Tema 7: Lógica Proposicional

María Inés Fernández Camacho

MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA MATEMÁTICA
(GRUPOS E y F)
UCM Curso 18/19

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Lógica:

- Fundamentación del concepto de certeza y todo lo que ésta involucra.
- Estudia las reglas que debe respetar todo razonamiento válido:
    - Discernir lo que con seguridad es cierto a partir de premisas que damos por buenas.
    - Distinguir entre razonamientos que son lógicamente válidos y los que no lo son.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Introducción

Argumentación lógica

- Premisas y conclusión
- (A1)

  Mario compró un coche
  Luisa saludó a Mario

  ∴ Luisa saludó a uno que compró un coche
- Una argumentación es lógicamente válida si la verdad de las premisas conlleva necesariamente la verdad de la conclusión (i.e. si no podemos concebir circunstancias que hagan verdaderas las premisas y falsa la conclusión)
- La validez lógica de una argumentación no depende de la verdad o falsedad de sus premisas y conclusión sino de la relación entre la

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
adquirido conocimiento efectivo de que la actividad o información almacenada es ilícita o lesiona bienes o derechos

Argumentación lógica (2)

Mario compró un coche
Luisa saludó a Mario

∴ Luisa saludó a uno que compró un coche
(A1)

Pepe lleva sombrero
Juan contrató a Pepe

∴ Juan contrató a uno que lleva sombrero
(A2)

- (A1) y (A2) son razonamientos válidos.

(A3)

Alguien lleva bufanda
Pedro pagó a alguien

∴ Pedro pagó a uno que lleva bufanda

- (A3) no es un razonamiento lógicamente válido.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
... en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Introducción

Oraciones declarativas

Los razonamientos estudiados por la lógica se refieren a oraciones declarativas de las que tiene sentido preguntarse si son verdaderas o falsas.

Def:

Una ***proposición*** *es una afirmación (declaración) que o bien es cierta o bien es falsa (pero no ambas).*

Ejemplos:

- Proposiciones:
  - París es la capital de Francia
- Oraciones que no son proposiciones:
  - x es par

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Introducción

Lenguaje natural versus lenguaje formal

- El lenguaje natural es ambiguo e impreciso.
- El análisis lógico de una lengua natural a distintos niveles de detalle da lugar a distintos lenguajes formales (lógica proposicional, lógica de predicados o de primer orden, $\cdots$)

Def:

Lenguaje formal: *Conjunto de palabras finitas construídas sobre un alfabeto aplicando ciertas reglas de formación (gramática que fija la sintaxis del lenguaje)*

- **Sintaxis:** Reglas de formación. Gramática. **"El cómo".**

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
sea ilícita o lesiona bienes o derechos

Introducción al lenguaje

Surge de un análisis muy simple del lenguaje natural basado en la distinción entre dos tipos de proposiciones:

- **proposiciones atómicas:** No se pueden descomponer en otras más simples. Se las denota con letras minúsculas, p,q, r, s, ... con o sin subíndices (símbolos proposicionales).

Mario compró un coche	p
Luisa saludó a Mario	q
Luisa conoce a Mario	r

- **proposiciones compuestas:** Construidas combinando otras más simples mediante conectivas lógicas: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.
  - Conectiva unaria: $\neg$ (negación).
  - Conectivas binarias: $\wedge$(conjunción), $\vee$(disyunción), $\rightarrow$ (condicional o implicación), ...

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
... ilícita o lesiona bienes o derechos

- **Fórmulas:** cualquier enunciado formalizado ya sea simple o compuesto
  - Se las denota habitualmente con letras griegas $\varphi, \psi, \chi, \ldots$ con o sin subíndices.

- **Constantes lógicas:**
  - Sirven para representar respectivamente un enunciado que siempre es cierto o que siempre es falso.
    - $\bot$ (falsedad)
    - $\top$ (certeza)
  - Se pueden consi

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Principales conectivas lógicas

Nombre	Notación	Significado
Negación	$\neg\varphi$	"no φ"
Conjunción	$(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$	" φ_1 y φ_2 "
Disyunción	$(\varphi_1 \vee \varphi_2)$	" φ_1 o φ_2"
Implicación	$(\varphi_1 \to \varphi_2)$	"si φ_1 entonces φ_2 " " φ_2 si φ_1" " φ_2 siempre que φ_1" " φ_1 sólo si φ_2 " " φ_1 es condición suficiente para φ_2 "

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

- **Símbolos primitivos:**
  - **Símbolos lógicos**: $\{\bot, \top, \neg, \wedge, \vee \rightarrow, \leftrightarrow\}$
    - Constantes lógicas (conectivas 0-ádicas): $\bot$ (falsedad), $\top$ (certeza)
    - Conectiva unaria: $\neg$ (negación).
    - Conectivas binarias: $\wedge$(conjunción), $\vee$(disyunción), $\rightarrow$ (condicional o implicación) y $\leftrightarrow$ (bicondicional o biimplicación).

  Notación: $\square$ denotará cualquier conectiva binaria.
  - **Símbolos auxiliares**: **(** y **)**
  - **Signatura, Σ** : Conjunto de símbolos de proposición.
    Sus elementos se denotan con letras minúsculas, p,q,r,... con o sin subíndices.

