

INFG-TALF Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Ejercicios de Lenguajes y Gramáticas (T4-P2)

3. Realizar las transformaciones necesarias del proceso de limpieza de gramáticas, para obtener una gramática limpia G' equivalente a la G dada.

$$G = (\{a,b,c,d\}, \{X,Y,Z,O,P,Q,A\}, Z, P),$$
$$P = \{Z ::= Z, Q ::= OP, X ::= aa, Z ::= aX, Y ::= aa, Z ::= Ya, O ::= b, Z ::= aaa, P ::= QO, Q ::= d, P ::= c, O ::= PQ\}$$

6. Dada la gramática G LD, obtener una G' LI equivalente.

$$G = (\{0,1\}, \{A,S\}, S, P)$$
$$P = \{S ::= 1 \mid A1; A ::= S0\}$$

7. Obtener una gramática en Forma Normal de Chomsky (FNC) equivalente a la siguiente:

$$G = (\{a,b,c\}, \{S, Q, R\}, S, P)$$
$$P = \{S ::= Rba \mid Q$$
$$Q ::= Qb \mid b$$
$$R ::= cRQb \mid cb$$
$$\}$$

8. Dada la gramática G :

$$G = (\{e,f,g,z,a,b,d\}, \{Y, X, E, A, D, I, G\}, A, P),$$
$$P = \{A ::= a$$
$$E ::= b$$
$$A ::= azb$$
$$A ::= aX$$
$$E ::= E$$
$$G ::= g$$
$$X ::= XE$$
$$D ::= eI$$
$$X ::= z$$
$$Y ::= b$$
$$I ::= fG$$
$$X ::= Xb$$
$$E ::= d \}$$

- a) Transformar a FNC, explicando cada paso realizado.

- b) Determinar si las palabras 'abz' y 'azdbb' pertenecen al lenguaje generado por G . En caso afirmativo, generar un árbol de derivación para dicha palabra. En caso negativo, justificar la no pertenencia.

9. Obtener una gramática en FNC equivalente a la siguiente:

$$G = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D, E\}, S, P)$$
$$P = \{S ::= AaB \mid Cbb \mid B$$
$$A ::= Aa \mid cD$$
$$B ::= a \mid Ba \mid \lambda$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

12. Sea la gramática G, hallar su FNG equivalente.

$G = (\{1,2\}, \{A,B,C,D,E\}, A, P)$,

donde $P = \{A ::= CD \mid EB \mid \lambda$

$B ::= BC \mid 1$

$C ::= 2$

$D ::= BC$

$E ::= 1\}$

13. Sea la gramática G, hallar su FNG equivalente.

$G = (\{a,b,c,d,e,0,1\}, \{S,A,B\}, S, P)$,

$P = \{ S \rightarrow AaB \mid AaC$

$A \rightarrow Ab \mid Ac \mid b \mid c$

$B \rightarrow BdC \mid 0$

$C \rightarrow CeB \mid 1\}$

Ejercicios de Lenguajes y Gramáticas (T4-P2)

SOLUCIONES

3. Realizar las transformaciones necesarias del proceso de limpieza de gramáticas, para obtener una gramática limpia G' equivalente a la G dada.

$G = (\{a,b,c,d\}, \{X,Y,Z,O,P,Q,A\}, Z, P)$,

$P = \{ Z ::= Z, Q ::= OP, X ::= aa, Z ::= aX, Y ::= aa, Z ::= Ya, O ::= b, Z ::= aaa,$

$P ::= QO, Q ::= d, P ::= c, O ::= PQ\}$

Solución:

$G' = (\{a\}, \{X,Y,Z\}, Z, P')$, $P' = \{ Z ::= aaa, Z ::= aX, Z ::= Ya, X ::= aa, Y ::= aa\}$

La gramática de entrada tiene una regla innecesaria asociada al axioma ($Z ::= Z$).

Los símbolos inaccesibles son:

- No Terminales: O, P, Q
- Terminales: b, c, d (Estos símbolos forman parte de las producciones asociadas a los NT que se eliminan).

No hay reglas supérfluas.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

6. Dada la gramática G LD, obtener una G' LI equivalente.

$$G = (\{0,1\}, \{A,S\}, S, P)$$

$$P = \{ S ::= 1 \mid A1; A ::= S0 \}$$

Solución:

Primero, como hay axioma inducido (axioma en la parte derecha) en la tercera regla, por lo que antes de aplicar el algoritmo de conversión G3LI en G3LD hay que eliminar el axioma inducido, obteniendo su gramática equivalente.

