



**Universidad
Europea de Madrid**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

ESPACIOS VECTORIALES

LA SUMA DIRECTA

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

© Todos los derechos de propiedad intelectual de esta obra pertenecen en exclusiva a la Universidad Europea de Madrid, S.L.U. Queda terminantemente prohibida la reproducción, puesta a disposición del público y en general cualquier otra forma de explotación de toda o parte de la misma.

La utilización no autorizada de esta obra, así como los perjuicios ocasionados en los derechos de propiedad intelectual e industrial de la Universidad Europea de Madrid, S.L.U., darán lugar al ejercicio de las acciones que legalmente le correspondan y, en su caso, a las responsabilidades que de dicho

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Índice

Presentación	4
Subespacio intersección	5
Subespacio suma	6
Subespacio unión	7
El teorema de Grassman	9
Continuando con Grassman	11
Suma directa	13
Estudio práctico de una intersección	15
La intersección como subespacio I	16
La intersección como subespacio II	18
Estudio práctico de una suma	19
Resumen	21



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Presentación

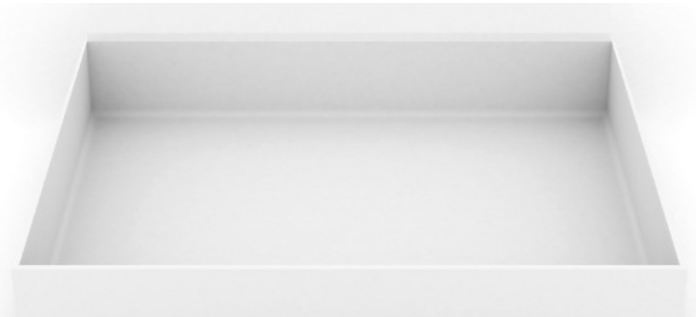
Los subespacios vectoriales ya no son ningún misterio. Sabemos cómo se organizan, cómo se expresan y cómo se calculan. Lo único que falta por estudiar ahora es como se relacionan entre sí.

Las operaciones más sencillas del álgebra de Boole: suma, intersección y unión, nos van a servir de trampolín de salida para el estudio de las relaciones entre subespacios. De estas relaciones, veremos como nacen relaciones nuevas, en ocasiones más sencillas, en ocasiones más complejas.

En el espacio geométrico ordinario, la intersección de dos planos, dará lugar a una recta en la mayoría de los casos. Ese es un caso muy sencillo, pero al final, cualquier problema en su planteamiento teórico deberá responder a una serie de condiciones de contorno. Estas condiciones se formulan según las normas que vamos a estudiar ahora.

En este tema aprenderás:

- Cómo se interrelacionan entre sí los espacios vectoriales.
- Cómo son las intersecciones, uniones y sumas de subespacios.
- Cómo se llevan a la práctica cada uno de los conocimientos adquiridos.
- Y mucho más.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

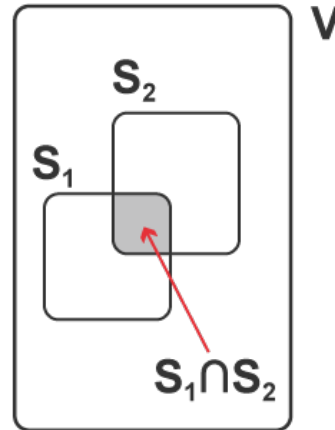
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Subespacio intersección

La intersección de subespacios siempre es subespacio. Es el subespacio formado por aquellos vectores que tienen en común dos o más subespacios.

Hay que tener en cuenta que como el vector nulo está necesariamente incluido en todos los subespacios, la intersección entre dos subespacios cualesquiera de un mismo espacio siempre es posible debido a que el vector nulo siempre formará parte de ella.