Σ no incluye los símbolos lógicos ni los auxiliares.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

- **Reglas de formación:**

  Llamamos **fórmulas** a aquellas palabras sobre A_{Σ} que se construyen aplicando un número finito de veces las siguientes reglas:

  (At): $\bot, \top$ y $p \in \Sigma$ son fórmulas (fórmulas atómicas)
  ($\neg$): si φ es una fórmula, entonces $\neg\varphi$ es una fórmula (negaciones)
  ($\wedge$): si φ_1 y φ_2 son fórmulas, entonces $(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$ es una fórmula (conjunciones)
  ($\vee$): si φ_1 y φ_2 son fórmulas, entonces $(\varphi_1 \vee \varphi_2)$ es una fórmula (disyunciones)
  ($\to$): si φ_1 y φ_2 son fórmulas, entonces $(\varphi_1 \to \varphi_2)$ es una fórmula (condicionales)

  A φ_1 se le llama antecedente y a φ_2 consecuente

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

- **El lenguaje de la lógica proposicional con signatura $\boldsymbol{\Sigma}$, $L_{\boldsymbol{\Sigma}}$,** es el conjunto de todas las fórmulas con signatura $\boldsymbol{\Sigma}$

  A las fórmulas se las denota habitualmente con letras griegas $\varphi, \psi, \chi, \ldots$ con o sin subíndices.

- $L_{\boldsymbol{\Sigma}} \subset A^*_{\boldsymbol{\Sigma}}$.

  Si $p, q, r \in \Sigma$,

  $$(\neg p \to (q \wedge r)) \in L_{\Sigma}$$

  $$(\neg)p \wedge (q \vee r)) \notin L_{\Sigma}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Principio de inducción estructural para fórmulas proposicionales(PIE)

Dada una propiedad P que tiene sentido para palabras $u \in A_{\Sigma}^{*}$, podemos concluir que toda fórmula $\varphi \in L_{\Sigma}$ tiene la propiedad P siempre que demostremos:

- **Casos base:**

  (At): Toda fórmula atómica tiene la propiedad P

- **Pasos inductivos:**

  ($\neg$): si φ tiene la propiedad P (hipótesis de inducción) , entonces $\neg\varphi$ también tiene la propiedad P.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: Demostrar que cualquier fórmula proposicional contiene igual número de veces los símbolos auxiliares "(" y ")".

- **Casos base:**

  (At): Toda fórmula atómica contiene exactamente 0 veces tanto el símbolo "(" como el símbolo ")".

- **Pasos inductivos:**

  (¬): $\varphi = \neg\varphi_1$

  Si **HI:** φ_1 contiene n veces "(" y n veces ")",
  entonces φ también contiene n veces "(" y n veces ")" .

  (□): $\varphi = (\varphi_1 \,\square\, \varphi_2)$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
sabe que el contenido es ilícito o lesiona bienes o derechos

La construcción de cualquier fórmula determina unívocamente su estructura sintáctica.

Principio de unicidad estructural para fórmulas proposicionales (PUE)

Toda fórmula $\varphi \in L_\Sigma$ cae dentro de uno y sólo uno de los casos siguientes:

- **(At)**: φ es atómica
- **($\neg$)**: $\varphi = \neg\varphi_1$ para cierta fórmula φ_1 unívocamente determinada.
- **($\square$)**: $\varphi = (\varphi_1 \square \varphi_2)$ para cierta conectiva $\square$ y ciertas fórmulas φ_1 y φ_2 unívocamente determinadas.

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
se da traslado a su contenido en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

A cada $\varphi \in L_\Sigma$ se le puede asociar un árbol unívocamente determinado por φ que representa su estructura de construcción y que se denomina **árbol estructural** de φ.

Dem:

Por PIE y PUE:

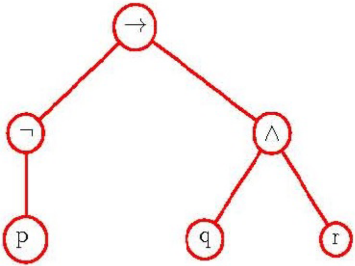
(At)	($\neg$)	($\square$)
$\varphi \in \{\bot, \top\} \cup \Sigma$	$\varphi = \neg\varphi_1$	$\varphi = (\varphi_1 \square \varphi_2)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
ada, si la página contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej: Árbol estructural de $(\neg p \to (q \wedge r))$:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
... la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Principio de recursión estructural para fórmulas proposicionales (PRE)

Dado cualquier conjunto A , para definir una función $f : L_\Sigma \to A$ es válido utilizar el siguiente esquema recursivo:

- **Casos base:**

  (At): Para φ atómica:
  $f(\varphi) = \cdots$ valor explícito $\cdots$

- **Casos recursivos:**

  (¬): $f(\neg\varphi) =$ valor dependiendo de $f(\varphi)$.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
de la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

El **vocabulario** *de una fórmula* $\varphi \in L_\Sigma$ *es el conjunto finito formado por todos los símbolos de proposición* $p \in \Sigma$ *que aparecen en* φ.

Definición recursiva de $voc : L_\Sigma \to \wp(\Sigma)$ que asocia a cada fórmula proposicional su vocabulario:

- **Casos base:**

  (At):

  $$voc(\top) = \emptyset$$
  $$voc(\bot) = \emptyset$$
  $$\forall p \in \Sigma \quad voc(p) = \{p\}$$

  - **Casos recursivos:**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

El lenguaje de la lógica proposicional

Principio de recursión estructural para fórmulas proposicionales (PRE) (3)

Def:

Dadas $\varphi, \psi \in L_\Sigma$, ψ *es una* **subfórmula de** φ *si una parte de* φ *formada por símbolos consecutivos es idéntica a* ψ*. En este caso el árbol estructural de* ψ *es un subárbol del árbol estructural de* φ*.*

Definición recursiva de $CSub : L_\Sigma \to \wp(L_\Sigma)$ que asocia a cada fórmula su conjunto de subfórmulas:

- **Casos base:**

  (At):

  $$CSub(\top) = \{\top\}$$
  $$CSub(\bot) = \{\bot\}$$
  $$\forall p \in \Sigma \quad CSub(p) = \{p\}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: Dada $\varphi = (\neg p \to (q \wedge \neg r))$:

$$voc(\varphi) = \{p, q, r\}$$

$$CSub(\varphi) = \{\neg p, p, q, r, \neg r, (q \wedge \neg r), \varphi\}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Escritura abreviada de fórmulas proposicionales

• Una fórmula está **correctamente** escrita en **forma abreviada** si cumple los siguientes convenios:

- Omite los paréntesis externos.
- Las conectivas tienen el siguiente orden de prioridad:

$$\neg > \wedge > \vee > \rightarrow > \leftrightarrow$$

- Las conectivas $\wedge, \vee, \rightarrow$ asocian por la derecha.