Se añade un nuevo NT $\Rightarrow B \in \Sigma_N$.

Se añade una regla $B ::= x$, para cada regla $S ::= x$ (pero no se eliminan las reglas del axioma):

$$S ::= 1 \mid A1 \rightarrow B ::= 1 \mid A1$$

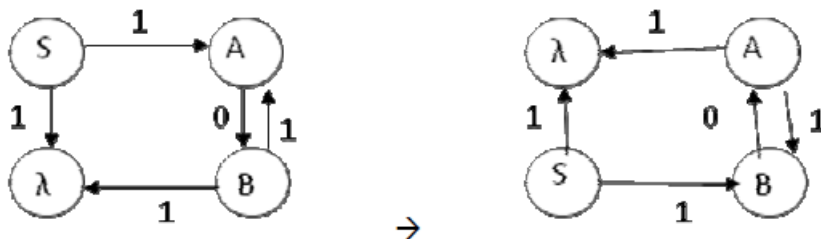
Se sustituye el axioma en la parte derecha (en todas las reglas que aparezca) por el nuevo símbolo NT añadido:

$$A ::= S0 \rightarrow A ::= B0$$

La gramática resultante equivalente sin axioma inducido es:

$$G' = (\{a,b\}, \{A,S,B\}, S, P'), P' = \{ S ::= 1 \mid A1, A ::= B0, B ::= 1 \mid A1 \}$$

Ahora se puede pasar a convertir en LD, construyendo el grafo correspondiente, e invirtiendo la orientación de las conexiones:



Reescribiendo las producciones leyendo el grafo de la derecha, la gramática G LD equivalente resultante es:

$$G \text{ LI} = (\{a,b\}, \{A,S,B\}, S, P), P = \{ S ::= 1 \mid B, B ::= 0A, A ::= 1 \mid B \}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

7. Obtener una gramática en Forma Normal de Chomsky (FNC) equivalente a la siguiente:

$$G = (\{a,b,c\}, \{S, Q, R\}, S, P)$$

$$P = \{ \begin{array}{l} S ::= Rba \mid Q \\ Q ::= Qb \mid b \\ R ::= cRQb \mid cb \end{array} \}$$

Solución:

G no es bien formada pues tiene una regla de red denominación. La gramática bien formada tendría las siguientes producciones:

$$\begin{array}{l} P ::= Rba \mid Qb \mid b \\ Q ::= Qb \mid b \\ R ::= cRQb \mid cb \end{array}$$

Una posible solución en FNC sería:

$$G = (\{a,b,c\}, \{A,B,C,D,E,F, S, Q, R\}, S, P)$$

$$P = \{ \begin{array}{l} A ::= a \\ B ::= b \\ C ::= c \\ S ::= RD \mid QB \mid b \\ Q ::= QB \mid b \\ R ::= EF \mid CB \\ D ::= BA \\ E ::= CR \\ F ::= QB \end{array} \}$$

8. Dada la gramática G:

$$G = (\{e,f,g,z,a,b,d\}, \{Y, X, E, A, D, I, G\}, A, P),$$

$$P = \{ \begin{array}{l} A ::= a \\ E ::= b \\ A ::= azb \\ A ::= aX \\ E ::= E \\ G ::= g \\ X ::= XE \\ D ::= eI \\ X ::= z \\ Y ::= b \\ I ::= fG \\ X ::= Xb \\ E ::= d \end{array} \}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Solución:

a) Transformación a FNC, limpiándola previamente:

Limpieza

- Reglas Innecesarias:
E::=E
- Símbolos inaccesibles:
 - No aparecen en parte derecha: D, Y
D::=eI, Y::=b
 - Tras varios ciclos (indirectos): G, I
G::=g, I::=fG

Gramática limpia:

$G' = (\{a,b,d,z\}, \{X, E, A\}, A, P')$,

$P' = \{$
A::=a
A::=aX
A::=azb
E::=b
E::=d
X::=Xb
X::=XE
X::=z

$\}$

Transformación a FNC (tabuladas en FNC)