Subespacio intersección

Analíticamente se enuncia así:

Dado un espacio vectorial V y dos subespacios conocidos del mismo S_1 y S_2 , el subespacio intersección de S_1 con S_2 es:

$$S_1 \cap S_2 = \{\vec{x} \in V / \vec{x} \in S_1 \wedge \vec{x} \in S_2\}.$$

Que se leería: " S_1 intersección S_2 está formado por aquellos vectores \vec{x} del espacio V tales que esos vectores pertenezcan al subespacio S_1 y al subespacio S_2 ".



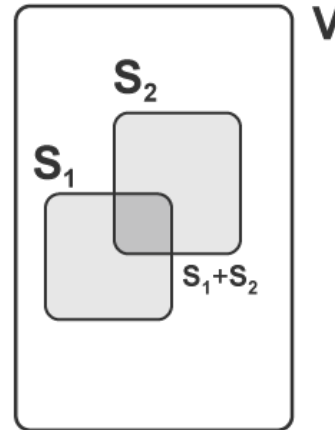
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Subespacio suma

La suma de subespacios siempre es subespacio. Es el subespacio formado por aquellos vectores que pueden descomponerse en la suma de vectores de otros dos subespacios dados.

Hay que tener en cuenta que como el vector nulo está necesariamente incluido en todos los subespacios, la suma entre dos subespacios cualesquiera de un mismo espacio siempre es posible debido a que el vector nulo siempre formará parte de ella.



Subespacio Suma

Analíticamente se enuncia así:

Dado un espacio vectorial V y dos subespacios conocidos del mismo S_1 y S_2 , el subespacio suma de S_1 con S_2 es

$$S_1 + S_2 = \left\{ \vec{x} \in V / \vec{x} = \underbrace{\vec{x}_1}_{\in S_1} + \underbrace{\vec{x}_2}_{S_2} \right\}.$$

Que se leería: " S_1 sumado a S_2 está formado por aquellos vectores \vec{x} del espacio V tales que esos vectores puedan escribirse como la suma de un vector \vec{x}_1 perteneciente al subespacio S_1 y otro \vec{x}_2 perteneciente al subespacio S_2 ".



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

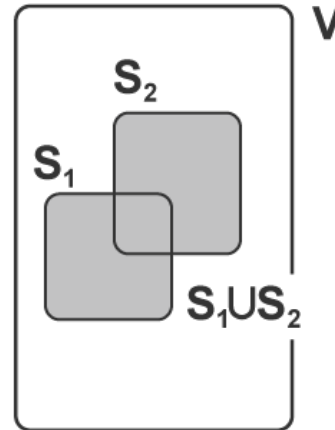
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Subespacio unión

La unión de subespacios generalmente **NO** es subespacio. Es el conjunto formado por aquellos vectores que, dado un grupo de subespacios, pertenecen a uno u otro de ellos.

Hay que tener en cuenta que, como el vector nulo está necesariamente incluido en todos los subespacios, la unión entre dos subespacios cualesquiera de un mismo espacio siempre es posible debido a que el vector nulo siempre formará parte de ella.



Subespacio Unión

Análíticamente se enuncia así:

Dado un espacio vectorial V y dos subespacios conocidos del mismo S_1 y S_2 , el conjunto unión de S_1 con S_2 es $S_1 \cup S_2 = \{\vec{x} \in V / \vec{x} \in S_1 \vee \vec{x} \in S_2\}$.

Que se leería: "S₁ unión S₂ está formado por aquellos vectores \vec{x} del espacio V tales que esos vectores pertenezcan al subespacio S_1 o al subespacio S_2 ".

Existen un par de excepciones dónde la unión si es subespacio siempre y son las siguientes:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$S_1 \cup S_2$ es subespacio $\Leftrightarrow S_1 \subseteq S_2$ o bien $S_1 \supseteq S_2$

Ya que:

$$\text{Si } S_1 \subseteq S_2 \Rightarrow S_1 \cup S_2 = S_2$$

$$\text{Si } S_2 \subseteq S_1 \Rightarrow S_1 \cup S_2 = S_1$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

El teorema de Grassman

A continuación vamos a aprender una propiedad muy importante de los subespacios que vincula las dimensiones de los subespacios intersección y suma con la dimensión del subespacio que los forma. Esta propiedad fue enunciada por Hermann Günther Grassmann, matemático alemán decimonónico, y se la conoce bajo el nombre de **Teorema de Grassman**.



