Matemáticos aplicados a la Ingeniería
Grado en Ingeniería de la Energía. Curso 2018-2019.

Examen Final - 9 de enero de 2019

Nombre y apellidos:

DNI / NIE:

Titulación / Doble Titulación:

• **Parte de Teoría:** debes indicar y justificar todos los pasos y cálculos realizados. Si sólo pones los resultados numéricos, **no puntuará**. Explica los resultados y los cálculos **adecuadamente**.

• **Duración del examen: 1 hora y 30 minutos para la parte de Teoría.**

Parte de Teoría (10 puntos)

1. (2 puntos) Considera la siguiente ecuación no lineal:

$$e^{x/10} + 2 = x^3 - 6(x - 1)^2$$

- (a) (0.5 puntos) Localiza una raíz de la ecuación en un intervalo de longitud menor o igual a 1.
- (b) (1.5 puntos) Obtén una aproximación de su solución, aplicando como máximo 4 iteraciones del método de Newton, con una tolerancia de 10^{-3} , y partiendo de un valor inicial adecuado.

2. (2 puntos) Resuelve estos ejercicios:

- (a) (1.5 puntos) Escribe las fórmulas generales de los métodos de Runge-Kutta de 3 estados, y deduce de ellas el caso particular del método dado en la tabla de Butcher siguiente:

1/4	1/8	1/8	0
1/2	1/10	1/5	1/5
3/4	0	1/4	2/4
<hr/>			
	1/12	5/12	1/2

Nota: no es necesario que escribas todo el método en una única expresión, puedes dejarlo en varias.

- (b) (0.5 puntos) El radio de A-estabilidad del método de Euler implícito

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



3. **(3 puntos)** Sea el problema de valor inicial (PVI) siguiente:

$$(PVI) : \begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2x, & x \in [1, 2], \\ y(1) = -1, y'(1) = 1. \end{cases}$$

Resuelve el PVI de forma aproximada con el método de Euler explícito, tomando un paso de $h = 0.5$, e indica claramente cuál es la aproximación que se obtiene para el valor $y(2)$.

4. **(3 puntos)** Dado el siguiente problema de valor inicial y de contorno (PVIC) para la EDP del calor:

$$\begin{cases} u_t(x, t) - u_{xx}(x, t) = 2xt, & (x, t) \in \Omega = [0, 1] \times [0, 2] \\ u(x, 0) = x^2 - x, & \forall x \in [0, 1] \\ u(0, t) = t, & \forall t \in [0, 2] \\ u(1, t) = -t, & \forall t \in [0, 2] \end{cases}$$

- (a) **(0.5 puntos)** Realiza una discretización del dominio Ω con los pasos $\Delta x = 1/3$, $\Delta t = 1/2$, indicando claramente cuáles son los nodos se obtienen, cuántos hay y cómo se numeran.
- (b) **(1.75 puntos)** Desarrolla, paso a paso, un método numérico de diferencias finitas para el PVIC anterior, utilizando las fórmulas de derivación numérica siguientes:

$$u_t(x, t) \approx \frac{u(x, t) - u(x, t - \Delta t)}{\Delta t}$$
$$u_{xx}(x, t) \approx \frac{u(x + \Delta x, t) - 2u(x, t) + u(x - \Delta x, t)}{(\Delta x)^2}$$

- (c) **(0.75 puntos)** Explica detalladamente cómo se aplicaría el método obtenido en el apartado anterior, si es explícito o implícito, cuáles son los valores de u que se quieren calcular y cuáles son conocidos.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white shadow effect, and a blue arrow-like shape points to the right behind the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70