Ej.:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

El lenguaje de la lógica proposicional

Semántica

Interpretaciones que dan un significado a las construcciones sintácticamente correctas.

- **Valores veritativos:** 0 para falso y 1 para cierto.
- **Valoración de la signatura Σ:** Una aplicación $v : \Sigma \to \{0,1\}$.

  Obs.: Si $|\Sigma| = n$, entonces hay 2^n valoraciones posibles para Σ
- **Interpretaciones de las conectivas** o **tablas de verdad** de las conectivas:
  - Tabla de verdad de la conectiva unaria $\neg$: Es la aplicación $v_\neg : \{0,1\} \to \{0,1\}$ dada por la tabla:

x	$v_\neg(x)$
0	1
1	0

  - Tabla de verdad de las conectivas binarias $\Box$: Son las aplicaciones $v_\Box : \{0,1\} \times \{0,1\} \to \{0,1\}$ dadas por la tabla:

x	y	$v_\wedge(x,y)$	$v_\vee(x,y)$	$v_\to(x,y)$	$v_\leftrightarrow(x,y)$

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Dadas $\varphi \in L_\Sigma$ *y* $v : \Sigma \to \{0,1\}$, **el valor veritativo de φ en v** *se define recursivamente por la función* $[\![\cdot]\!]^v : L_\Sigma \to \{0,1\}$ *así:*

- **Casos base:**

$$
\begin{array}{ll}
(\top) & [\![\top]\!]^v = 1 \\
(\bot) & [\![\bot]\!]^v = 0 \\
(\Sigma) & [\![p]\!]^v = v(p) \quad \forall p \in \Sigma
\end{array}
$$

- **Casos recursivos:**

$(\neg)$: $[\![\neg\varphi]\!]^v = v_\neg([\![\varphi]\!]^v)$

$(\Box)$: $[\![(\varphi_1 \Box \varphi_2)]\!]^v = v_\Box([\![\varphi_1]\!]^v, ([\![\varphi_2]\!]^v)$

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.:

Dadas $\varphi = (p \to (q \leftrightarrow \neg r))$ y $v : \Sigma \to \{0, 1\}$ tal que

$$v(p) = v(r) = 0, v(q) = 1:$$

$$[\![\varphi]\!]^v = v_\to ([\![p]\!]^v, [\![(q \leftrightarrow \neg r)]\!]^v) = v_\to (0, v_\leftrightarrow ([\![q]\!]^v, [\![\neg r]\!]^v)) = 1$$

p	q	r	¬ r	(q ↔ ¬ r)	φ
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
a la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Dadas $\varphi \in L_\Sigma$ *y* $v : \Sigma \to \{0, 1\}$ *:*

- *Si* $[\![\varphi]\!]^v = 1$ *, decimos que* v **satisface** φ*, o que* v **es modelo de** φ *y escribimos* $v \models \varphi$*.*
  $Mod(\varphi)$ *denota el conjunto de todos los modelos de* φ
- *Si* $[\![\varphi]\!]^v = 0$ *, decimos que* v **no satisface** φ*, o que* v **no es modelo de** φ *y escribimos* $v \not\models \varphi$*.*
- φ *es* **satisfactible** *si existe una valoración* v *que satisface* φ*.*
- φ *es* **insatisfactible** *si no existe ninguna valoración* v *que satisfaga* φ

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.:

Dada $\varphi = (p \to (q \leftrightarrow \neg r))$:

p	q	r	$\neg$ r	(q $\leftrightarrow$ $\neg$ r)	φ
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Tabla : Tabla de verdad de $(p \to (q \leftrightarrow \neg r))$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

la tabla anterior

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
...dad de la ... contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Dados $\Phi \subseteq L_\Sigma$ *y* $v : \Sigma \to \{0,1\}$ *:*

- *Si* $v \models \varphi$, *para* **cada** $\varphi \in \Phi$ *decimos que* v **satisface** Φ, *o que* v **es modelo de** Φ *y escribimos* $v \models \Phi$.
  $Mod(\Phi)$ *denota el conjunto de todos los modelos de* Φ
- *Si* $v \not\models \varphi$,*para* **alguna** $\varphi \in \Phi$ *decimos que* v **no satisface** Φ, *o que* v **no es modelo de** Φ *y escribimos* $v \not\models \Phi$.
- Φ *es* **satisfactible** *si existe una valoración* v *que satisface* Φ.
  (Obs.: $\Phi = \emptyset$ es satisfactible)
- Φ *es* **insatisfactible** *si no existe ninguna valoración* v *que satisfaga* Φ.