Dado un espacio de dimensión finita $V(K)$ y dos subespacios suyos S_1 y S_2 , se puede demostrar que se cumple que: $\dim(S_1) + \dim(S_2) = \dim(S_1 + S_2) + \dim(S_1 \cap S_2)$

Sea $\dim(S_1 \cap S_2) = p$ y $B = \{\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p\}$ una base de $S_1 \cap S_2$, siendo $\dim(S_1)=n$ y $\dim(S_2)=m$.

Los casos $p=n$ ó $p=m$ son triviales, pues el subespacio suma sería uno de los iniciales y el subespacio intersección el otro. Se supondrá, por tanto, que $p < n$ y $p < m$.

Sean $B_1 = \{\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p, \vec{e}_{p+1}, \dots, \vec{e}_n\}$ una base de S_1 y $B_2 = \{\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p, \vec{v}_{p+1}, \dots, \vec{v}_m\}$ una base de S_2 . Obtenidas ambas por ampliación de B .

En el caso $p=0$, B_1 y B_2 serían dos bases cualesquiera de S_1 y S_2 respectivamente.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Se demuestra que:

$B_3 = \{\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p, \vec{e}_{p+1}, \dots, \vec{e}_n, \vec{v}_{p+1}, \dots, \vec{v}_m\}$ es una base de $S_1 + S_2$.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Continuando con Grassman

Hemos dicho que $B_3 = \{\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p, \vec{e}_{p+1}, \dots, \vec{e}_n, \vec{v}_{p+1}, \dots, \vec{v}_m\}$ es una base de $S_1 + S_2$. Demostrémoslo:


B_3 es sistema libre:

Si $\lambda_1 \vec{e}_1 + \dots + \lambda_n \vec{e}_n + \mu_{p+1} \vec{v}_{p+1} + \dots + \mu_m \vec{v}_m = \vec{0}$ (1)

Sea $\vec{x} = \mu_{p+1} \vec{v}_{p+1} + \dots + \mu_m \vec{v}_m = -(\lambda_1 \vec{e}_1 + \dots + \lambda_n \vec{e}_n) \rightarrow \vec{x} \in S_1 \cap S_2$ ya que según la primera de sus expresiones es combinación lineal de los vectores de B_2 , y según la segunda, es combinación lineal de los de B_1 . Por tanto \vec{x} es combinación lineal de los vectores de B_1 , pudiendo escribirse:

$$\vec{x} = \mu_{p+1} \vec{v}_{p+1} + \dots + \mu_m \vec{v}_m = \alpha_1 \vec{e}_1 + \dots + \alpha_p \vec{e}_p \rightarrow \vec{x} = \alpha_1 \vec{e}_1 + \dots + \alpha_p \vec{e}_p - \mu_{p+1} \vec{v}_{p+1} - \dots - \mu_m \vec{v}_m = \vec{0} \rightarrow$$

$$\rightarrow (\text{dado que } B_2 \text{ es sistema libre}) \rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \dots = \alpha_p = 0 \\ \mu_{p+1} = \dots = \mu_m = 0 \end{cases}$$



1/3 

Entrando en la expresión (1) de partida con $\mu_{p+1} = \dots = \mu_m = 0$ y dado que B_1 es sistema libre, obtenemos de inmediato que $\lambda_1 = \dots = \lambda_n = 0$. Siendo por tanto nulos todos los escalares de la combinación de partida.

B_3 genera $S_1 + S_2$.

