

# Lógica Proposicional: Ejercicios de Deducción Natural (2019)

---

## Ejercicio 1.

Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, justificando cada paso.

$$T [ p \rightarrow q, \neg r \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s ] \vdash \neg s \vee \neg p$$

## Ejercicio 2.

Dar una demostración de  $(p \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg p$  a partir de las premisas  $p \rightarrow q$  y  $q \rightarrow r$

## Ejercicio 3.

Demostrar con deducción natural:

- (1)  $T [ p \rightarrow \neg q, \neg ( r \wedge \neg p ) ] \vdash q \rightarrow \neg r$
- (2)  $T [ p \vee q, p \rightarrow r, \neg s \rightarrow \neg q ] \vdash r \vee s$

## Ejercicio 4.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg p \rightarrow \neg s, \neg p \vee r, r \rightarrow \neg t ] \vdash \neg s \vee \neg t$$

## Ejercicio 5.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ (p \wedge q) \rightarrow r, r \wedge q \rightarrow t ] \vdash ((p \wedge q) \wedge q) \rightarrow t$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized, blue and green font with a shadow effect, set against a light blue and orange background.

$$T [ p \vee (q \wedge s) \rightarrow r ] \vdash p \rightarrow r$$

### Ejercicio 7.

Demostrar con deducción natural los siguientes razonamientos, usando solo reglas básicas:

1.  $T [ r \rightarrow q, r \wedge s, s \rightarrow t ] \vdash q \wedge t$
2.  $T [ s, s \vee p \rightarrow \neg q ] \vdash \neg q$
3.  $T [ p \leftrightarrow q, \neg p \rightarrow q, p \vee \neg p ] \vdash q$
4.  $T [ p \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow q \wedge t ] \vdash p \rightarrow q$
5.  $T [ ] \vdash p \rightarrow p \vee q$
6.  $T [ r \vee q \rightarrow p, s \wedge t, s \rightarrow q ] \vdash p$
7.  $T [ p \rightarrow q, r \rightarrow q, q \rightarrow s, p \vee r ] \vdash s \vee t$
8.  $T [ p \rightarrow q, r \rightarrow q \wedge t, q \rightarrow s, p \vee r ] \vdash s \vee t$
9.  $T [ ] \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$
10.  $T [ \neg p \rightarrow q, q \wedge r \rightarrow \neg r, r ] \vdash p$
11.  $T [ \neg p \rightarrow s, \neg q \rightarrow \neg s ] \vdash \neg(\neg p \wedge \neg q)$

### Ejercicio 8.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg A \vee \neg B, C \rightarrow A, D \rightarrow B ] \vdash \neg C \vee \neg D$$

### Ejercicio 9.

Demostrar con deducción natural:

- (1)  $T [ \neg p \rightarrow r, s \vee (q \vee t), q \rightarrow \neg r, r \rightarrow \neg t ] \vdash p \vee s$
- (2)  $T [ t, p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg (q \wedge r) ] \vdash q \rightarrow \neg p \wedge s$
- (3)  $T [ \neg p \vee (r \wedge \neg t), \neg s \rightarrow p ] \vdash p \rightarrow ((q \vee r \rightarrow \neg p) \rightarrow s)$

### Ejercicio 10.

Demostrar con deducción natural:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$T [(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s)] \vdash (p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$$

### Ejercicio 12.

Demostrar mediante deducción natural, justificando adecuadamente cada uno de los pasos dados, que la siguiente estructura deductiva es correcta:

$$T [p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg(q \wedge r)] \vdash q \wedge t \rightarrow \neg p \wedge s$$

### Ejercicio 13.

Demostrar con deducción natural:

$$T [q \rightarrow r] \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$$

### Ejercicio 14.

Demostrar con deducción natural:

$$T [\neg p \rightarrow \neg q] \vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p$$

### Ejercicio 15.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \rightarrow \neg q) \wedge \neg (r \wedge \neg p) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$$

### Ejercicio 16.

Demostrar con deducción natural

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle geometric pattern.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$T [ p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, r \rightarrow s, \neg s ] \vdash \neg p$$

### Ejercicio 18.

Demostrar con deducción natural:

$$(1) T [ (p \rightarrow q) \wedge t, (r \vee p) \wedge \neg q, \neg t \leftrightarrow \neg s ] \vdash r \wedge s$$

$$(2) T [ p \wedge q \rightarrow r, \neg p \vee r \rightarrow s, \neg s \vee (r \wedge q) ] \vdash q \rightarrow r \vee s$$

### Ejercicio 19.

Demostrar la siguiente deducción mediante deducción natural justificando cada paso:

$$T [ p \vee \neg q \rightarrow r ] \vdash \neg r \wedge p \rightarrow \neg q$$

(No se puede utilizar tablas de verdad, resolución ni análisis semántico)

### Ejercicio 20.

Demostrar con Deducción Natural:

$$T [ p \rightarrow r, q \rightarrow r ] \vdash (p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$$

### Ejercicio 21.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ p \rightarrow (q \vee \neg r), \neg r \leftrightarrow \neg t, \neg(p \rightarrow \neg s) \rightarrow t ] \vdash p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$$

### Ejercicio 22.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \wedge q \rightarrow r)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle, abstract shape behind it.

### Ejercicio 24.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg p \vee q, q \vee r \rightarrow s, \neg r \rightarrow p ] \vdash s$$

### Ejercicio 25.

Demostrar con deducción natural

$$T [ ( ( \neg p \vee \neg q ) \rightarrow ( \neg p \wedge r ) ) ] \vdash \neg q \vee ( p \vee r )$$

### Ejercicio 26.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ ( \neg p \leftrightarrow q ) \rightarrow r, ( r \wedge s ) \rightarrow t ] \vdash ( ( \neg p \leftrightarrow q ) \wedge s ) \rightarrow t$$

### Ejercicio 27.

Probar con Deducción Natural:

$$T [ A \leftrightarrow B ] \vdash ( A \wedge B ) \vee ( \neg A \wedge \neg B )$$

### Ejercicio 28.

Demostrar la corrección del siguiente razonamiento usando el método de deducción natural.

$$T [ q \rightarrow s, \neg s \rightarrow ( \neg p \rightarrow s ), r \wedge \neg t \rightarrow q \vee \neg p, \neg t, p \rightarrow q ] \vdash r \rightarrow s$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

### Ejercicio 30.

Probar  $\{ p \rightarrow \neg q \vee r \} \models q \rightarrow \neg ( p \wedge \neg r )$

- (a) Semánticamente, con el concepto de consecuencia lógica.
- (b) Construyendo una demostración con las reglas del cálculo de Deducción Natural y justificando el resultado con el teorema de validez.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath, all contained within a yellow rectangular box.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70