Universidad Carlos III de Madrid Junio de 2015

Microeconomía

Nombre: Grupo:

1	2	3	4	5	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos. La puntuación de cada apartado se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

1. Preguntas Tipo Test. (Marque su respuesta con una “x”. Se obtienen 2 puntos si se marca la respuesta correcta, -0,66 si se marca una respuesta incorrecta y 0 puntos si no se marca respuesta alguna.)

1.1. Si las preferencias de un individuo sobre los bienes x e y son monótonas (axioma $A.3$), entonces sus curvas de indiferencia

☐ no se cruzan ☐ son crecientes
☒ son decrecientes ☐ son convexas.

1.2. Si los precios de los bienes aumentan un 4% y la renta aumenta un 3%, entonces la recta presupuestaria

☐ rota sobre su intersección con el eje x ☐ mantiene su posición
☐ rota sobre su intersección con el eje y ☒ se desplaza paralelamente hacia el origen.

1.3. La renta monetaria de un consumidor es $I = 4$ y los precios de los bienes son $p_x = 2$ y $p_y = 1$. El consumidor está considerando adquirir la cesta $(x, y) = (2, 0)$. Si su relación marginal de sustitución para esta cesta es $RMS\,(2, 0) = 1$, entonces el consumidor debería

☐ comprar más x y menos y ☐ comprar más x e y
☒ comprar más y y menos x ☐ comprar la cesta $(2, 0)$.

1.4. Si las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x, y) =$

1.5. En 2014 los precios fueron $(p_x, p_y) = (5, 2)$ y en 2015 son $(p'_x, p'_y) = (4, 4)$. Si la cesta de bienes del consumidor representativo es $(x, y) = (1, 2)$, el Índice de Precios al Consumo en 2015 calculado como índice de Laspeyres es

$$\square\ 1 \quad \boxtimes\ \frac{4}{3} \quad \square\ \frac{3}{2} \quad \square\ \frac{3}{4}.$$

1.6. Indique cuál es el equivalente de certidumbre (EC) y la prima de riesgo (PR) de la lotería $l = (1, 4, 16; \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6})$ para un individuo cuyas preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = 2\sqrt{x} - 2$.

☐ $EC(l) = 2,\ PR(l) = 0$ ☒ $EC(l) = 4,\ PR(l) = 1$
☐ $EC(l) = 2,\ PR(l) = 3$ ☐ $EC(l) = 4,\ PR(l) = -1$.

1.7. Si la función de producción de una empresa es $F(L, K) = L + \sqrt{LK}$, entonces la empresa tiene rendimientos a escala

☐ crecientes ☒ constantes
☐ decrecientes ☐ indeterminados.

1.8. Si una empresa tiene rendimientos constantes a escala entonces

☐ su función de costes totales es cóncava ☐ su coste marginal es inferior a su coste medio
☐ su función de costes totales es convexa ☒ su coste medio es constante.

1.9. Si la función de costes totales de una empresa competitiva es $C(Q) = 2Q^3 - 12Q^2 + 38Q$ y el precio de equilibrio a largo plazo es $P = 20$, entonces la empresa

☐ obtiene pérdidas ☐ produce $Q^* = 0$ unidades
☐ obtiene beneficios ☒ produce $Q^* = 3$ unidades.

1.10. El Índice de Lerner de un monopolio es

☒ inversamente proporcional al valor absoluto de la elasticidad de la demanda
☐ directamente proporcional al valor absoluto de la elasticidad de la demanda
☐ mayor cuanto menores son los costes totales del monopolio
☐ mayor cuanto menores son los beneficios del monopolio.

2. María dispone de 12 horas diarias (para dedicar al trabajo y al ocio) y de una renta no laboral de M euros. Sus preferencias ocio-consumo están representadas por la función de utilidad $u(h,c) = 2\ln h + \ln c$, donde h representa el número de horas de ocio que disfruta y c su consumo. Fijemos el precio del consumo en $p_c = 1$ y denotemos por w el salario por hora.

(a) (15 puntos) Describa el problema de elección de María y calcule su demanda de consumo y ocio y su oferta de trabajo de María en función de M y w.