$\forall \vec{x} \in S_1 + S_2 \rightarrow \exists \vec{x}_1 \in S_1 \wedge \exists \vec{x}_2 \in S_2 / \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$. Como $\vec{x}_1 \in S_1$ y B_1 es base de S_1 , puede ponerse:

$$\vec{x}_1 = \lambda_1 \vec{e}_1 + \dots + \lambda_p \vec{e}_p + \lambda_{p+1} \vec{e}_{p+1} + \dots + \lambda_n \vec{e}_n$$

 2/3 



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Análogamente:

$$\vec{x}_2 = \alpha_1 \vec{e}_1 + \dots + \alpha_p \vec{e}_p + \alpha_{p+1} \vec{v}_{p+1} + \dots + \alpha_m \vec{v}_m$$

Luego:

$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 = (\lambda_1 + \alpha_1) \vec{e}_1 + \dots + (\lambda_p + \alpha_p) \vec{e}_p + \lambda_{p+1} \vec{e}_{p+1} + \dots + \lambda_n \vec{e}_n + \alpha_{p+1} \vec{v}_{p+1} + \dots + \alpha_m \vec{v}_m$$

Siendo por tanto \vec{x} combinación de los vectores de B_3 .

Al ser B_3 base de $S_1 + S_2$, podemos afirmar que:

$$\dim(S_1 + S_2) = n + m - p = \dim(S_1) + \dim(S_2) - \dim(S_1 \cap S_2)$$

y por tanto:

$$\dim(S_1) + \dim(S_2) = \dim(S_1 + S_2) + \dim(S_1 \cap S_2)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Suma directa

Dado un espacio vectorial V y dos subespacios conocidos del mismo S_1 y S_2 , diremos que S_1 y S_2 son:

- **I n d e p e n d i e n t e s**
 $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \{ \vec{0} \}$

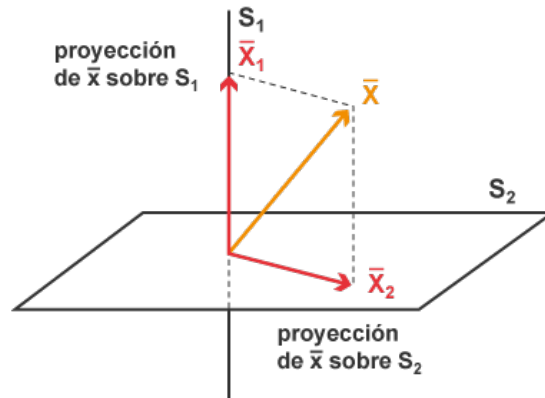
Es decir que el único vector que tienen en común es el cero.

- **S u p l e m e n t a r i o s** $\Leftrightarrow S_1 + S_2 = V$

Es decir, si su subespacio suma corresponde con todo el espacio.

Cuando dos subespacios son independientes y suplementarios, diremos que dichos subespacios están en **suma directa**. Lo cual se denota del siguiente modo:

$$S_1 \oplus S_2 = V \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 \cap S_2 = \{ \vec{0} \} \\ S_1 + S_2 = V \end{cases}$$



Una forma sencilla de entender el concepto de suma directa es pensar en el espacio geométrico ordinario tridimensional. Imaginemos un plano (que sería un subespacio de dimensión 2) y una recta ortogonal a él (que sería un subespacio de dimensión 1). Cualquier vector del espacio se puede descomponer en las proyecciones sobre el plano y la recta, y sin embargo, la intersección de estos no es más que un punto (el vector nulo).

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a map of the city of Cartagena. Below the text is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Estudio práctico de una intersección

Vamos a ver cómo se calcula una intersección de subespacios en la práctica. Para eso vamos a hacer un sencillo caso en \mathfrak{R}^3 . Para lo cual vamos a necesitar dos subespacios conocidos del mismo S_1 y S_2 , diremos que S_1 y S_2 son:

$$S_1 \equiv \{ \vec{x} = (x, y, z) \in \mathfrak{R}^3 / x + y = 0 \}$$

$$S_2 \equiv \{ \vec{x} = (x, y, z) \in \mathfrak{R}^3 / y + z = 0 \}$$

La intersección es el subespacio formado por aquellos vectores que pertenecen simultáneamente a varios subespacios, por lo tanto a la hora de calcularlos analíticamente lo que debemos suponer es que la intersección la formarán aquellos vectores que cumplan simultáneamente todas las ecuaciones implícitas de todos los subespacios que la componen.