- Tratamiento de A::=aX
A::=BX
B::=a
- Tratamiento de A::=azb
A::=BC
C::=zb
C::=DF
D::=z
F::=b
- Tratamiento de X::=Xb
X::=XF

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow and orange gradient bar at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Gramática en FNC:

$G' = (\{a,b,d,z\}, \{A, B, C, D, E, F, X\}, A, P')$,

$P' = \{$
 $A ::= a$
 $A ::= BC$
 $A ::= BX$
 $B ::= a$
 $C ::= DF$
 $D ::= z$
 $E ::= b$
 $E ::= d$
 $F ::= b$
 $X ::= XE$
 $X ::= XF$
 $X ::= z$
 $\}$

b) Palabras:

- abz: No pertenece, porque no existe ningún árbol de derivación que la genere.
- azdbb: Sí pertenece:

$A \rightarrow BX \rightarrow aX \rightarrow aXF \rightarrow aXFF \rightarrow aXEFF \rightarrow azEFF \rightarrow azdFF \rightarrow azdbF \rightarrow azdbb$

9. Obtener una gramática en FNC equivalente a la siguiente:

$G = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D, E\}, S, P)$

$P = \{$
 $S ::= AaB \mid Cbb \mid B$
 $A ::= Aa \mid cD$
 $B ::= a \mid Ba \mid \lambda$
 $C ::= Sa \mid a \mid abB$
 $D ::= aaA$
 $E ::= aa \}$

Solución:

a) Gramática Bien Formada

Símbolos superfluos o no generativos = $\{A, D\}$

$P = \{$
 $S ::= Cbb \mid B$
 $B ::= a \mid Ba \mid \lambda$
 $C ::= Sa \mid a \mid abB$
 $E ::= aa \}$

Símbolos inaccesibles = $\{E\}$

$P = \{$
 $S ::= Cbb \mid B$
 $B ::= a \mid Ba \mid \lambda$
 $C ::= Sa \mid a \mid abB \}$

Eliminación de reglas no generativas: $B ::= \lambda$

$P = \{$
 $S ::= Cbb \mid B \mid \lambda$
 $B ::= a \mid Ba$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Eliminación de reglas de red denominación: $S ::= B$

$$P = \{ S ::= Cbb \mid a \mid Ba \mid \lambda \\ B ::= a \mid Ba \\ C ::= Sa \mid a \mid abB \mid ab \}$$

La gramática bien formada equivalente es la siguiente (obsérvese que “c” no pertenece al alfabeto de símbolos terminales de la gramática, puesto que no hay ninguna regla que lo genere):

$$G = (\{a, b\}, \{S, B, C\}, S, P) \\ P = \{ S ::= Cbb \mid a \mid Ba \mid \lambda \\ B ::= a \mid Ba \\ C ::= Sa \mid a \mid abB \mid ab \}$$

b) Transformación a FNC

La transformación de dicha gramática en una gramática en forma normal de Chomsky conlleva la sustitución de las siguientes reglas:

$$S ::= Cbb \\ S ::= CD \\ D ::= EE \\ E ::= b \\ S ::= Ba \\ S ::= BF \\ F ::= a \\ B ::= Ba \\ B ::= BF \\ C ::= Sa \\ C ::= SF \\ C ::= abB \\ C ::= FG \\ G ::= EB \\ C ::= ab \\ C ::= FE$$

La gramática en forma normal de Chomsky resultante será, por tanto:

$$G = (\{a, b\}, \{S, B, C, D, E, F, G\}, S, P) \\ P = \{ S ::= CD \mid a \mid BF \mid \lambda \\ B ::= a \mid BF \\ C ::= SF \mid a \mid FG \mid FE \\ D ::= EE \\ E ::= b \\ F ::= a \\ G ::= EB \}$$
The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

12. Sea la gramática G, hallar su FNG equivalente.

$G = (\{1,2\}, \{A,B,C,D,E\}, A, P)$,

donde $P = \{A ::= CD \mid EB \mid \lambda$

$B ::= BC \mid 1$

$C ::= 2$

$D ::= BC$

$E ::= 1\}$

Se convierte a Gramática limpia \rightarrow Ya lo está.