Problema del consumidor:

$$\begin{aligned} \max_{h,c} \; u(h,c) &= 2\ln h + \ln c \\ c + wh &\leq M + 12w \\ 0 &\leq h \leq 12, \; c \geq 0 \end{aligned}$$

Solución interior: Para obtener las demandas de ocio y consumo calculamos la relación marginal de sustitución

$$RMS(h,c) = \frac{2c}{h},$$

y *resolvemos el sistema:*

$$\begin{aligned} \frac{2c}{h} &= w \\ c + wh &= M + 12w. \end{aligned}$$

La solución a este sistema es

$$h^* = \frac{2M}{3w} + 8; \; c^* = \frac{w}{2}\left(\frac{2M}{3w} + 8\right) = \frac{M}{3} + 4w.$$

Para que $0 \leq h^* \leq 12$, *necesitamos que* $2M/3w \leq 4$; es decir, $w \geq M/6$. *Si* $w < M/6$, *entonces la solución al problema de María es* $h^* = 12$, $c^* = M$. *Por tanto, las funciones de demanda son*

$$h^* = h(w,M) = \begin{cases} \frac{2M}{3w} + 8 & si \; w \geq M/6 \\ 12 & si \; w < M/6 \end{cases} ; \; c^* = c(w,M) = \begin{cases} \frac{M}{3} + 4w & si \; w \geq M/6 \\ M & si \; w < M/6 \end{cases}.$$

La oferta de trabajo de María es

$$s(M,w) = 12 - h(M,w) = \begin{cases} 4 - \frac{2M}{3w} & si \; w \geq M/6 \\ 0 & si \; w < M/6 \end{cases}$$

(b) (5 puntos) Utilizando sus resultados del apartado (a), represente gráficamente el conjunto presupuestario de María y su elección óptima ocio-consumo si su renta no laboral es $M = 6$ y el salario es $w = 4$.

Recta Presupuestaria: $c + 4h = 6 + 4\,(12)$

Cesta óptima: $(h^*, c^*) = (h\,(6,4)\,, c\,(6,4)) = (9, 18)\,.$

(c) (10 puntos) Con los datos del apartado (b), calcule los efectos renta y sustitución sobre la demanda de ocio de un impuesto del 25% sobre la renta laboral.

Solución:

El impuesto sobre la renta laboral equivale a una reducción del salario de $w = 4$ *a* $w' = (1 - 0,25)\,4 = 3$ *euros hora. El efecto total es*

$$ET = h\,(6,3) - h(6,4) = \frac{28}{3} - 9 = \frac{1}{3}.$$

Para calcular el efecto sustitución resolvemos el sistema

$$\begin{aligned} 2\ln 9 + \ln 18 &= 2\ln h + \ln c \\ \frac{2c}{h} &= 3, \end{aligned}$$

donde $2\ln 9 + \ln 18 = u(9, 18)$ *es la utilidad de María en la cesta hallada en el apartado (b). Sustituyendo* $c = 3h/2$ *de la segunda ecuación obtenemos*

$$2\ln 9 + \ln 18 = 2\ln h + \ln\frac{3h}{2},$$

que podemos escribir como

$$\ln 9^2(18) = \ln\frac{3h^3}{2}.$$

Por tanto, $\tilde{h} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}9^2(18)} \simeq 9,9$. *El efecto sustitución es, por tanto,*

$$ES = 9,9 - 9 = 0,9.$$

3. (10 puntos) En un examen tipo test se ofrecen 4 respuestas posibles, solo una de la cuales es correcta. Los estudiantes que desconocen la respuesta correcta consideran que las 4 respuestas son correctas con la misma probabilidad. Se recibe 2 puntos si la respuesta es correcta, $-m$ puntos $(m \geq 0)$ si es incorrecta y 0 puntos si no se contesta a la pregunta.

(a) Describa el problema de decisión de un estudiante que desconoce la respuesta correcta. Si el estudiante es neutral al riesgo, ¿cuál es el valor máximo de m para el que sería óptimo contestar aleatoriamente? ¿Sería este valor mayor o menor si el estudiante fuera averso al riesgo? (Justifique su respuesta.)

(a) Solución: Las loterías que enfrenta el estudiante son "no contestar", $l_{NC} = (0; 1)$, o "contestar", $l_C(m) = (2, -m; 1/4, 3/4)$. Vemos que las esperanzas de estas loterías son $E(l_{NC}) = 0$ y $E(l_C(m)) = (2 - 3m)/4$.