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.:
$\Phi = \{p \to q, \neg q\}$ es satisfactible pero $\Phi_1 = \{p \to q, \neg q, p\}$ es insatisfactible.

p	q	$\neg$ q	(p $\to$ q)
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1

- $v(p) = v(q) = 0, \quad v \models \Phi.$
- $v \not\models \Phi_1$ para toda valoración v. (Ninguna valoración satisface las

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

Def:

- *Una fórmula* φ *es una* **tautología** *si* $v \models \varphi$ *(es cierta)* *para toda valoración* $v : \Sigma \to \{0,1\}$.
- *Una fórmula* φ *es una* **contradicción** *si* $v \not\models \varphi$ *(es falsa)* *para toda valoración* $v : \Sigma \to \{0,1\}$.
- *Una fórmula* φ *es una* **contingencia** *si existen al menos dos valoraciones distintas* $v_1, v_2 : \Sigma \to \{0,1\}$ *tales que* $v_1 \models \varphi$ *y* $v_2 \not\models \varphi$ *(no es ni tautología ni contradicción).*

p	$\neg p$	$(p \vee \neg p)$	$(p \wedge \neg p)$	$(p \to \neg p)$
1	0	1	0	0

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
de la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.:
$((p \to q) \wedge (p \wedge \neg q))$ es contradicción.

Dem.:
Supongamos que existe $v : \Sigma \to \{0, 1\}$ tal que $[\![\varphi]\!]^v = 1$

$[\![\varphi]\!]^v = v_\wedge \left([\![(p \to q)]\!]^v, [\![(p \wedge \neg q)]\!]^v\right) = 1$

Luego $[\![(p \to q)]\!]^v = 1, [\![(p \wedge \neg q)]\!]^v = 1$

Pero $[\![(p \to q)]\!]^v = v_\to \left([\![p]\!]^v, [\![q]\!]^v\right), \ [\![(p \wedge \neg q)]\!]^v = v_\wedge \left([\![p]\!]^v, [\![\neg q]\!]^v\right)$

Luego debería cumplirse $v_\to \left([\![p]\!]^v, [\![q]\!]^v\right) = 1, v(p) = 1, v_\neg(v(q)) = 1$

Y llegamos al absurdo $v_\to \left([\![p]\!]^v, [\![q]\!]^v\right) = 1, v(p) = 1, v(q) = 0$

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Dadas $\chi, \varphi_1, \cdots \varphi_n \in L_\Sigma$ *y* n *símbolos de proposición diferentes* $p_1, p_2 \cdots p_n \in \Sigma$, $\chi' = \chi[p_1/\varphi_1, p_2/\varphi_2, ...p_n/\varphi_n]$ *designa a la fórmula resultante de sustituir simultáneamente en* χ *todas las apariciones de* p_i *por* φ_i *y decimos que* χ' *es un caso particular de* χ.

Teorema: Si χ es tautología entonces cualquier caso particular χ' de χ es tautología.

Dem: El valor veritativo de $\chi' = \chi[p_1/\varphi_1, p_2/\varphi_2, ...p_n/\varphi_n]$ bajo cualquier valoración v dada, será el mismo que el de χ bajo la valoración v' que

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

PROP.: Una fórmula proposicional φ es contradicción si y sólo si $\neg\varphi$ es una tautología, y viceversa.

Dem: ...

COROLARIO.: Cualquier caso particular de una contradicción es una contradicción.

Dem: ...

PROP.: Dado $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \cdots \varphi_n\} \subseteq L_\Sigma$,
Φ es insatisfactible si y sólo si $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \cdots \wedge \varphi_n$ es una contradicción.

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Dados $\Phi \in L_\Sigma$ (conjunto de premisas o hipótesis) y $\psi \in L_\Sigma$ (conclusión o tesis), decimos que ψ es **consecuencia lógica** *de Φ, lo que escribiremos $\Phi \models \psi$, si todo modelo de Φ lo es de ψ (i.e. si $v \models \Phi$ entonces $v \models \psi$, $\forall v : \Sigma \to \{0,1\}$)*

- A $\Phi \models \psi$ se le llama regla de inferencia.
- $\Phi \not\models \psi$ denota que ψ no es consecuencia lógica de Φ (i.e. hay al menos un modelo de Φ que no es modelo de ψ)
- $\models \psi$ abrevia $\emptyset \models \psi$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

$$\text{Premisas}\begin{cases}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \vdots\\ \varphi_n\end{cases}$$
$$\text{Conclusión} \quad \therefore \psi$$

Podemos establecer la validez lógica de un razonamiento formalizándolo en la lógica proposicional y comprobando que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas.

Ej.: Si encuentras esto difícil entonces no eres inteligente o no lo has trabajado. Lo has trabajado y eres inteligente luego no lo encontrarás difícil.

Premisas $\begin{cases}(p \to (\neg q \vee \neg r))\\ (r \wedge q)\end{cases}$

p :Encuentras esto difícil

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS

LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC

CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

salvaguardia contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ejemplo de razonamiento lógicamente correcto:

Si encuentras esto difícil entonces no eres inteligente o no lo has trabajado.
Lo has trabajado y eres inteligente luego no lo encontrarás difícil.

Premisas $\begin{cases} (p \to (\neg q \vee \neg r)) \\ (r \wedge q) \end{cases}$

Conclusión $\therefore\ \neg p$

p :Encuentras esto difícil
q :Eres inteligente
r :Lo has trabajado

p	q	r	¬ q	¬ r	(¬ q ∨ ¬ r)	((p → (¬ q ∨ ¬ r))	(r ∧ q)	¬ p
0	0	0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	[illegible]	[illegible]	0	[illegible]

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Regla de inferencia: $(p \to (\neg q \vee \neg r)),\ (r \wedge q) \models \neg p$

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
autorización para acceder a su contenido en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Prop.: $\models \psi$ si y sólo si ψ es una tautología.

Dem: ...