Se elimina la recursividad a la izquierda:

$B ::= BC \rightarrow B ::= 1 \mid 1X$

$X ::= C \mid CX \rightarrow$ Podemos eliminar la redenominación $\rightarrow X ::= 2$

$G' = (\{0,1,2\}, \{A,B,C,D,E\}, A, P)$,

donde $P = \{A ::= CD \mid EB \mid \lambda$

$B ::= 1 \mid 1X$

$X ::= 2 \mid CX$

$C ::= 2$

$D ::= BC$

$E ::= 1\}$

Ordenamos los no terminales:

$\{A, D, B, X, C, E\}$ (Por ejemplo).

Clasificamos las reglas según este orden: *=Reglas que deben ser transformadas.

$A ::= CD$ (G2) *

$A ::= EB$ (G2) *

$A ::= \lambda$ (G1)

$B ::= 1$ (G1)

$B ::= 1X$ (G1)

$X ::= 2$ (G1)

$X ::= CX$ (G2) *

$C ::= 2$ (G1)

$D ::= BC$ (G2) *

$E ::= 1$ (G1)

Transformamos las de grupo 2 en grupo 1:

$A ::= CD$ (G2)

$A ::= 2D$

$A ::= EB$ (G2)

$A ::= 1B$

$X ::= CX$ (G2)

$X ::= 2X$

$D ::= BC$ (G2)

$D ::= 1C \mid 1XC$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Gramática FNG:

A ::= 2D
A ::= 1B
A ::= λ
B ::= 1
B ::= 1X
X ::= 2
X ::= 2X
C ::= 2
D ::= 1C | 1XC
E ::= 1

13. Sea la gramática G, hallar su FNG equivalente.

$G = (\{a,b,c,d,e,0,1\}, \{S,A,B\}, S, P)$,

$P = \{ S \rightarrow AaB | AaC$
 $A \rightarrow Ab | Ac | b | c$
 $B \rightarrow BdC | 0$
 $C \rightarrow CeB | 1 \}$

Primero, eliminamos la recursividad por la izquierda:

$G = (\{a,b,c,d,e,0,1\}, \{S,A,B\}, S, P)$
 $P = \{ S \rightarrow AaB | AaC$
 $A \rightarrow b | c | bD | cD$
 $D \rightarrow b | c | bD | cD$
 $B \rightarrow 0 | 0E$
 $E \rightarrow dCE | dC$
 $C \rightarrow 1F | 1$
 $F \rightarrow eBF | eB \}$

Pasamos a FNG:

Ordenamos los NT: {S, A, D, B, E, C, F}

$S \rightarrow AaB$ (g2) *
 $S \rightarrow AaC$ (g2) *
 $A \rightarrow b$ (g1)
 $A \rightarrow c$ (g1)
 $A \rightarrow bD$ (g1)
 $A \rightarrow cD$ (g1)
 $D \rightarrow b$ (g1)
 $D \rightarrow c$ (g1)
 $D \rightarrow bD$ (g1)
 $D \rightarrow cD$ (g1)
 $B \rightarrow 0$ (g1)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$B \rightarrow dC$ (g1)
 $C \rightarrow 1F$ (g1)
 $C \rightarrow 1$ (g1)
 $F \rightarrow eBF$ (g1)
 $F \rightarrow eB$ (g3)

}

Transformamos de g2 a g1:

$S \rightarrow baB \mid caB \mid bDaB \mid cDaB$
 $S \rightarrow baC \mid caC \mid bDaC \mid cDaC$

Crearemos los siguientes 2 NT:

$G \rightarrow aB$
 $H \rightarrow aC$
 [o sólo $G \rightarrow a$]

Con lo cual, la G en FNG final será:

$S \rightarrow bG \mid cG \mid bDG \mid cDG$	Con sólo $G \rightarrow a$
$S \rightarrow bH \mid cH \mid bDH \mid cDH$	$S \rightarrow bGB \mid cGB \mid bDGB \mid cDGB$
	$S \rightarrow bGC \mid cGC \mid bDGC \mid cDGC$

$G \rightarrow aB$	$G \rightarrow a$
$H \rightarrow aC$	----
$A \rightarrow b \mid c \mid bD \mid cD$	Resto igual...
$D \rightarrow b \mid c \mid bD \mid cD$	
$B \rightarrow 0 \mid 0E$	
$E \rightarrow dCE$	
$B \rightarrow dC$	
$C \rightarrow 1F \mid 1$	
$F \rightarrow eBF \mid eB$	



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70