En nuestro caso eso supondría lo siguiente:

$$S_1 \cap S_2 = \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Tenemos dos ecuaciones con tres incógnitas, luego eso nos da un grado de libertad, con lo que deberemos fijar un parámetro:

$$S_1 \cap S_2 = \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ y = -\alpha \\ z = \alpha \end{cases} \quad \forall \alpha \in \mathfrak{R}$$

Luego cualquier vector de $S_1 \cap S_2$ se escribirá:

$$\forall \vec{x} = (x, y, z) \in S_1 \cap S_2 \quad \vec{x} = \alpha(1, -1, 1) = (\alpha, -\alpha, \alpha) \quad \forall \alpha \in \mathfrak{R}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

La intersección como subespacio I

Comprobemos ahora que, efectivamente, la intersección es subespacio vectorial.

Usaremos la intersección que acabábamos de calcular:

$$S_1 \cap S_2 = \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Sus vectores presentan el siguiente aspecto:

$$\forall \vec{x} = (x, y, z) \in S_1 \cap S_2 \quad \vec{x} = \alpha(1, -1, 1) = (\alpha, -\alpha, \alpha) \quad \forall \alpha \in \mathfrak{R}$$

Para que un conjunto sea subespacio, debe cumplir:

$$S_1 \cap S_2 \text{ es subespacio de } \mathfrak{R}^3 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall \vec{u}, \vec{v} \in K \\ \forall \lambda, \mu \in \mathfrak{R} \end{cases} \Rightarrow \lambda \vec{u} + \mu \vec{v} \in S_1 \cap S_2$$

Con lo que si se puede escribir cualquier vector de K de esta forma, tendríamos:

- Si $\vec{u} \in S_1 \cap S_2 \quad \vec{u} = (a, -a, a)$
- Si $\vec{v} \in S_1 \cap S_2 \quad \vec{v} = (b, -b, b)$

$$\lambda \vec{u} + \mu \vec{v} = \lambda(a, -a, a) + \mu(b, -b, b) = (\lambda a + \mu b, -(\lambda a + \mu b), \lambda a + \mu b) \in S_1 \cap S_2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Como el vector resultante de la suma $\lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$ tiene la misma estructura que un vector de $S_1 \cap S_2$, concluimos que $S_1 \cap S_2$ es subespacio vectorial.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a map or a stylized 'C'. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

La intersección como subespacio II

Para obtener su base, voy a la ecuación paramétrica y le doy valor 1 al parámetro.

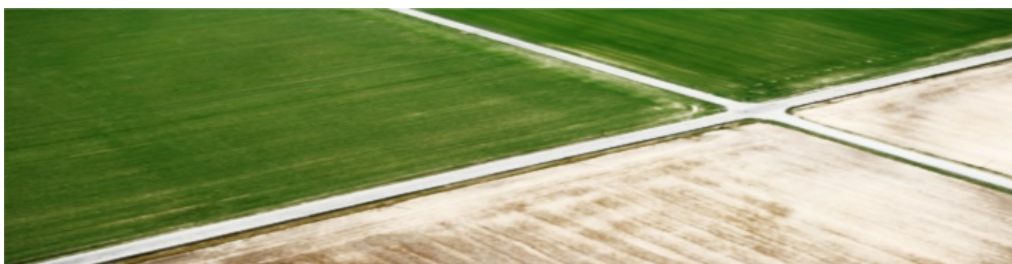
$$\begin{cases} x = \alpha \\ y = -\alpha \\ z = \alpha \end{cases} \quad \forall \alpha \in \mathfrak{R} \xrightarrow{\alpha=1} (1, -1, 1)$$

Luego la base de $S_1 \cap S_2$ es la $B_{S_1 \cap S_2} = \{(1, -1, 1)\}$ y su dimensión es: $\dim(S_1 \cap S_2) = 1$.