Prop.: Si $\Phi \subseteq L_\Sigma$ es insatisfactible entonces $\Phi \models \psi$ para cualquier fórmula $\psi \in L_\Sigma$.
(De falso puede concluirse cualquier cosa)

Dem:
$\Phi \subseteq L_\Sigma$ es insatisfactible si y sólo si no existe $v : \Sigma \to \{0, 1\}$ tal que $v \models \Phi$. Luego $\Phi \models \psi$ pues no hay ningún modelo de Φ para el que ψ sea

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Relación entre consecuencia lógica, tautologías y contradicciones. (2)

TEOREMA DE LA DEDUCCIÓN: Sean $\Phi \subseteq L_\Sigma$ y $\varphi, \psi, \varphi_1, \cdots \varphi_n \in L_\Sigma$. Entonces

1) $\Phi \models (\varphi \to \psi)$ si y sólo si $\Phi \cup \{\varphi\} \models \psi$

2) $\Phi \models \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \to \psi$ si y sólo si $\Phi \cup \{\varphi_1, \cdots, \varphi_n\} \models \psi$

3) $\varphi_1, \cdots, \varphi_n \models \psi \Leftrightarrow\ \models \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \to \psi$

$\Leftrightarrow \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \to \psi$ es una tautología.

Dem: ...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: Si encuentras esto difícil entonces no eres inteligente o no lo has trabajado. Lo has trabajado y eres inteligente luego no lo encontrarás difícil.

Premisas $\begin{cases} (p \to (\neg q \vee \neg r)) \\ (r \wedge q) \end{cases}$

Conclusión $\therefore\ \neg p$

p :Encuentras esto difícil
q :Eres inteligente
r :Lo has trabajado

Implicación lógica relacionada: φ: $(((p \to (\neg q \vee \neg r)) \wedge (r \wedge q)) \to \neg p)$

p	q	r	¬ q	¬ r	¬ q ∨¬ r	p→ (¬ q ∨¬ r)	r ∧ q	¬ p	(p → (¬ q ∨¬ r)) ∧ (r ∧ q)	φ
0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
es ilícita o lesiona bienes o derechos

Teorema de la reducción al absurdo: Sean $\Phi \subseteq L_\Sigma$ y $\varphi, \psi, \varphi_1, \cdots \varphi_n \in L_\Sigma$. Entonces

1) $\Phi \models \psi$ si y sólo si $\Phi \cup \{\neg\psi\}$ es insatisfactible

2) $\varphi_1, \cdots, \varphi_n \models \psi \Leftrightarrow \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \wedge \neg\psi$ es una contradicción.

Dem: ...

Corolario: Si existe $v : \Sigma \to \{0, 1\}$ tal que $v \models \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \wedge \neg\psi$ entonces ψ no es consecuencia lógica de $\{\varphi_1, \cdots, \varphi_n\}$ y a dicha v se la llama valoración contraejemplo

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: Refuta $(p \to q) \models q$ mediante una valoración contraejemplo.

Valoración contraejemplo: $v : \Sigma \to \{0,1\}, \quad v(p) = v(q) = 0$

$$
\begin{aligned}
[\![(p \to q) \wedge \neg q]\!]^v &= v_\wedge(v_\to(v(p), v(q)), v_\neg(v(q))) \\
&= v_\wedge(v_\to(0,0), v_\neg(0)) \\
&= v_\wedge(1,1) = 1
\end{aligned}
$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Dos fórmulas φ *y* ψ *son lógicamente equivalentes, y se escribe* $\varphi \sim \psi$*, si* $Mod(\varphi) = Mod(\psi)$ *(i.e.* $\forall v : \Sigma \to \{0,1\}\ \ [\![\varphi]\!]^v = [\![\psi]\!]^v$*).*

p	q	$\neg$ p	(p $\to$ q)	($\neg p \vee$q)	((p $\to$ q) $\leftrightarrow$ ($\neg p \vee$q))
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

Tabla : $(p \to q) \sim (\neg p \vee q)$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

$\varphi \not\sim \psi$ denota que φ y ψ no son lógicamente equivalentes.

p	q	r	$(p \to q)$	$(q \to r)$	$((p \to q) \to r)$	$(p \to (q \to r))$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Prop.:

1) $\sim \subseteq L_\Sigma \times L_\Sigma$ es una relación de equivalencia.

2) Dadas $\varphi, \psi \in L_\Sigma$ se tiene

$$\begin{aligned} \varphi \sim \psi &\Leftrightarrow \models \varphi \leftrightarrow \psi \\ &\Leftrightarrow \models \varphi \to \psi \text{ y } \models \psi \to \varphi \\ &\Leftrightarrow \varphi \models \psi \text{ y } \psi \models \varphi \end{aligned}$$

3) Dada $\varphi \in L_\Sigma$, φ es tautología si y sólo si $\varphi \sim \top$

4) Dada $\varphi \in L_\Sigma$, φ es contradicción si y sólo si $\varphi \sim \bot$

5) (Propiedad de reemplazamiento): Dadas $\varphi, \psi \in L_\Sigma$, si $\chi(\varphi)$ es una fórmula que contiene a φ y $\varphi \sim \psi$, entonces $\chi(\varphi) \sim \chi(\psi)$ siendo $\chi(\psi)$ el resultado de reemplazar una o varias apariciones de φ en χ por ψ

6) Dadas $\chi_1, \chi_2 \in L_\Sigma$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS

LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC

CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Leyes algebraicas de Boole. Dadas $\varphi, \psi, \chi \in L_\Sigma$