La decisión óptima se puede identificar a través de los equivalentes de certeza. Para el estudiante es neutral al riesgo los equivalentes de certeza coinciden con las esperanzas de las loterías. El valor m^* es el máximo que cumple

$$EC(l_C(m)) = E(l_C(m)) = \frac{2 - 3m}{4} \geq 0 = E(l_{NC}) = EC(l_{NC}).$$

El valor $m^* = 2/3$, para el que esta condición se cumple con igualdad, es el máximo para el que contestar aleatoriamente es óptimo.

Si el estudiante es a averso al riesgo, tenemos que $EC(l_C(m)) < E(l_C(m))$, mientras que $EC(l_{NC}) = E(l_{NC})$ (porque l_{NC} es un lotería degenerada). Por tanto

$$EC(l_C(m^*)) < E(l_C(m^*)) = 0 = E(l_{NC}) = EC(l_{NC}).$$

Por tanto, para m^* contestar aleatoriamente no es óptimo para un estudiante averso al riesgo. El valor máximo de m para el que un estudiante averso al riesgo contestaría aleatoriamente es menor que m^*.

(b) Suponga que $m = 3/4$ y que el estudiante es neutral al riesgo. Si el estudiante supiera con seguridad que una de las respuestas no es correcta, ¿sería óptimo contestar eligiendo aleatoriamente cualquiera de las tres restantes? ¿Y si pudiera descartar dos respuestas como incorrectas?

(b) Para $m = 3/4 > 2/3$ el estudiante neutral al riesgo prefiere la lotería l_{NC} (no contestar). Sin embargo, si puede descartar una respuesta, la lotería "contestar" sería $l_C^1(3/4) = (2, -3/4; 1/3, 2/3)$ y su equivalente de certeza es

$$EC(l_C^1(3/4)) = E(l_C^1(3/4)) = \frac{1}{3}(2) - \frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6} > 0 = E(l_{NC}) = EC(l_{NC}).$$

Por tanto, la decisión óptima es $l_C^1(3/4)$ (contestar aleatoriamente una de las tres posibles respuestas correctas. Si es estudiante puede descartar dos respuestas, esta lotería sería todavía más favorable, $l_C^2(3/4) = (2, -3/4; 1/2, 1/2)$,

4. En un mercado competitivo hay tres empresas cuyas funciones de costes totales son $C_1(q) = 5q^2 + 10q + 20$, $C_2(q) = 2q^2 + 6q + 32$ y $C_3(q) = 3q^2 + 6q + 12$, respectivamente. Se sabe que al precio de equilibrio competitivo el nivel de producción de la empresa 1 es el que minimiza su coste medio.

(a) (10 puntos) Calcule la función de oferta de cada empresa y determine el precio, la producción y beneficio de cada empresa en el equilibrio competitivo.

Tenemos $CMe_1(q) = 5q + 10 + 20/q$; *por tanto, la empresa 1 produce* $q_1 = q$ *tal que*

$$\frac{dCMe_1(q)}{dq} = 5 - \frac{20}{q^2} = 0;$$

es decir $q_1 = 2$. *Como además la empresa 1 es competitiva,* $(q_1, p) = (2, p)$ *está en su curva de oferta, que obtenemos de la ecuación* $CM_1(q_1) = p$. *Por tanto, la oferta de la empresa 1 es*

$$S_1(p) = \begin{cases} \frac{1}{10}(p - 10) & \text{si } p \geq 10 \\ 0 & \text{si } p < 10 \end{cases},$$

Al precio de mercado p *tenemos* $S_1(p) = 2$; *es decir,*

$$\frac{1}{10}(p - 10) = 2.$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos $p = 30$. *El beneficio de la empresa es*

$$\pi_1 = 30\,(2) - \left(5\,(2)^2 + 10\,(2) + 20\right) = 0$$

Puesto que las empresas 2 y 3 también son competitivas, podemos obtener sus funciones de oferta a partir de las ecuaciones $CM_2(q_2) = p$ *y* $CM_3(q_3) = p$; *es decir,* $4q_2 + 6 = p$ *y* $6q_3 + 6 = p$. *Por tanto, las ofertas de estas empresas son*

$$S_2(p) = \begin{cases} \frac{1}{4}(p - 6) & \text{si } p \geq 6 \\ 0 & \text{si } p < 6 \end{cases},$$

$$S_2(p) = \begin{cases} \frac{1}{6}(p - 6) & \text{si } p \geq 6 \\ 0 & \text{si } p < 6 \end{cases},$$