Según Grassman: $\underbrace{\dim(S_1)}_2 + \underbrace{\dim(S_2)}_2 = \dim(S_1 + S_2) + \underbrace{\dim(S_1 \cap S_2)}_1$, por tanto:

$$\dim(S_1 + S_2) = \underbrace{\dim(S_1)}_2 + \underbrace{\dim(S_2)}_2 - \underbrace{\dim(S_1 \cap S_2)}_1 = 2 + 2 - 1 = 3$$

Luego la dimensión de la suma, $S_1 + S_2$ es 3, que coincide con la dimensión del espacio. Con lo que el subespacio suma y el espacio \mathbb{R}^3 coinciden.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Estudio práctico de una suma

Vamos a ver cómo se calcula una suma de subespacios en la práctica. Para eso, vamos a hacer un sencillo caso en \mathfrak{R}^3 . Para lo cual vamos a necesitar dos subespacios conocidos del mismo S_1 y S_2 , diremos que S_1 y S_2 son:

$$S_1 \equiv \{ \vec{x} = (x, y, z) \in \mathfrak{R}^3 / x + y = 0 ; z = 0 \}$$

$$S_2 \equiv \{ \vec{x} = (x, y, z) \in \mathfrak{R}^3 / z = 0 \}$$

Calculemos las bases de ambos subespacios:

$$S_1 \Rightarrow x + y = 0 ; z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ y = -\alpha \\ z = 0 \end{cases} \forall \alpha \in \mathfrak{R} \Rightarrow B_{S_1} = \{(1, -1, 0)\}$$

$$S_2 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \beta \\ y = \gamma \\ z = 0 \end{cases} \forall \beta, \gamma \in \mathfrak{R} \Rightarrow B_{S_2} = \{(1, 0, 0) ; (0, 1, 0)\}$$

Ahora, una vez calculadas las bases de los subespacios, el subespacio suma será aquel formado por un conjunto linealmente independiente de ambas bases:

$$S_1 + S_2 \Rightarrow B_{S_1} \cup B_{S_2} = \{(1, -1, 0)\} \cup \{(1, 0, 0) ; (0, 1, 0)\} = \{(1, -1, 0) ; (1, 0, 0)\}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Pero estudiando este conjunto de vectores obtenido, vemos que no son linealmente independientes, ya que el primero es el segundo menos el tercero, por lo tanto la base del subespacio suma quedará:

$$B_{S_1+S_2} = \{(1, 0, 0) ; (0, 1, 0)\}.$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Resumen

- Subespacio intersección: $S_1 \cap S_2 = \{\vec{x} \in V / \vec{x} \in S_1 \wedge \vec{x} \in S_2\}$
- Subespacio Suma: $S_1 + S_2 = \left\{ \vec{x} \in V / \vec{x} = \underbrace{\vec{x}_1}_{\in S_1} + \underbrace{\vec{x}_2}_{\in S_2} \right\}$.
- Subespacio Unión: $S_1 \cup S_2 = \{\vec{x} \in V / \vec{x} \in S_1 \vee \vec{x} \in S_2\}$.
- Corolario de la unión:
 $S_1 \cup S_2$ es subespacio $\Leftrightarrow S_1 \subseteq S_2$ o bien $S_1 \supseteq S_2$
- El Teorema de Grassman: $\dim(S_1) + \dim(S_2) = \dim(S_1 + S_2) + \dim(S_1 \cap S_2)$
- Suma directa: $S_1 \oplus S_2 = V \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 \cap S_2 = \{\vec{0}\} \\ S_1 + S_2 = V \end{cases}$



- Esquema de suma directa:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99