$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \sim \varphi \vee (\psi \vee \chi)$ $(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \sim \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$	Leyes de asociatividad
$\varphi \vee \psi \sim \psi \vee \varphi$ $\varphi \wedge \psi \sim \psi \wedge \varphi$	Leyes de conmutatividad
$\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \sim (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ $\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \sim (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$	Leyes de distributividad
$\neg(\varphi \vee \psi) \sim \neg\varphi \wedge \neg\psi$ $\neg(\varphi \wedge \psi) \sim \neg\varphi \vee \neg\psi$	Leyes de De Morgan
$\varphi \vee \varphi \sim \varphi$ $\varphi \wedge \varphi \sim \varphi$	Leyes de idempotencia
$\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \sim \varphi$ $\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \sim \varphi$	Leyes de absorción
$\varphi \vee \bot \sim \varphi$ $\varphi \wedge \top \sim \varphi$	Elemento neutro.Leyes de identidad
$\varphi \vee \top \sim \top$ $\varphi \wedge \bot \sim \bot$	Elemento nulo.Leyes de dominación
$\varphi \wedge \neg\varphi \sim \bot$ (Contradicción)	Leyes de negación

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Demostración de la ley de doble negación $\neg\neg\varphi \sim \varphi$:

p	$\neg p$	$\neg\neg$ p
0	1	0
1	0	1

Tabla : $\neg\neg p \sim p$

$$\neg\neg p[p/\varphi] \sim p[p/\varphi]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Leyes de relación entre conectivas

$\varphi \to \psi \sim \neg\varphi \lor \psi$	
$\varphi \to \psi \sim \neg\psi \to \neg\varphi$	(Contrarrecíproco o trasposición de $\varphi \to \psi$)
$\varphi \to \psi \sim \neg(\varphi \land \neg\psi)$	
$\varphi \leftrightarrow \psi \sim (\varphi \to \psi) \land (\psi \to \varphi)$	
$\varphi \leftrightarrow \psi \sim \neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi$	
$\varphi \lor \psi \sim \neg\varphi \to \psi \sim \neg\psi \to \varphi$	
$\varphi \land \psi \sim \neg(\varphi \to \neg\psi) \sim \neg(\psi \to \neg\varphi)$	
$\varphi \to \bot \sim \neg\varphi$	
$\varphi \to \top \sim \top$	
$\bot \to \varphi \sim \top$	
$\top \to \varphi \sim \varphi$	
$\varphi \land \psi \to \varphi \sim \top$	
$\varphi \land \psi \to \psi \sim \top$	Leyes de simplificación

Dem. de $\varphi \to \psi \sim \neg(\varphi \land \neg\psi)$ **:**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ejemplo de razonamiento lógicamente correcto:

Si encuentras esto difícil entonces no eres inteligente o no lo has trabajado.
Lo has trabajado y eres inteligente luego no lo encontrarás difícil.

$$\text{Premisas}\begin{cases}(p \to (\neg q \vee \neg r))\\ (r \wedge q)\end{cases}$$

$$\text{Conclusión} \quad \therefore \ \neg p$$

p :Encuentras esto difícil
q :Eres inteligente
r :Lo has trabajado

Implicación lógica relacionada: φ: $(((p \to (\neg\, q \vee\neg\, r)) \wedge (r \wedge q)) \to \neg\, p\ )$

$((p \to (\neg\, q \vee\neg\, r)) \wedge (r \wedge q)) \to \neg\, p$
$\sim \neg((p \to (\neg\, q \vee\neg\, r)) \wedge (r \wedge q)) \vee\neg\, p$ relación entre $\to, \neg$ y $\vee$
$\sim \neg((\neg p \vee (\neg\, q \vee\neg\, r)) \wedge (r \wedge q)) \vee\neg\, p$ relación entre $\to, \neg$ y $\vee$ y reemplazamiento
$\sim (\neg(\ \neg p \vee (\neg\, q \vee\neg\, r)) \vee\neg\, (r \wedge q)) \vee\neg\, p$ De Morgan y reemplazamiento
$\sim (\neg\neg p \wedge\neg\, (\neg\, q \vee\neg\, r) \vee\neg\, (r \wedge q)) \vee\neg\, p$ De Morgan y reemplazamiento

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si dada información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

- **Literal:** *cualquier fórmula de la forma* p *(literal positivo) o* $\neg\, p$ *(literal negativo), con* $p \in \Sigma$
- **Cláusula conjuntiva:** *cualquier fórmula que es una conjunción de literales.*
- **Cláusula disyuntiva:** *cualquier fórmula que es una disyunción de literales.*
- *Una fórmula está en* **forma normal conjuntiva (FNC)** *si es una conjunción de cláusulas disyuntivas.*
- *Una fórmula está en* **forma normal disjuntiva (FND)** *si es una*

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
está cuya información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Convenios:

- Un único literal puede considerarse, indistintamente, como conjunción o como disyunción.
- $\perp$ está en FND y es una cláusula disyuntiva (representa una disyunción vacía (trivialmente falsa)).
- $\top$ está en FNC y es una cláusula conjuntiva (representa una conjunción vacía (trivialmente cierta)).

Observaciones:

- Una única cláusula disyuntiva puede considerarse que está en FNC (con una cláusula) o en FND (con varias cláusulas conjuntivas unitarias (literal o $\perp$ o $\top$)).

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Formas normales conjuntiva y disyuntiva (3)

TEOREMA: Dada $\varphi \in L_\Sigma$, pueden construirse, usando sólo símbolos del vocabulario de φ , sendas fórmulas FND(φ) y FNC(φ) tales que

$$FND(\varphi) \sim \varphi, \quad FND(\varphi) \text{ está en FND}$$

$$FNC(\varphi) \sim \varphi, \quad FNC(\varphi) \text{ está en FNC}$$

(Obs: Las $FNC(\varphi)$ y $FND(\varphi)$ no son únicas.)