Y las cantidades ofertadas en equilibrio son: $S_2(30) = 6$ *y* $S_3(30) = 4$. *Los beneficios de estas empresas son*

$$\pi_2 = 30\,(6) - \left(2\,(6)^2 + 6\,(6) + 32\right) = 40$$

y

$$\pi_3 = 30\,(4) - \left(3\,(4)^2 + 6\,(4) + 12\right) = 36.$$

(b) (10 puntos) Calcule la función de oferta de cada empresa y el equilibrio de mercado a largo plazo suponiendo que hay libre entrada y que las tres tecnologías disponibles pueden adoptarse libremente.

Las funciones de oferta son la calculadas en el apartado (a). A largo plazo todas las empresas obtienen beneficio cero y producen a un coste medio mínimo. Las funciones de coste medio de las empresas 2 y 3 son

$$\begin{aligned} CMe_2(q) &= 2q + 6 + \frac{32}{q} \\ CMe_3(q) &= 3q + 6 + \frac{12}{q} \end{aligned}$$

Los costes medios mínimos se obtienen resolviendo el sistema

$$\begin{aligned} 2 - \frac{32}{q_2^2} &= 0 \\ 3 - \frac{12}{q_3^2} &= 0. \end{aligned}$$

cuya solución es $q_2^2 = 4, q_3^2 = 2$. *Por tanto, los costes medios mínimos de estas empresas:* $CMe_2^* = 22$, *y* $CMe_3^* = 18$. *Como* $CMe_1^* = 30$, *a largo plazo el precio de mercado es* $p^* = 18$ *y sólo empresas con la tecnología de la empresa 3 y que producen dos unidades permanecen en el mercado. El número de estas empresas en el mercado es el necesario para servir la demanda al precio* $p^* = 18$, *que viene dado por la expresión* $D(18)/2$.

5. Una empresa editorial monopoliza un mercado de libros de texto en el que la demanda es $D(p) = \max\{150 - \frac{3p}{2}, 0\}$. La función de costes totales de la empresa es $C(q) = \frac{q^2}{3}$.

(a) (10 puntos) Calcule el equilibrio y el índice de Lerner del monopolio.

La función inversa de demanda es

$$P(q) = \max\{100 - \frac{2}{3}q, 0\}.$$

Por tanto, para $q \leq 150$, *la función de ingresos del monopolio es*

$$I(q) = P(q)q = \left(100 - \frac{2}{3}q\right) q$$

y el ingreso marginal es

$$IM_g(q) = 100 - \frac{4}{3}q.$$

La condición de primer orden de maximización de beneficios es

$$IM_g(q) = CM_g(q),$$

es decir,

$$100 - \frac{4}{3}q = \frac{2}{3}q.$$

La solución a esta ecuación es

$$q^M = 50 < 150.$$

Por tanto, $q^M = 50$ *es la producción de equilibrio monopolio. El precio de equilibrio es*

$$p^M = 100 - \frac{2}{3}(50) = \frac{200}{3}$$

El índice de Lerner del monopolio es

$$L = \frac{p^M - C'(q^M)}{p^M} = \frac{\frac{200}{3} - \frac{2(50)}{3}}{\frac{200}{3}} = \frac{1}{2}.$$

(b) (10 puntos) Determine el equilibrio de mercado que resultaría si el gobierno regula el monopolio con el objetivo de maximizar el excedente total bajo la condición de no incurrir en pérdidas.

La función de costes marginales del monopolio es $CM_a(q) = \frac{2}{3}q$. *El máximo excedente se obtiene cuando se produce la cantidad para la que el precio y el coste marginal coinciden, es decir,* $P(q) = CM_a(q)$. *Suponiendo que* $q < 150$, *este ecuación es*

$$100 - \frac{2}{3}q = \frac{2}{3}q.$$

La solución a esta ecuación es $q^* = 75$. *Para este nivel de producción el precio de mercado sería*

$$p^* = P(q) = 100 - \frac{2}{3}(75) = 50$$

y el beneficio del monopolio sería

$$p^*q^* - C(q^*) = 50\,(75) - \frac{(75)^2}{3} = 1875 > 0.$$

Por consiguiente $(p^*, q^*) = (50, 75)$ *maximiza el excedente total.*