Dem:

- Si $\varphi = \bot$ entonces FND(φ) $= \bot$ y FNC(φ) $= \bot \wedge \bot$
- Si $\varphi = \top$ entonces FNC(φ) $= \top$ y FND(φ) $= \top \vee \top$
- En otro caso, si $Mod(\varphi) = \{v_1, \cdots, v_m\}$ con $m > 0$ y $voc(\varphi) = \{p_1, \cdots, p_n\}$ con $n > 0$, definimos

$FND(\varphi) = \bigvee \varphi_v = \varphi_{v_1} \vee \cdots \vee \varphi_{v_m}$ siendo $\varphi_{v_i} = \lambda_{i,1} \wedge \lambda_{i,2} \wedge \cdots \wedge \lambda_{i,n}$ donde

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
ada por la contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: Escritura en FND y FNC de $\varphi = ((p \to q) \to r)$

a) **A partir de su tabla de verdad**

p	q	r	$(p \to q)$	$((p \to q) \to r)$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$FND(\varphi) = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
adquirido conocimiento efectivo de que la información almacenada es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: Escritura en FND y FNC de $\varphi = ((p \to q) \to r)$

b) **A partir de equivalencias lógicas**

$\varphi = ((p \to q) \to r)$	
$\sim (\neg(p \to q) \vee r)$	relación entre $\to, \neg$ y $\vee$
$\sim (\neg\,(\neg\, p \vee q) \vee r)$	relación entre $\to, \neg$ y $\vee$ y reemplazamiento
$\sim (p \wedge \neg\, q) \vee r = \mathrm{FND}(\varphi)$	De Morgan, doble negación y reemplazamiento
$\sim (p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) = \mathrm{FNC}(\varphi)$	distributividad

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Leyes de equivalencia lógica para simplificación de fórmulas en forma normal.

$$\textbf{(DIS)} \quad (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi) \sim \varphi$$

$$\textbf{(CON)} \quad (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \neg\psi) \sim \varphi$$

y en ambos casos se dice que las dos cláusulas asocian con respecto a ψ

Ej.: $\varphi = ((p \to q) \to r)$

$$FND(\varphi) = \underbrace{(\neg p \wedge \neg q \wedge r)}_{C_1} \vee \underbrace{(\neg p \wedge q \wedge r)}_{C_2} \vee \underbrace{(p \wedge \neg q \wedge \neg r)}_{C_3} \vee \underbrace{(p \wedge \neg q \wedge r)}_{C_4} \vee \underbrace{(p \wedge q \wedge r)}_{C_5}$$

$\sim (\neg p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r)$ por idempotencia, reemplazamiento y

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS

LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC

CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej.: $\varphi = ((p \rightarrow q) \rightarrow r)$

$$FNC(\varphi) = \underbrace{(p \vee q \vee r)}_{C_1} \wedge \underbrace{(p \vee \neg q \vee r)}_{C_2} \wedge \underbrace{(\neg p \vee \neg q \vee r)}_{C_3}$$

$\sim (p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$ por idempotencia, reemplazamiento y

(CON): C_1 y C_2 asocian respecto a q

C_2 y C_3 asocian respecto a p

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
alguna información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Método de cálculo lógico que permite:

- Decidir si una fórmula dada es consecuencia lógica de unas premisas y construir un contraejemplo en el caso de que no lo sea.
- Decidir si un conjunto de fórmulas es satisfactible.
- Decidir si una fórmula es tautología.
- Calcular formas normales conjuntivas y disyuntivas.

Método de deducción alternativo a las tablas de verdad:

- Menos costoso en muchos casos que las tablas de verdad.
- Extensible a otras lógicas en las que las tablas de verdad dejan de

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
adaptada a su contenido, o en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

- **Procedimiento de refutación:** Para demostrar $\Phi \models \phi$ intenta demostrar que $\Phi \cup \{\neg\phi\}$ es insatisfactible. Para demostrar que φ es tautología, intenta demostrar que $\neg\varphi$ es contradicción.
- **Idea base:** Cada fórmula proposicional compuesta o es un literal negativo o es simplificable o es lógicamente equivalente a la disyuncción o conjunción de otras dos fórmulas más sencillas.

Fórmulas simplificables: $\sigma \sim \sigma_1$		Fórmulas conjuntivas: $\alpha \sim \alpha_1 \wedge \alpha_2$			Fórmulas disyuntivas: $\beta \sim \beta_1 \vee \beta_2$		
σ	σ_1	α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\neg\top$	$\bot$	$\varphi \wedge \psi$	φ	ψ	$\varphi \vee \psi$	φ	ψ
$\neg\bot$	$\top$	$\neg(\varphi \vee \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\neg\neg\varphi$	φ	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

El estudio de σ, α o β se reduce al de sus constituyentes.

Esquemas de reducción

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} \qquad \frac{\alpha}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}} \qquad \frac{\beta}{\beta_1 \mid \beta_2}$$

- Para fórmulas simplificables $\sigma \sim \sigma_1$: Para satisfacer σ basta con satisfacer σ_1
- Para fórmulas conjuntivas $\alpha \sim \alpha_1 \wedge \alpha_2$: Para satisfacer α basta con satisfacer α_1 **y** α_2 conjuntamente.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Un **árbol de fórmulas es** *un árbol unario-binario cuyos nodos están etiquetados por fórmulas. Una* **rama** θ *de un árbol de fórmulas se llama* **cerrada** *si* $\perp$ *aparece en* θ *o para alguna fórmula* φ *aparecen en* θ *tanto* φ *como* $\neg\varphi$*. A las ramas que no son cerradas se las llama abiertas.*

Def:

Un **tableau** T *para un conjunto finito de fórmulas* $\Phi = \{\varphi_1, \cdots, \varphi_n\}$ *es cualquier árbol de fórmulas construído en un número finito de pasos mediante las siguientes reglas de formación:*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
adquirida ... en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

- **Regla de inicialización** $[R_{ini}]$: El árbol de fórmulas

$$\begin{array}{c} \varphi_1 \\ | \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{n-1} \\ | \\ \varphi_n \end{array}$$

formado con una sola rama con nodos etiquetados con las fórmulas de Φ es

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
señalada, el contenido en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

- **Reglas de reducción:** Si T es un tableau para Φ y T' se obtiene a partir de T por alguna de las reglas siguientes, entonces T' también es un tableau para Φ.
  - $[R_\sigma]$: Si θ es una rama abierta de T con un nodo etiquetado con una fórmula simplificable σ, se obtiene T' alargando θ con σ_1.
    No se aplica esta regla si σ_1 ya aparecía en θ.
  - $[R_\alpha]$: Si θ es una rama abierta de T con un nodo etiquetado con una fórmula conjuntiva α, se obtiene T' alargando θ con dos nodos etiquetados con las constituyentes α_1 y α_2.
    No se aplica esta regla si α_1 **y** α_2 ya aparecían en θ. Si sólo aparece en θ uno de los dos constituyentes, se obtiene T' alargando θ con un nodo etiquetado con el otro constituyente.
  - $[R_\beta]$: Si θ es una rama abierta de T con un nodo etiquetado con una fórmula disyuntiva β, se obtiene T' añadiendo como hijos de θ dos

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Un tableau queda **terminado** cuando no se puede aplicar ninguna regla.

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Un **tableau** *se llama* **cerrado** *si todas sus ramas están cerradas. Las ramas cerradas se marcan con $\sharp$ seguido de un identificador de los nodos que hacen que la rama se cierre; las ramas que quedan abiertas se marcan con $\Uparrow$.*

- Cada rama del árbol representará un escenario en el que estudiamos si se pueden satisfacer todas las fórmulas del conjunto de fórmulas en estudio.
  - Si en una misma rama aparecen una fórmula y su negación, esa rama representa un escenario imposible ("cierra"). La situación que plantea esa rama es insatisfactible.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Ej:

$$\begin{array}{c} \varphi \to (\neg\psi \vee \neg\gamma) \\ \gamma \wedge \psi \\ \hline \therefore \neg\varphi \end{array}$$

$$\Phi = \{(\varphi \to (\neg\psi \vee \neg\gamma)), (\gamma \wedge \psi), \neg\neg\varphi\}$$

Veamos mediante tableaux que $\varphi \to (\neg\psi \vee \neg\gamma), \gamma \wedge \psi \models \neg\varphi$

(1)	$\varphi \to (\neg\psi \vee \neg\gamma)$	
(2)	$\gamma \wedge \psi$	
(3)	$\neg\neg\varphi$	$[R_{ini}]$
(4)	φ	$[R_\sigma, 3]$
(5)	γ	
(6)	ψ	$[R_\alpha, 2]$

$\sharp(6,9)$ $\sharp(5,10)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS

LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC

CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Heurísticas

- Dependiendo del orden en que se apliquen las reglas de formación se pueden construir tableaux diferentes para un mismo conjunto de fórmulas:
  - Cada vez que se reduzca una fórmula conviene trasladar las fórmulas constituyentes <u>a todas las ramas abiertas</u> que pasen por el nodo de la fórmula.
  - Es mejor reducir primero las fórmulas simplificables y conjuntivas para evitar demasiadas bifurcaciones.
  - Entre las disyuntivas conviene reducir primero las que vayan a producir que alguna rama se cierre inmediatamente.

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
adaptación contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Def:

Si para el conjunto de fórmulas Φ *puede construirse un tableau cerrado* T, *diremos que* T *prueba la insastifactibilidad de* Φ. *En particular si* $\Phi = \Phi_0 \cup \{\neg\psi\}$ *se dice que* **prueba por refutación** *que* $\Phi_0 \models \psi$ *lo que se escribe* $\Phi_0 \vdash_{tb} \psi$

Def:

Si θ *es una rama abierta de un tableau terminado, se define(n) la(s) valoración(es) asociada(s):*

$$\begin{cases} 1 & \text{si } p \text{ aparece en } \theta \end{cases}$$

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
cualquier información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Teorema fundamental de los tableaux

Dado $\Phi \subseteq L_\Sigma$

1. Φ es insatisfactible si y sólo si Φ tiene un tableau cerrado.
2. $\Phi \models \psi$ si y sólo si $\Phi \vdash_{tb} \psi$.
3. Si T es un tableau terminado y no cerrado de Φ, cada rama abierta θ cumple $v_\theta \models \Phi$. En particular, si $\Phi = \Phi_0 \cup \{\neg\psi\}$, entonces v_θ es una valoración contraejemplo que prueba $\Phi_0 \not\models \psi$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS

LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC

CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer

si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos

Cálculo de formas normales con tableaux.

Dada $\varphi \in L_\Sigma$

1. Construir un tableau terminado T para φ
2. Si T es cerrado: $FND(\varphi) = \bot$ y $FNC(\varphi) = \bot \wedge \bot$.
3. Si T no es cerrado:
    - Para cada rama abierta θ se construye la conjunción φ_θ de todos los literales que etiquetan nodos de la rama θ.

$$FND(\varphi) = \bigvee_{\theta \text{ rama abierta de } T} \varphi_\theta$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comer
... en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos