

## Capítulo 3:

# Herramientas para el análisis de líneas de transmisión: Carta de Smith

En el presente capítulo se va a presentar la carta de Smith que constituye una herramienta básica en el análisis y diseño de cualquier circuito de microondas.

El fundamento de la carta de Smith es la transformación de impedancias y coeficientes de reflexión haciendo uso de una representación polar en el plano de los coeficientes de reflexión. De esta forma se obtiene una representación acotada del conjunto de todas las impedancias pasivas existentes.



# ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA

una línea de transmisión:



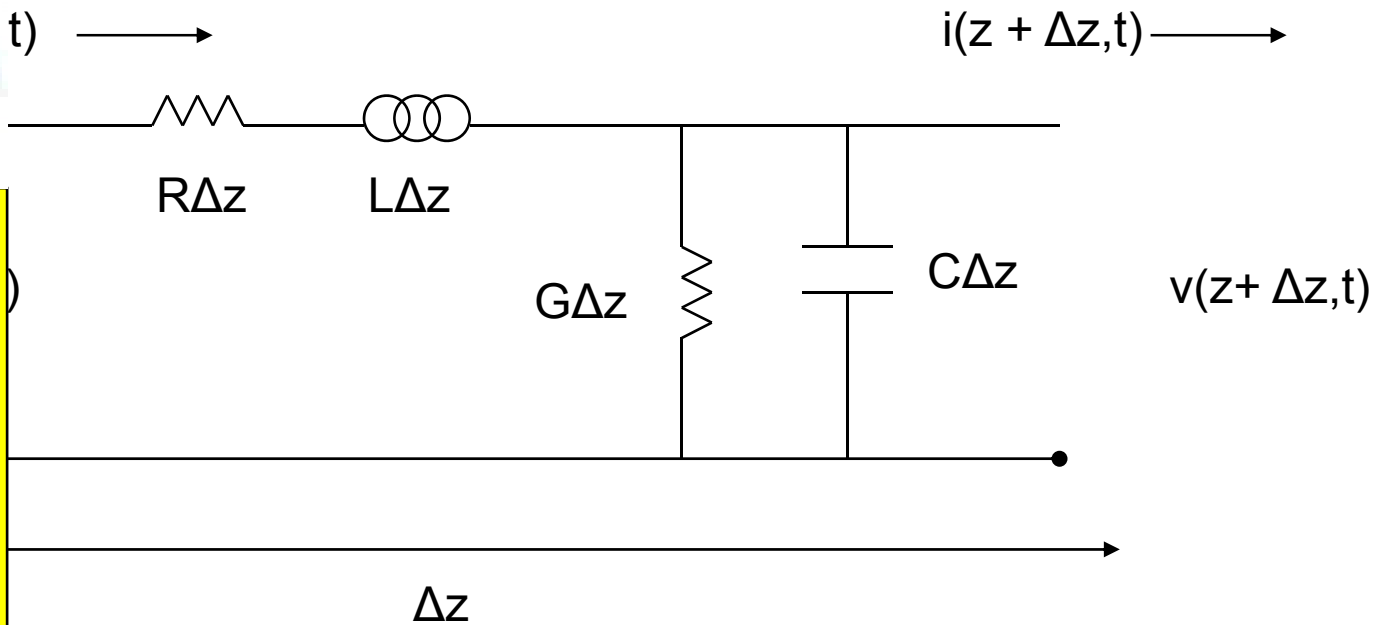
de obtener un modelo circuital equivalente de la misma...



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
- - -  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA



Resistencia en serie por unidad de longitud,  $\Omega/m$

Inductancia en serie por unidad de longitud,  $H/m$

Conductancia en paralelo por unidad de longitud,  $S/m$

Capacidad por unidad de longitud,  $F/m$

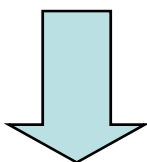


# Ecuación del telegrafista

· las leyes de Kirchhoff:

$$-R\Delta z \cdot i(z, t) - L \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) = 0$$

$$G\Delta z \cdot V(z + \Delta z, t) - C\Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) = 0$$



$\Delta z \rightarrow 0$

$$) = -R \cdot i(z, t) - L \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$) = -G \cdot v(z, t) - C \cdot \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$$

Aplicación de la T. Fourier en t



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

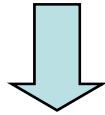


# ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA

$$-\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L) \cdot I(z)$$

$$-\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C) \cdot V(z)$$

Similitud con las ecuaciones de Maxwell



$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)}$$

CONSTANTE DE PROPAGACIÓN

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0$$

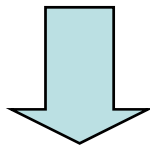
$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA

$$V(z) = V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} + V_o^- \cdot e^{\gamma z}$$

$$I(z) = I_o^+ \cdot e^{-\gamma z} + I_o^- \cdot e^{\gamma z}$$



$$= \frac{1}{Z_o} [V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} - V_o^- \cdot e^{\gamma z}] = \frac{\gamma}{R + j\omega L} [V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} - V_o^- \cdot e^{\gamma z}]$$

$$\frac{V_o^+}{I_o^+} = Z_o = -\frac{V_o^-}{I_o^-}$$

$$\frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$I(z) = \frac{V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} - V_o^- \cdot e^{\gamma z}}{Z_o}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## JACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA (inicio temporal)

$$v(z, t) = |V_o^+| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) \cdot e^{-\alpha z} + |V_o^-| \cdot \cos(\omega t + \beta z + \phi^-) \cdot e^{\alpha z}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda \cdot f$$

---

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Línea sin pérdidas

$$\alpha + j\beta = jw\sqrt{LC}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta = w\sqrt{LC} \\ \alpha = 0 \end{array} \right\} Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$V = V_o^+ \cdot e^{-\beta z} + V_o^- \cdot e^{\beta z}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{w\sqrt{LC}}$$

$$I = \frac{V_o^+}{Z_o} \cdot e^{-\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_o} \cdot e^{\beta z}$$

$$v_p = \frac{w}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Cartagena99

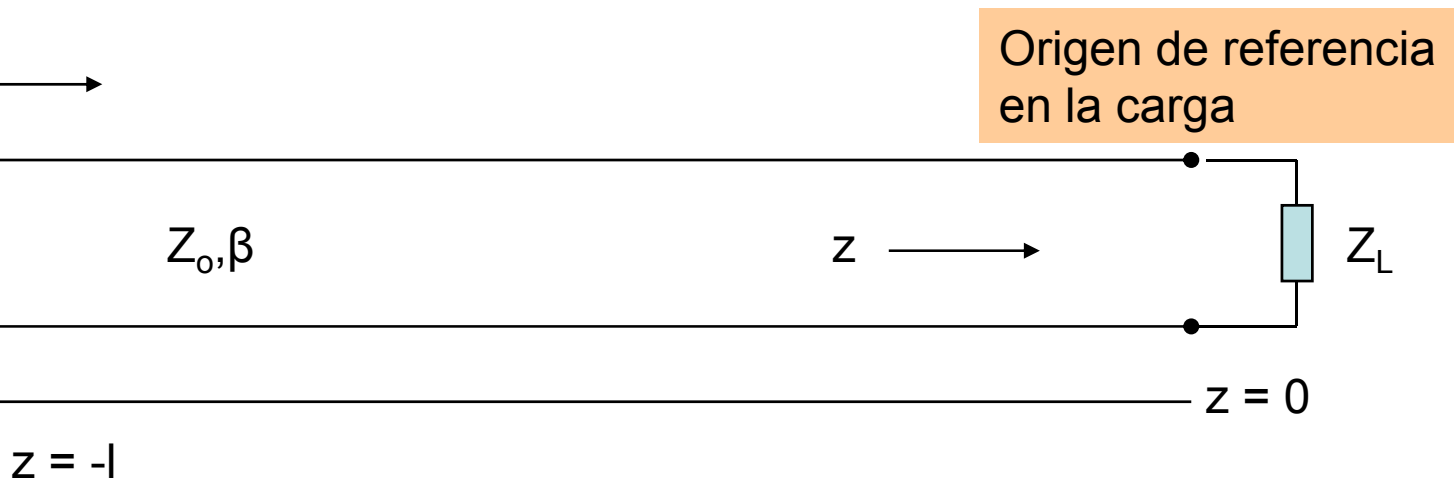
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70





## Línea cargada

a regresiva aparece cuando la línea tiene una condición de cierre



$$V(z) = V_o^+ \cdot e^{-\beta z} + V_o^- \cdot e^{\beta z}$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \cdot e^{-\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_o} \cdot e^{\beta z}$$



# Definición del coeficiente de reflexión

$$\frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{V_o^+ + V_o^-}{V_o^+ - V_o^-} Z_o \quad \longrightarrow \quad V_o^- = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} V_o^+$$

$$\Gamma = \frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$$

$$V(z) = V_o^+ \left[ e^{j\beta l} + \Gamma \cdot e^{-j\beta l} \right]$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \left[ e^{j\beta l} - \Gamma \cdot e^{-j\beta l} \right]$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.



# Onda estacionaria

$$\frac{|V_o^+|^2}{Z_o} (1 - |\Gamma|^2)$$

Pérdidas de retorno:

$$RL = -20 \cdot \log(|\Gamma|) \quad \text{dB}$$

$$|V(z)| = |V_o^+| \cdot |1 + \Gamma \cdot e^{2j\beta z}| = |V_o^+| \cdot |1 + \Gamma \cdot e^{-2j\beta l}| =$$

$$|V_o^+| \cdot |1 + |\Gamma| \cdot e^{j(\theta - 2\beta l)}|$$

$$V_{\text{max}} = |V_o^+| \cdot (1 + |\Gamma|)$$

$$V_{\text{min}} = |V_o^+| \cdot (1 - |\Gamma|)$$

$$ROE = SWR = \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

$$1 < SWR < \infty$$

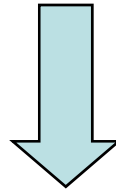
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Coefficiente de reflexión en cualquier punto de la línea

$$\Gamma(l) = \frac{V^-_o \cdot e^{-j\beta l}}{V^+_o \cdot e^{j\beta l}} = \Gamma(0)e^{-2j\beta l} \quad \text{COEFICIENTE DE REFLEXIÓN EN EL RESTO DE LA LÍNEA}$$

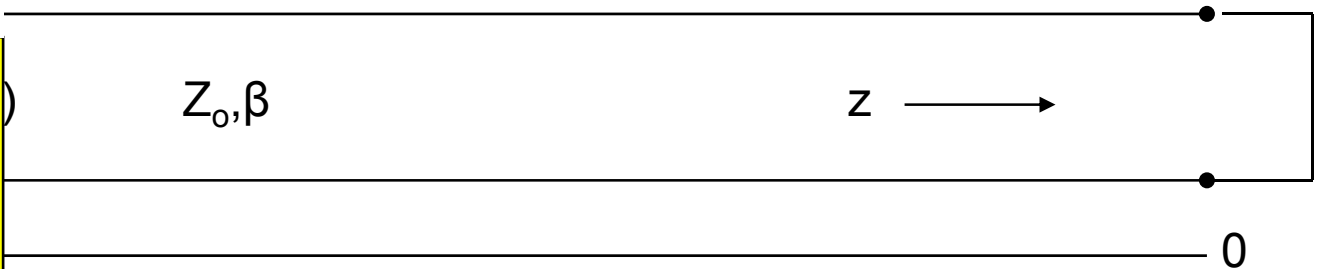


$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta l}} Z_o = Z_o \frac{Z_L + jZ_o \tan(\beta l)}{Z_o + jZ_L \tan(\beta l)}$$

Ejemplos de casos particulares...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Línea cortocircuitada



$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] = -2j \cdot V_o^+ \cdot \text{sen}(\beta z)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] = \frac{2V_o^+}{Z_0} \cdot \cos(\beta z)$$

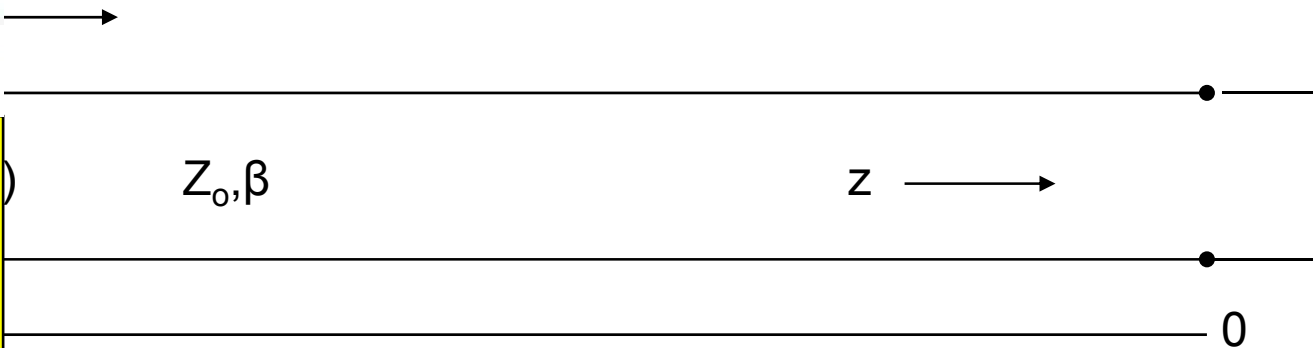
$$Z_{in} = jZ_0 \tan(\beta l)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Línea en circuito abierto



$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] = 2V_o^+ \cdot \cos(\beta z)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] = \frac{2j \cdot V_o^+}{Z_0} \cdot \text{sen}(\beta z)$$

$$Z_{in} = -j \cdot Z_0 \cot(\beta l)$$

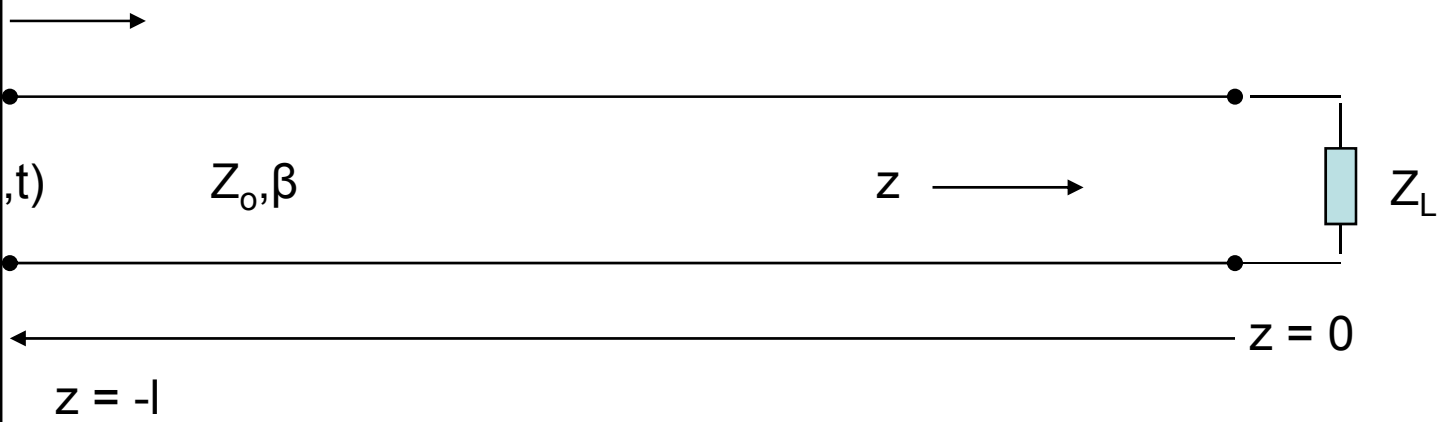


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Línea  $\lambda/2$



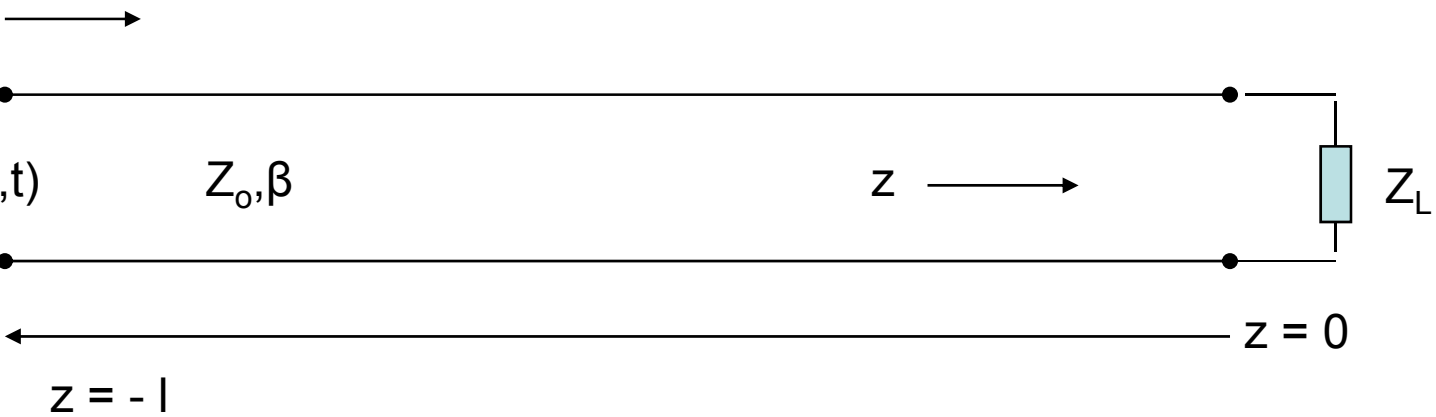
$$Z_{in} = Z_L$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Línea $\lambda/4$



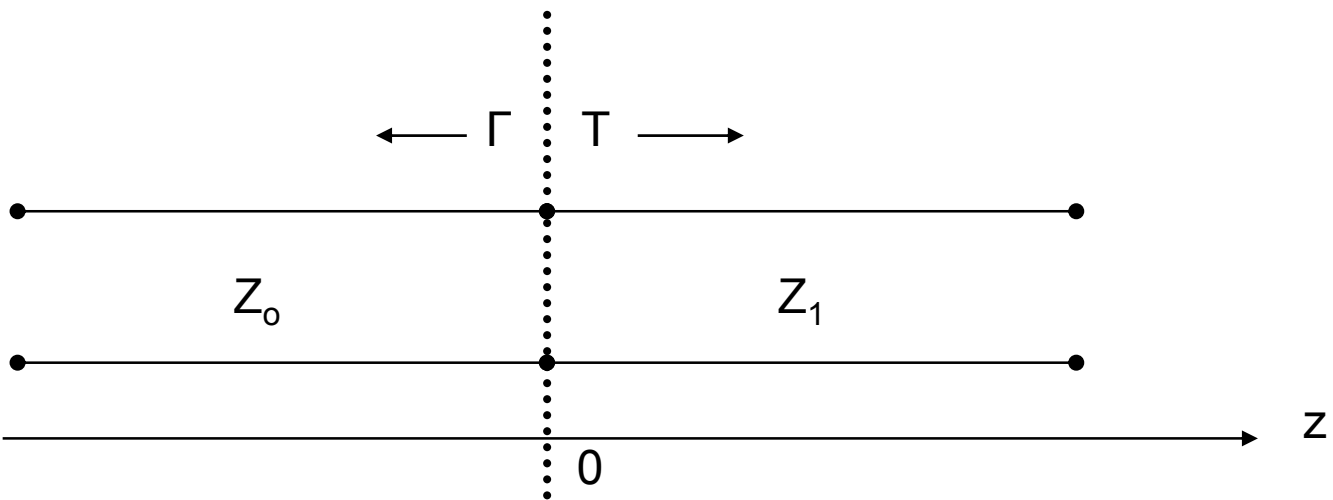
$$Z_{in} = \frac{Z_o^2}{Z_L}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
- - -  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## Línea acoplada a otra línea



$$V(z) = V_o^+ \left[ e^{-j\beta z} + \Gamma \cdot e^{j\beta z} \right] \quad z < 0$$

$$V(z) = V_o^+ \cdot T \cdot e^{-j\beta z} \quad z > 0$$

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0}$$



# Propiedades del coeficiente de reflexión y de la onda estacionaria

En ausencia de la reflexión en la carga, las amplitudes de voltaje y corriente permanecen estacionarias a lo largo de cada abscisa de la línea.

Los máximos de corriente ocurren cuando  $(\theta - 2\beta l) = 2n\pi$   
 Los máximos de voltaje ocurren cuando  $(\theta - 2\beta l) = (2n-1)\pi$

Los máximos de voltaje coinciden con mínimos de corriente y viceversa.

En una línea sin pérdidas el módulo del coeficiente de reflexión permanece constante.

El lugar geométrico de  $\Gamma(l) = \Gamma(0)e^{-2j\beta l}$  Este lugar geométrico es una circunferencia en el plano complejo de  $\Gamma(l)$

La transformación bilineal entre impedancias y coeficientes:

$$Z(l) = \frac{1 + \Gamma(0)e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma(0)e^{-2j\beta l}} \cdot Z_0 = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} \cdot Z_0 \Rightarrow \Gamma(l) = \frac{Z(l) - Z_0}{Z(l) + Z_0}$$

El coeficiente de reflexión le corresponde uno, y sólo uno, valor de fase.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

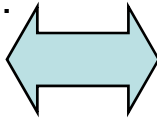


# Carta de Smith

Correspondencia biunívoca

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = \frac{\overline{Z_L} - 1}{\overline{Z_L} + 1}$$

de impedancias.  
en cartesiana.  
de infinito.



Plano complejo de coeficientes  $\Gamma_L$ .  
Representación polar.

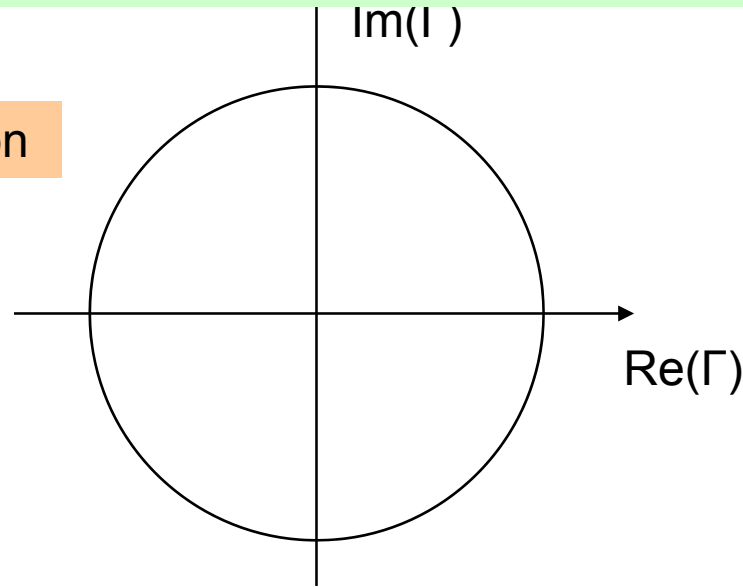
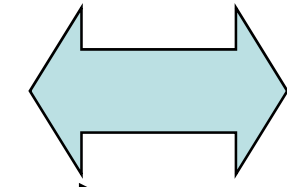
Plano limitado por la circunferencia  $|\Gamma_L|=1$ .

Rectas perpendiculares

2 familias de circunferencias perpendiculares

x

Biyección



ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70  
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

# Carta de Smith

$$\frac{Z(l)}{Z_o} \xrightarrow{\text{Normalización}} \overline{Z(l)} = \frac{Z(l)}{Z_o} = r + jx$$

$$\left. \begin{aligned} &= \Gamma_L e^{-2j\beta l} \\ \frac{Z_o}{Z_o} &= \frac{Z_L - 1}{Z_L + 1} \end{aligned} \right\} r + jx = \frac{1 + (u + jv)}{1 - (u + jv)}$$

$$\left. \begin{aligned} &u^2 + v^2 \\ &v^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} &\left( u - \frac{r}{1+r} \right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1+r)^2} \\ &(u-1)^2 + \left( v - \frac{1}{x} \right)^2 = \frac{1}{x^2} \end{aligned} \right.$$

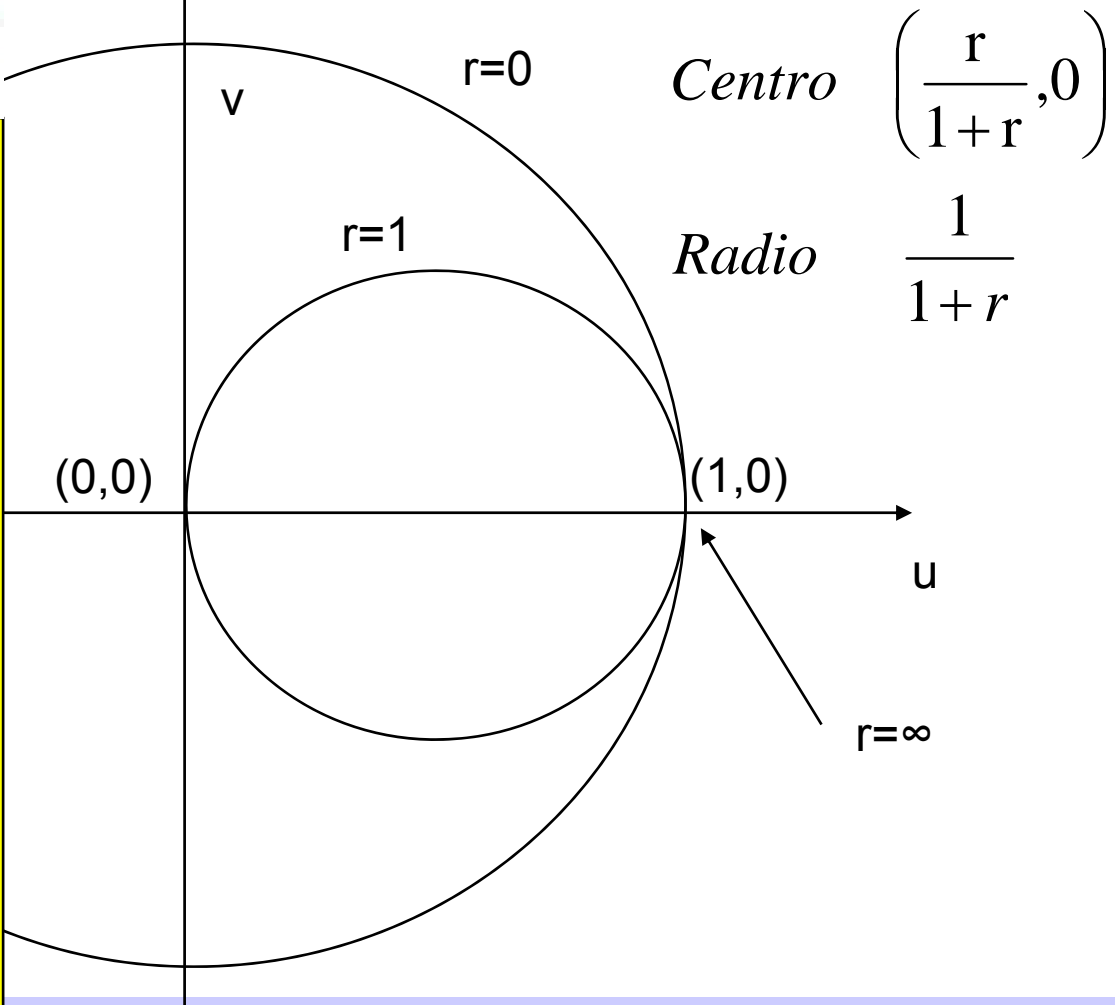
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70





Familia de circunferencias con r como parámetro

$$+v^2 = \frac{1}{(1+r)^2}$$



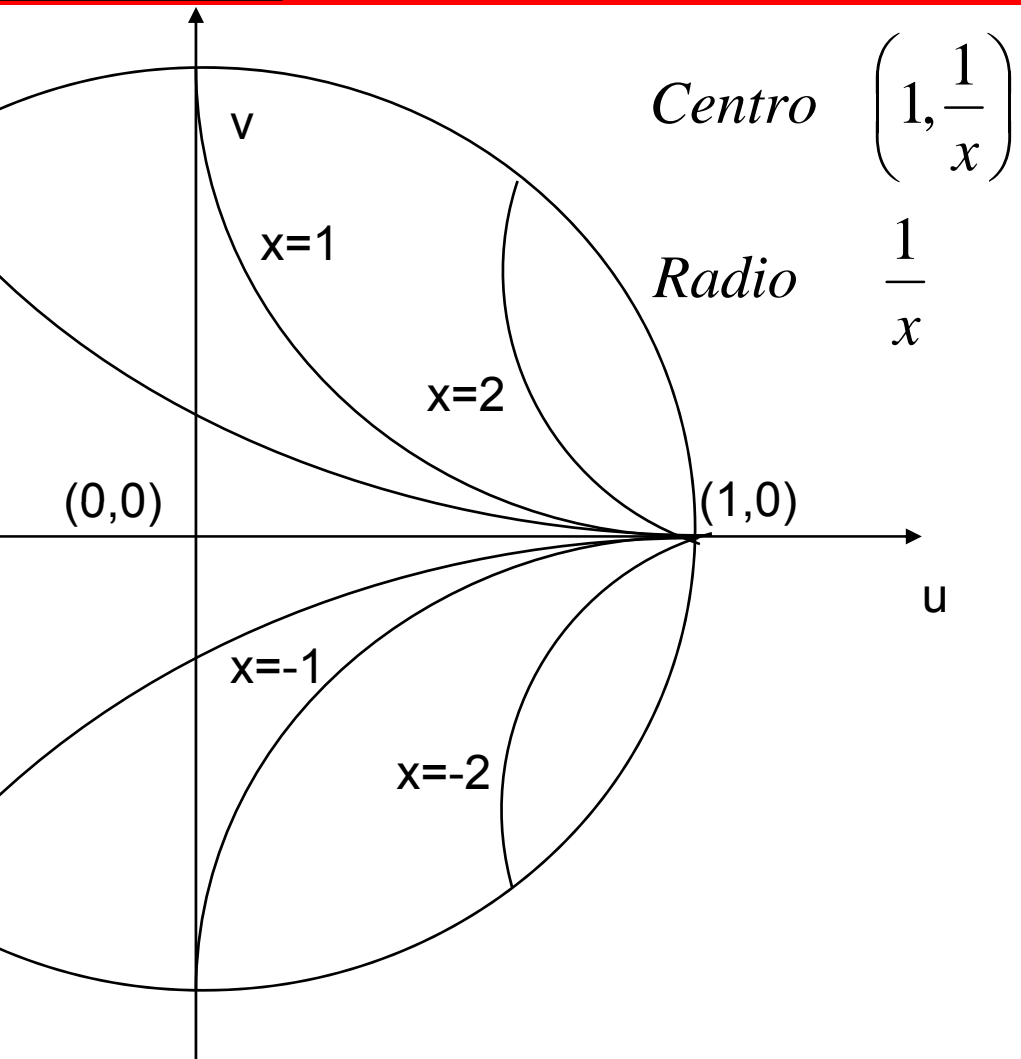
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\left(-\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$



Familia de circunferencias con x como parámetro



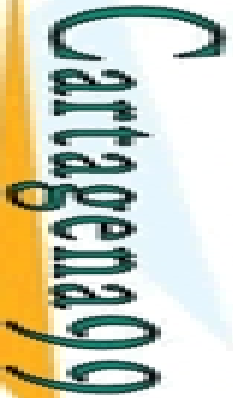
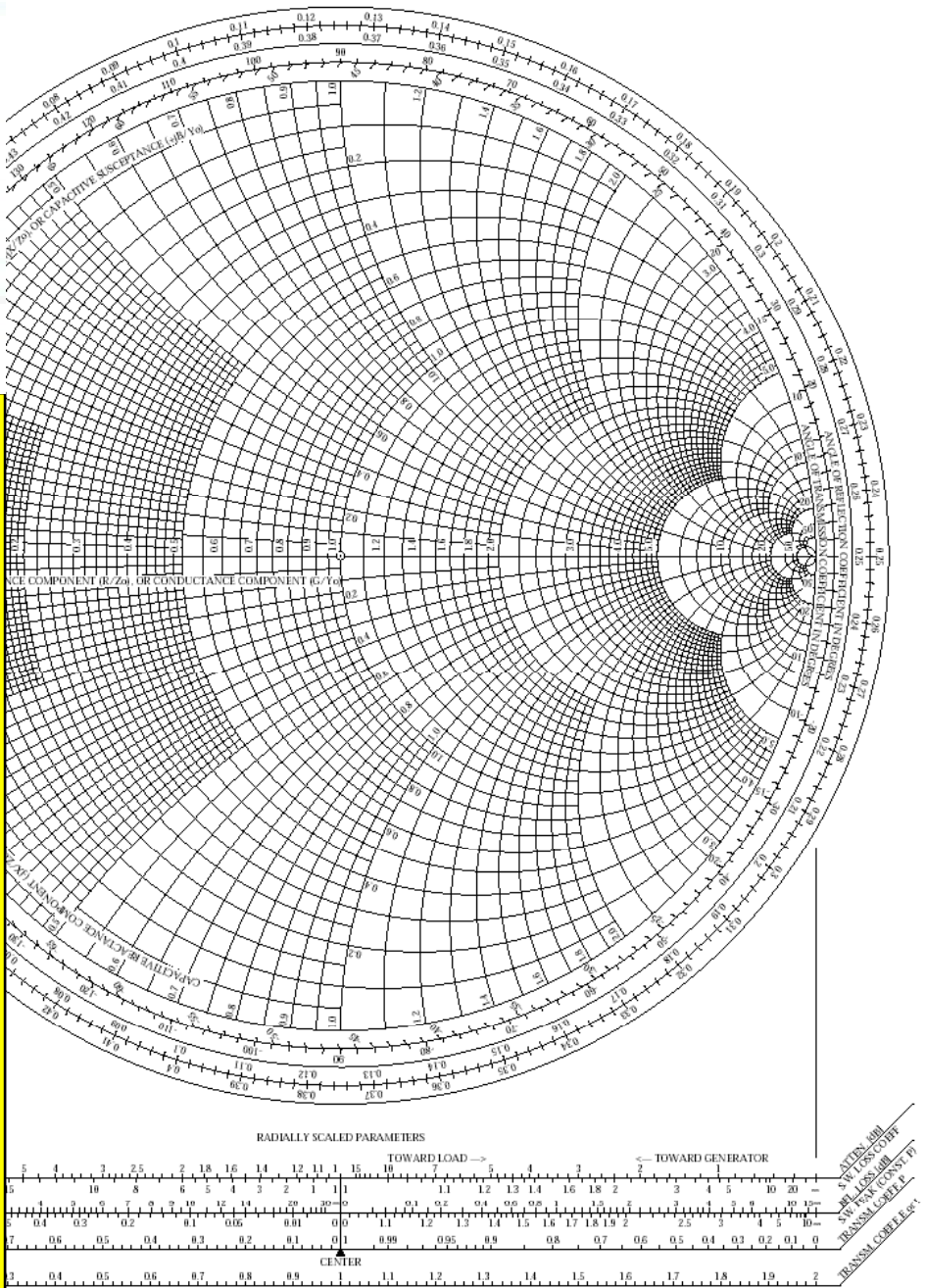
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



¿Significado del sentido del movimiento en la carta?

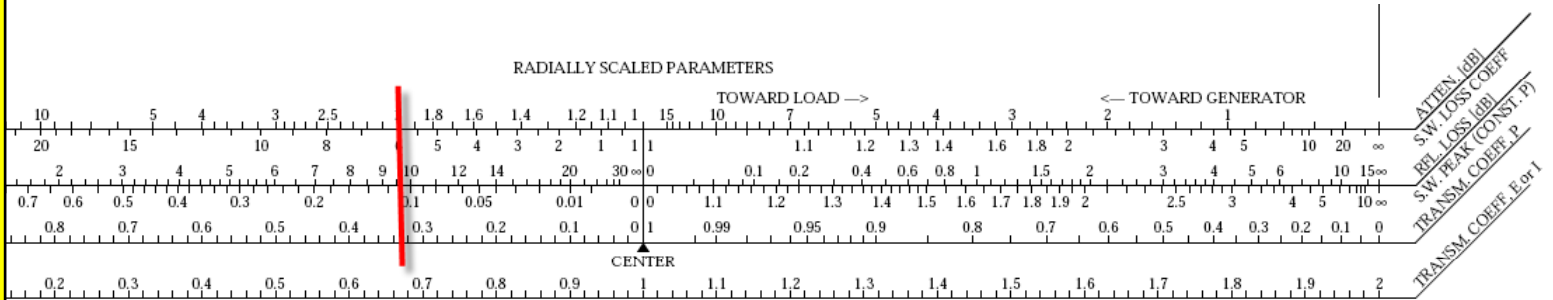
Sentido horario:  
hacia generador  
Sentido antihorario:  
hacia la carga



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
-- --  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# ALCULADOR EN LA CARTA DE SMITH

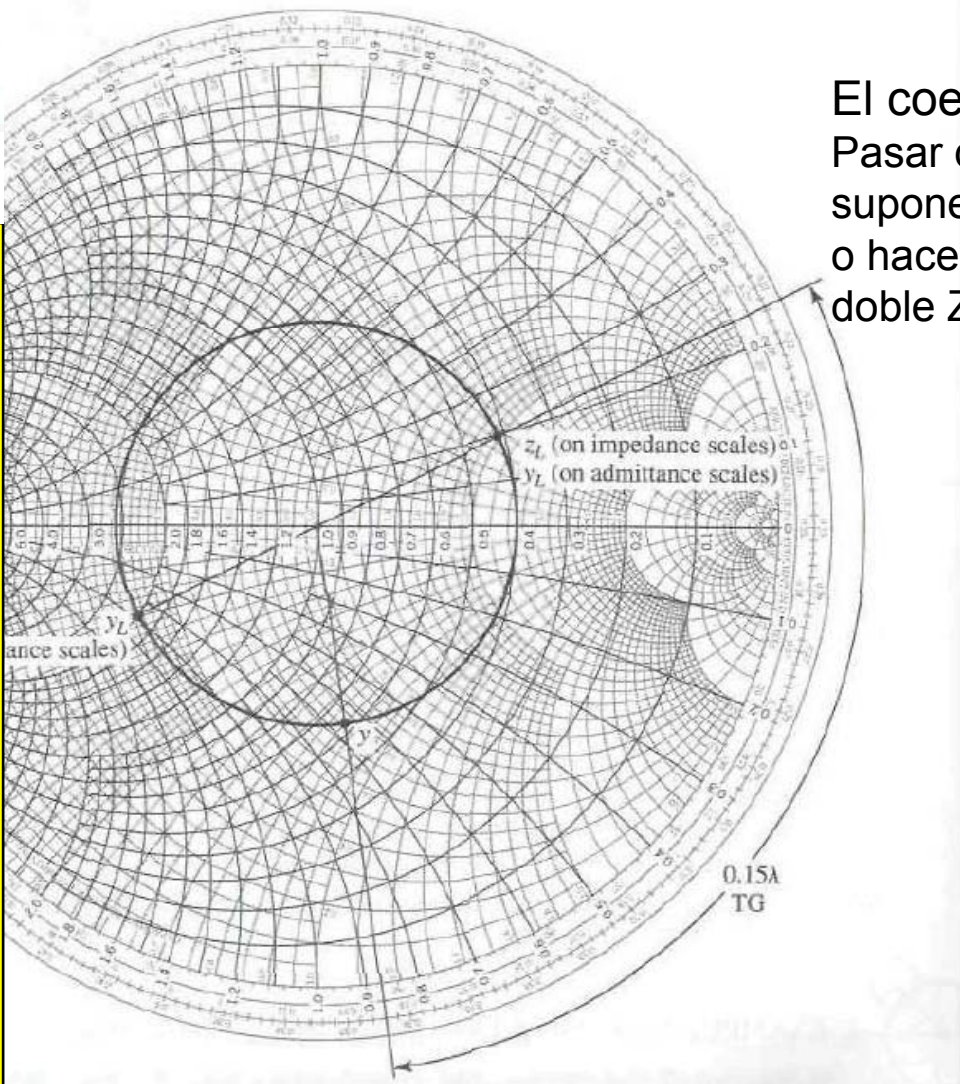
Para una ROE de 2, llevando una línea vertical podemos ver que el coeficiente de reflexión en voltaje es 0.33, el coeficiente de reflexión en potencia es 0.11 que, en dB vale 9.54 dB.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Doble carta de Smith ZY



El coeficiente  $\Gamma_v = -\Gamma_I$   
Pasar de impedancias a admitancias supone girar  $180^\circ$  en la carta anterior. o hacer una doble lectura en la carta doble ZY.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# adaptación de impedancias

pasar de un punto de coeficiente de reflexión (impedancia) original a otro

...te, aunque no siempre, el movimiento es el origen: coeficiente de reflexión o impedancia normalizada 1.

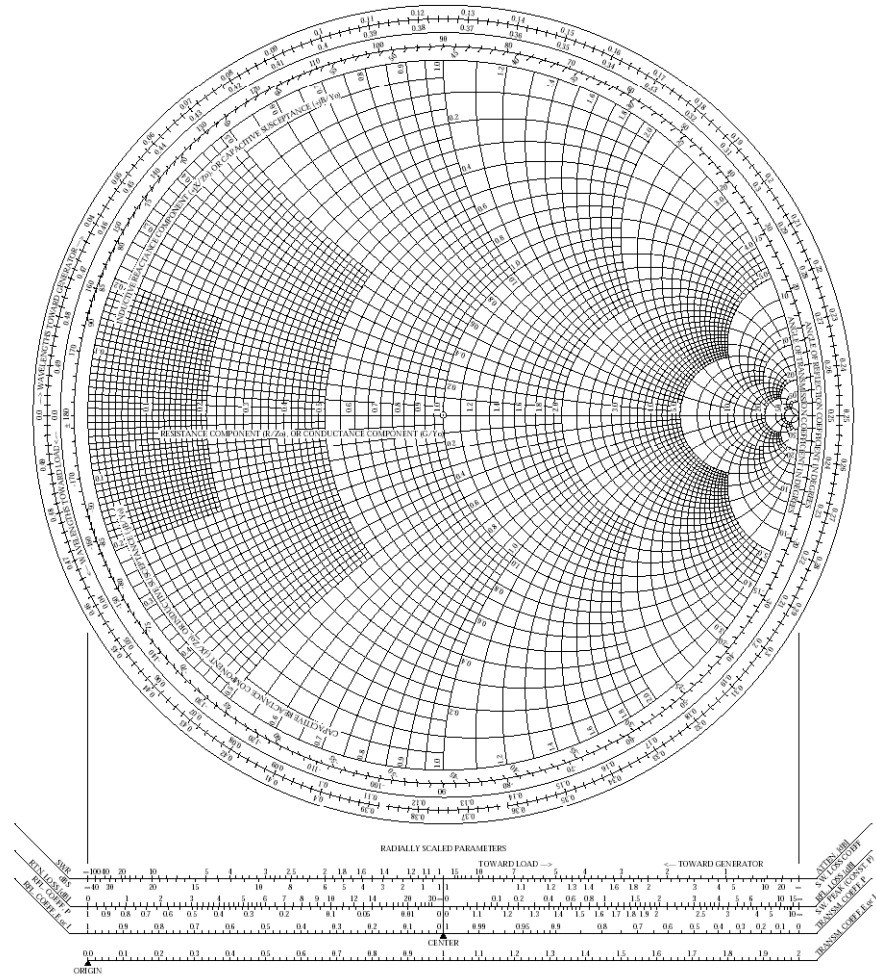
...ar ese movimiento sólo nos permite mover por circunferencias de coeficiente de reflexión constante:

...nto a lo largo de la línea sin cambio de coeficiente de reflexión: circunferencia de módulo de coeficiente de reflexión constante.

...n de una celda de adaptación sin cambio de coeficiente de reflexión: movimiento por una circunferencia de  $r$  o  $g$  constante.

...n de una celda de adaptación sólo por líneas de impedancia constante: movimiento por una circunferencia de reactancia constante (caso habitual).

Grupo de Radiofrecuencia, UC3M, Septiembre 2009.  
Tema 3: Líneas de transmisión y carta de Smith



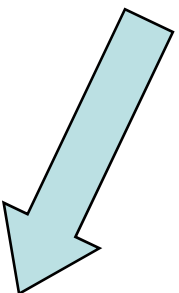
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



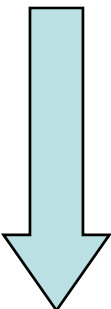
# Adaptación de impedancias

Cartagena99

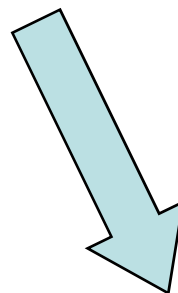
## Ejercicios de la carta de Smith



Inductores simples



Stub simple

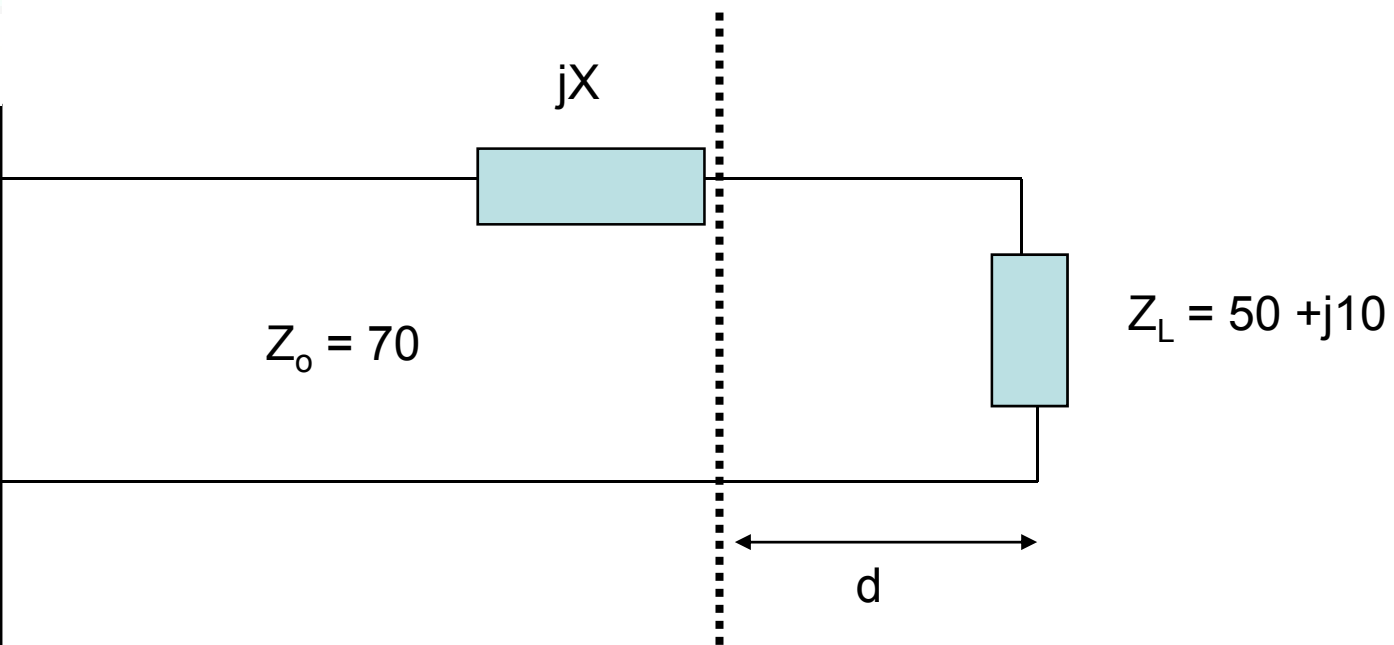


Doble stub

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
...  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

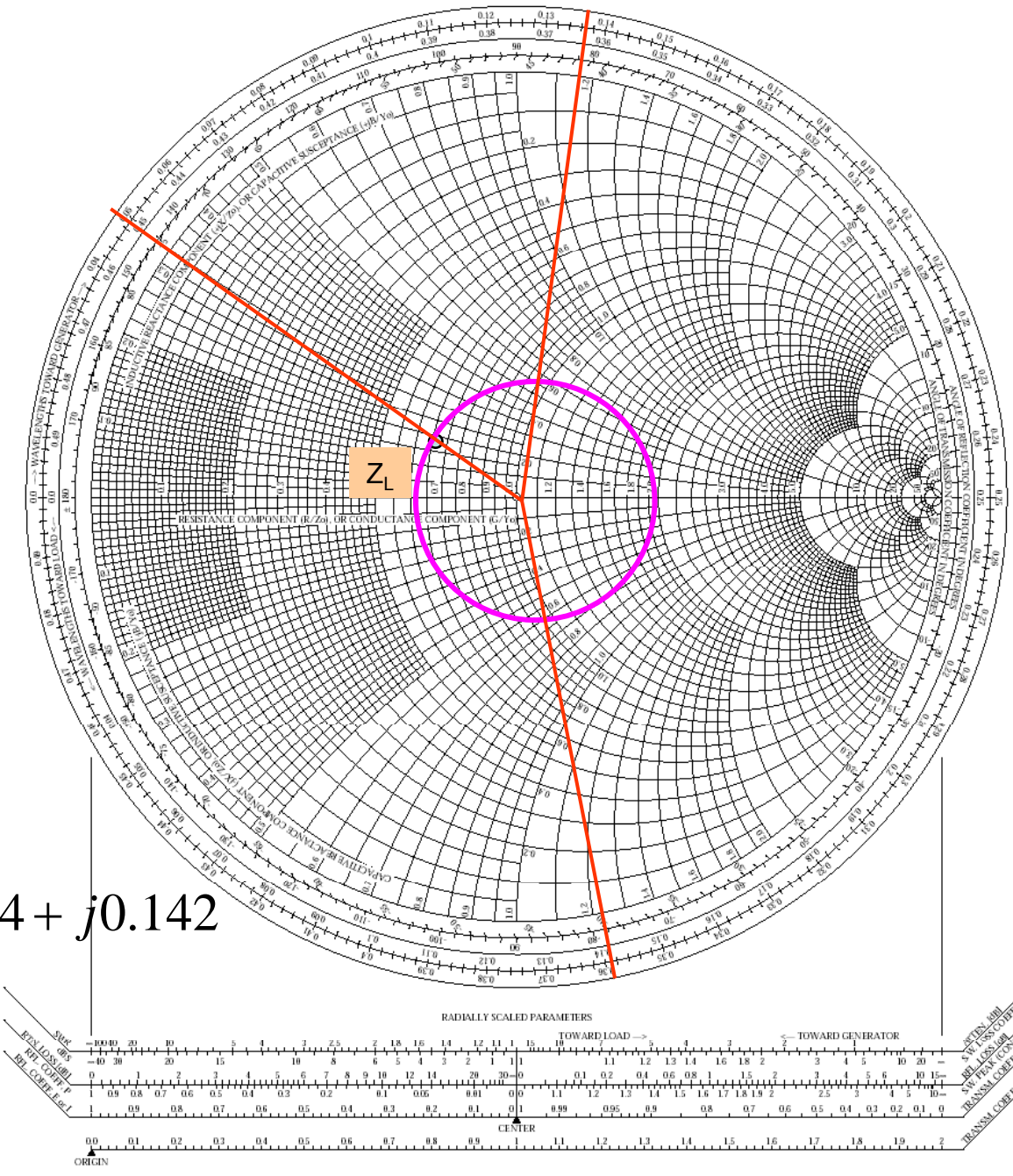


# Adaptadores simples



Encontrar la posición y el valor de la reactancia para conseguir adaptación en la línea...





$$1.14 + j0.142$$

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

--

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_o} = 0.714 + j0.142$$

Solución A:

$$\text{Azimut} = 0.141 \lambda$$

$$\text{Impedancia vista} = 1 + j0.38$$

$$d = (0.141 - 0.043)\lambda = 0.098 \lambda$$

Solución B:

$$\text{Azimut} = 0.359 \lambda$$

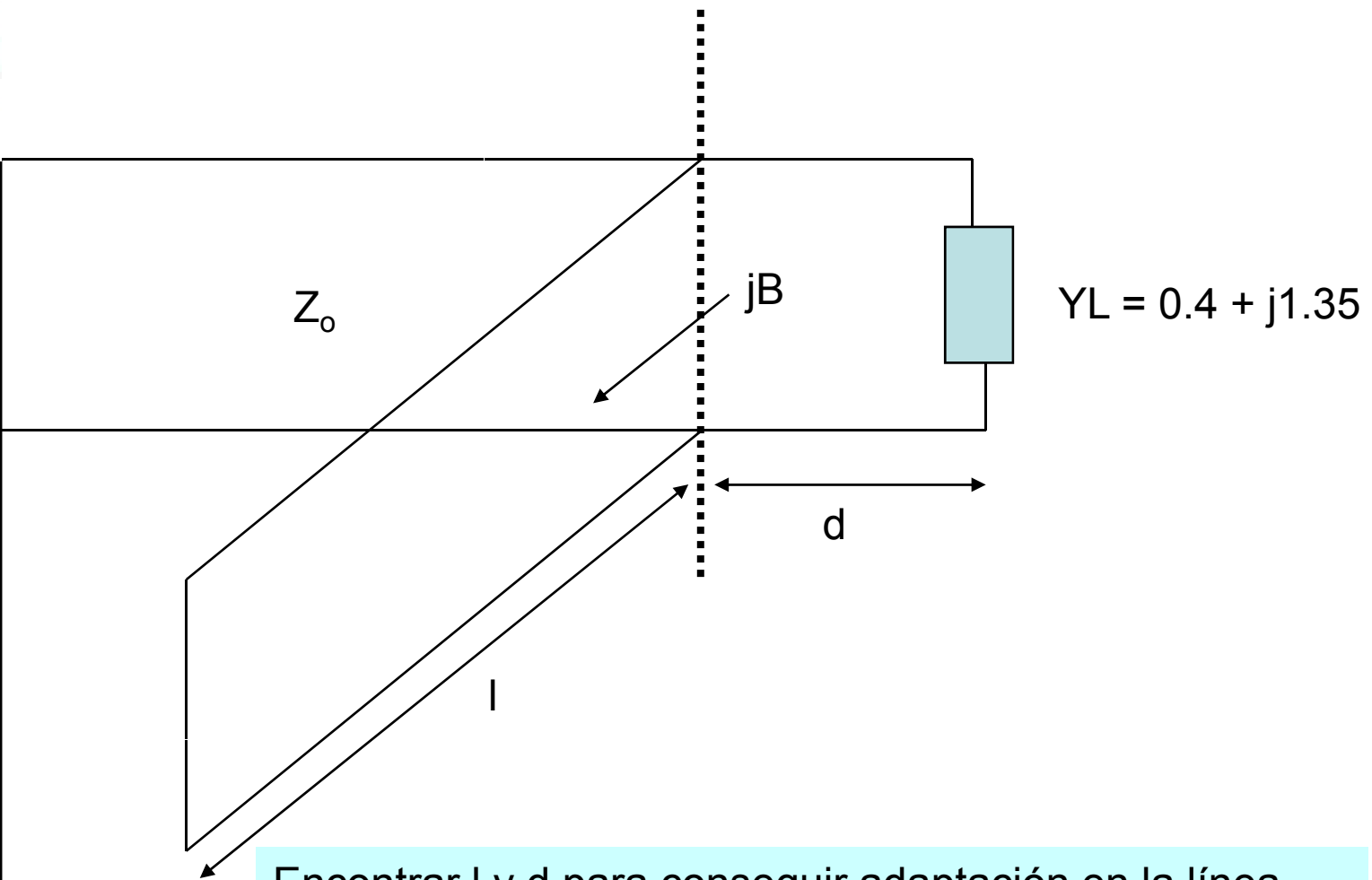
$$\text{Impedancia vista} = 1 - j0.38$$

$$d = (0.359 - 0.043)\lambda = 0.316 \lambda$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

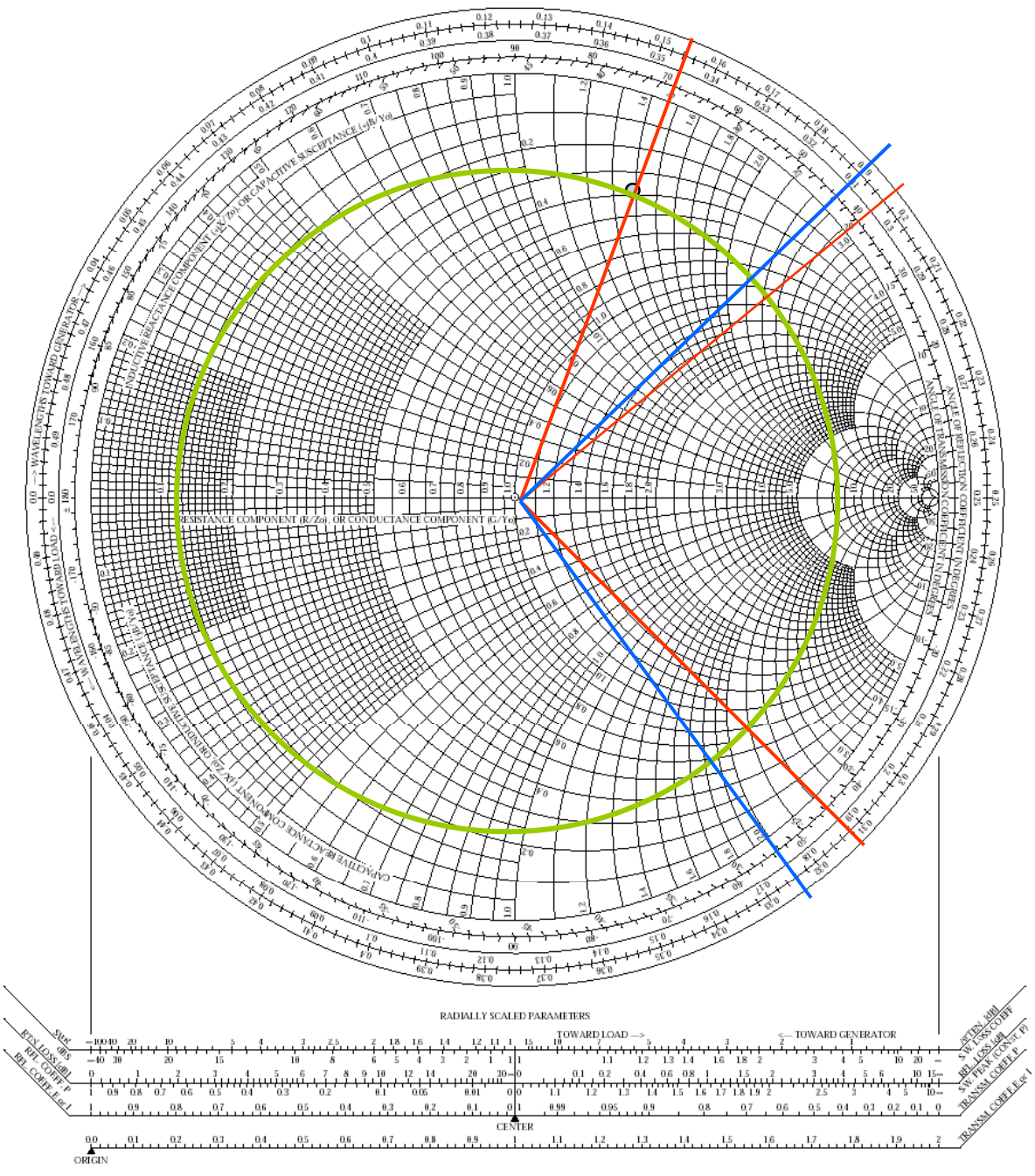


# Stub simple



Encontrar  $l$  y  $d$  para conseguir adaptación en la línea...





CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
-- --  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Solución A:

$$\text{Azimut} = 0.193 \lambda$$

$$d = (0.193 - 0.153)\lambda = 0.04 \lambda$$

$$\text{Admitancia vista} = 1 + j2.3$$

$$\text{Azimut de } -j2.3 = 0.315 \lambda$$

$$l = (0.315 - 0.25) \lambda = 0.065 \lambda$$

Solución B:

$$\text{Azimut} = 0.307 \lambda$$

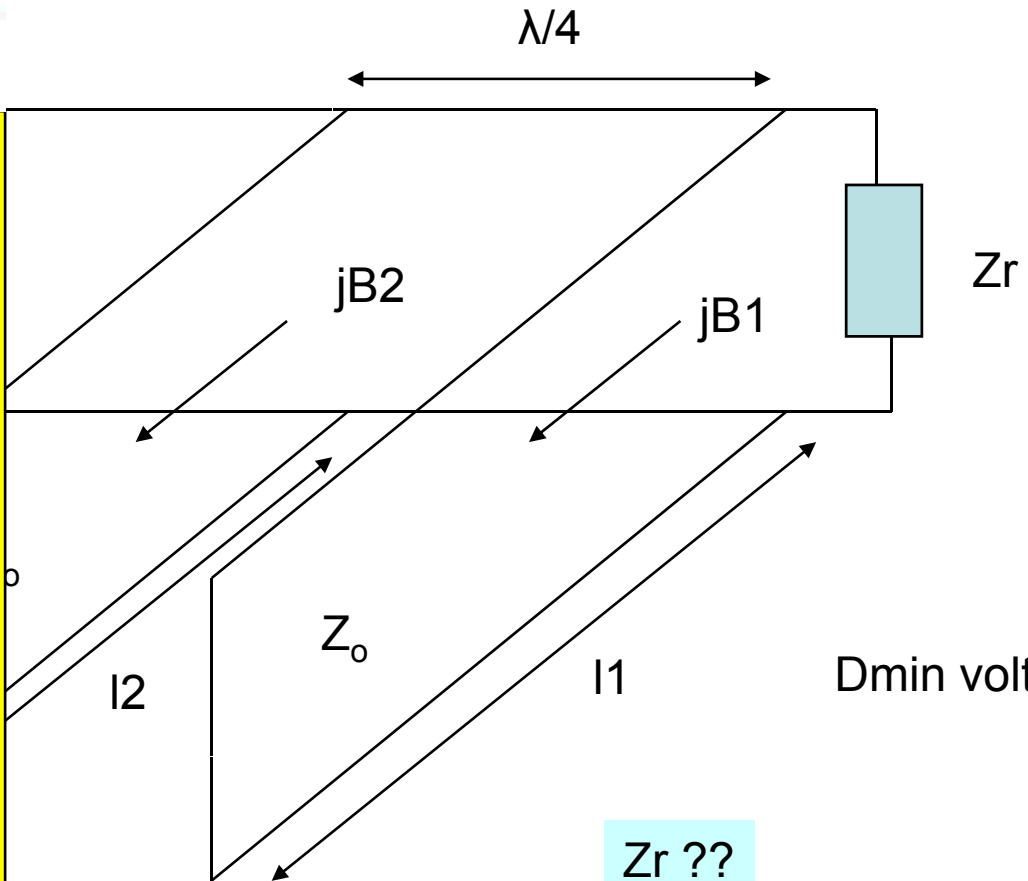
$$d = (0.307 - 0.153)\lambda = 0.154 \lambda$$

$$\text{Admitancia vista} = 1 - j2.3$$

$$\text{Azimut de } j2.3 = 0.185 \lambda$$

$$l = (0.25 + 0.185) \lambda = 0.435 \lambda$$

# Doble stub



$Z_0 = 200 \Omega$

$SWR = 6.5$

Dmin voltaje a la carga =  $0.168 \lambda$

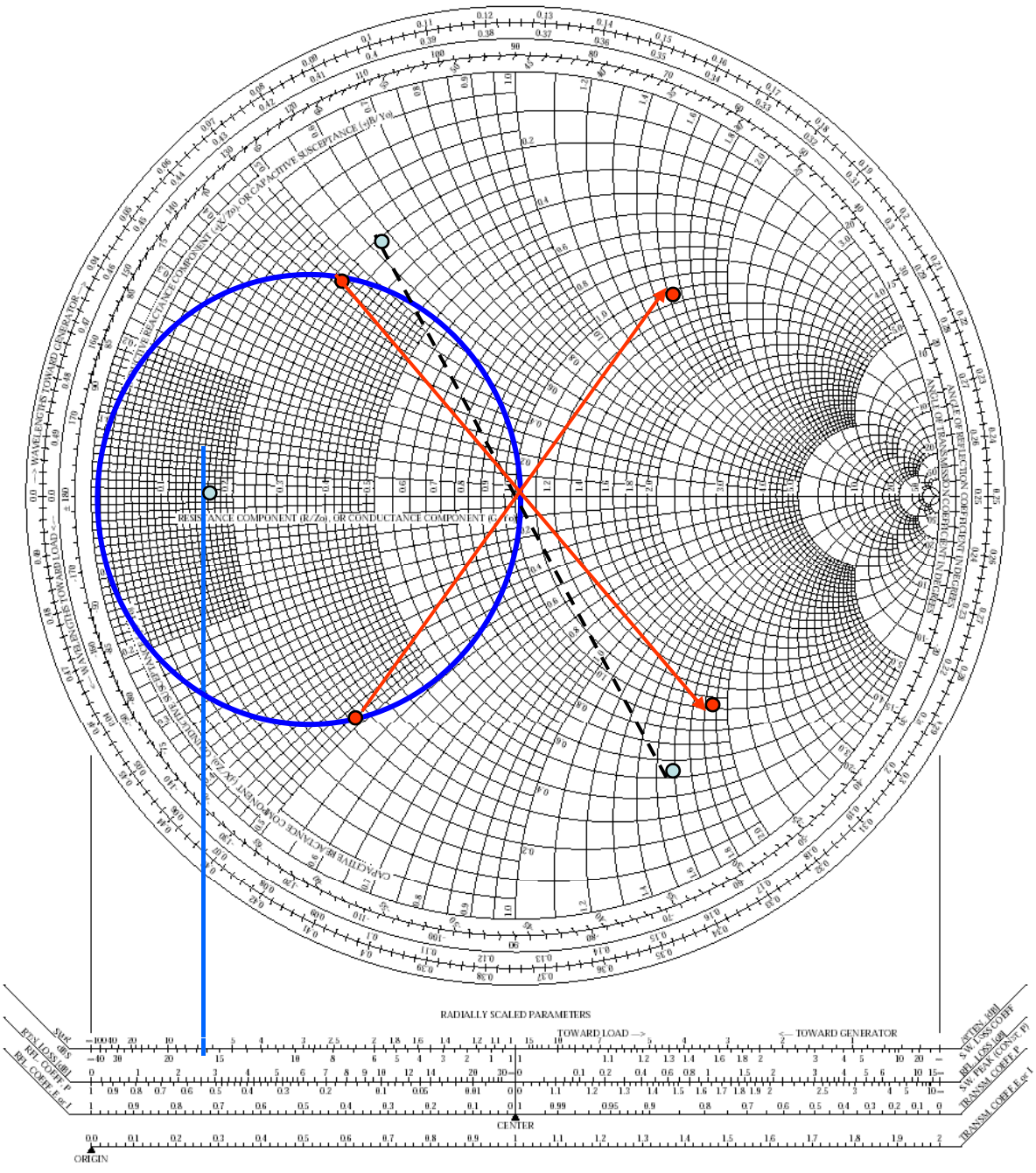
Zr ??

l1 y l2 para adaptación de la línea ??



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70





# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
-- --  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Desplazándose  $0.168 \lambda$  hacia la carga:

$$Z_r = Z_o(0.6 - j1.6) = 120 - j320 \Omega$$

$$Y_r = 0.21 + j0.55$$

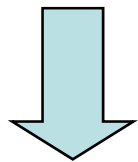
Solución A:

$$Y_r = 0.21 + j0.41$$

$$Y_{\text{stub}} = j0.41 - j0.55 = -j0.14 \quad \text{Admitancia del stub} = -j0.41 - j0.55 = -j0.96$$

$$\text{Azimut de } -j0.14 = 0.478 \lambda$$

$$l = (0.478 - 0.25) \lambda = 0.228 \lambda$$



$$Y_{\text{in}} = 1 - j1.95$$

$$\text{Azimut de } j1.95 = 0.174 \lambda$$

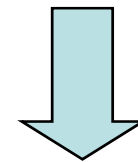
$$l = (0.25 + 0.174) \lambda = 0.424 \lambda$$

Solución B:

$$Y_r = 0.21 - j0.41$$

$$\text{Azimut de } -j0.96 = 0.379 \lambda$$

$$l = (0.379 - 0.25) \lambda = 0.129 \lambda$$



$$Y_{\text{in}} = 1 + j1.95$$

$$\text{Azimut de } -j1.95 = 0.326 \lambda$$

$$l = (0.326 - 0.25) \lambda = 0.076 \lambda$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Criterio de Bode-Fano

La demostración del criterio es muy compleja:

Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, NY, 1945.

Fano, *Theoretical limitations on the broad band matching of arbitrary impedances*, Journal of the Franklin Institute, vol. 249, pp. 57-83, January 1950, and pp. 139-154 February 1950.

¿Se puede conseguir una adaptación perfecta para un ancho de banda especificado?

Si no, ¿cuál es la relación entre el máximo coeficiente de reflexión que podemos permitir en la línea y el ancho de banda?

¿Cómo evaluar la complejidad de la red de adaptación?

Grupo de Radiofrecuencia, UC3M, Septiembre 2009.  
Tema 3: Líneas de transmisión y carta de Smith

Microondas-3- 37

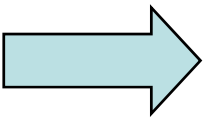


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

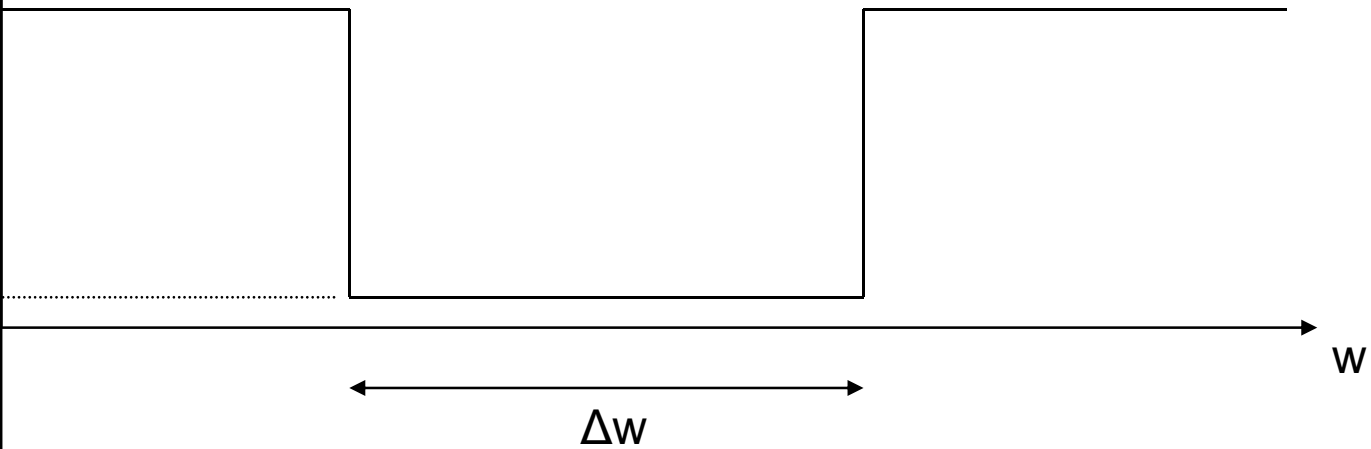


$$\Delta w \ln \frac{1}{\Gamma_m} \leq \frac{\pi}{RC}$$



$$\frac{1}{|\Gamma(w)|} dw \leq \frac{\pi}{RC}$$

ulo  $\Gamma$



# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## Principales conclusiones del criterio de Bode-Fano

Para una carga dada, se puede conseguir un ancho de banda elevado a expensas de aumentar el coeficiente de reflexión....

El coeficiente de reflexión sólo puede ser cero a frecuencias discretas....

Circuitos con  $Q$  mayor son más difíciles de adaptar que los de  $Q$  menor:  
( $Q$  alta equivale a valores de  $R$  y/o  $C$  altos)

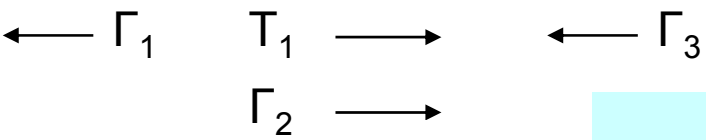
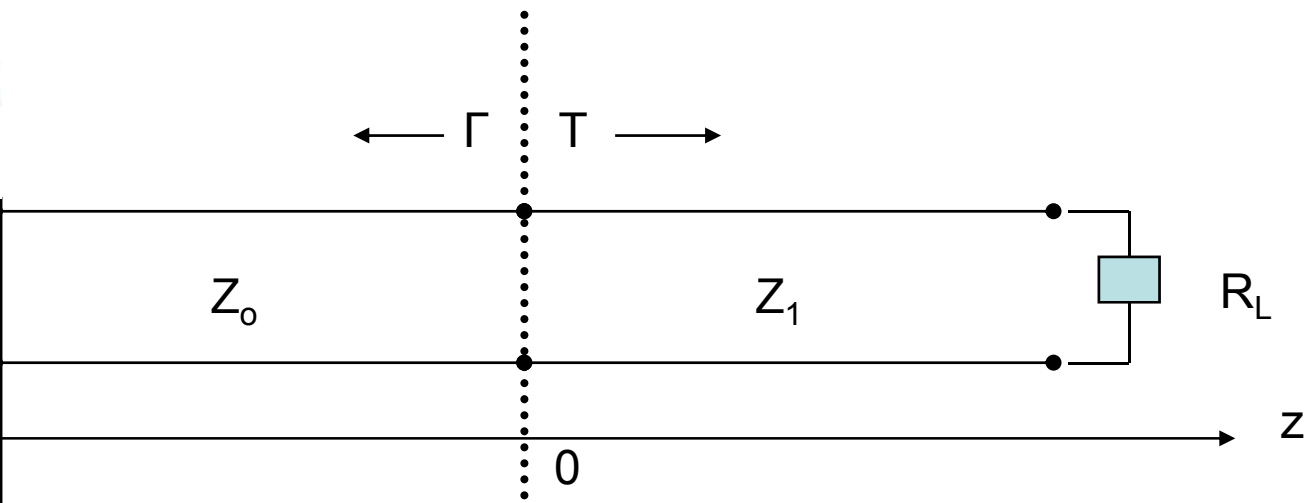
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Teoría de reflexiones múltiples



$$T_1 = 1 + \Gamma_1 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_o}$$

$$T_2 = \frac{2Z_o}{Z_1 + Z_o}$$

$$\Gamma_3 = \frac{R_L - Z_1}{R_L + Z_1}$$

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_o}{Z_1 + Z_o}$$

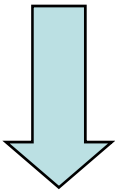
$$\Gamma_2 = -\Gamma_1$$





$$\Gamma = \Gamma_1 - T_1 T_2 \Gamma_3 + T_1 T_2 \Gamma_2 \Gamma_3^2 - T_1 T_2 \Gamma_2^2 \Gamma_3^3 + \dots =$$

$$= \Gamma_1 - T_1 T_2 \Gamma_3 \sum_{n=0}^{\infty} (-\Gamma_2 \Gamma_3)^n$$



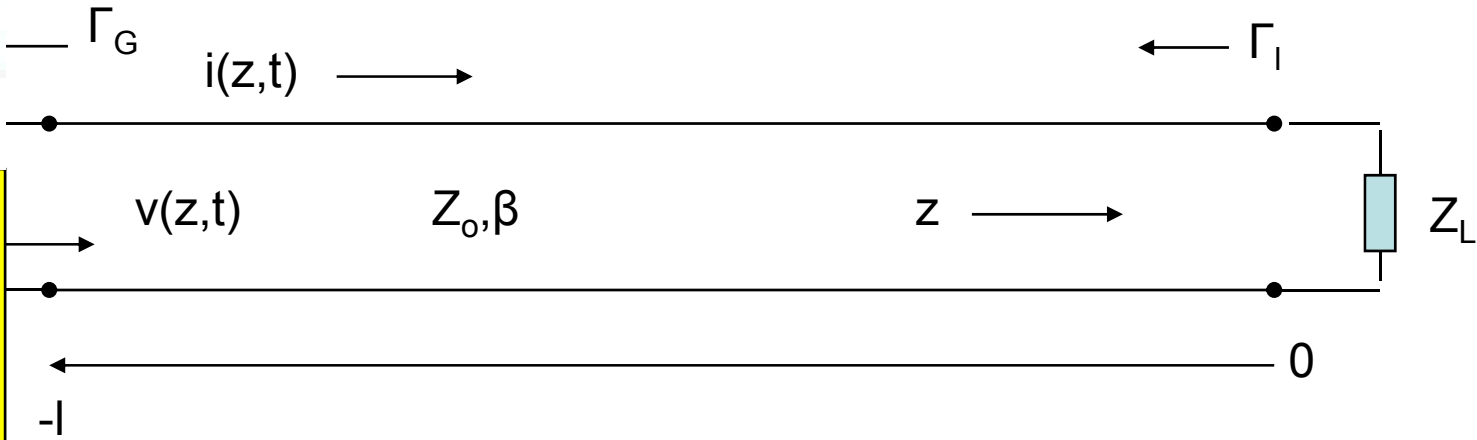
Serie geométrica

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_3 - T_1 T_2 \Gamma_3}{1 + \Gamma_2 \Gamma_3} = \frac{2(Z_1^2 - Z_o R_L)}{(Z_1 + Z_o)(R_L + Z_1)}$$

Recordar adaptador de  $\lambda/4$ ...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Desadaptación de la carga y del generador



$$V(-l) = V_o^+ \left[ e^{j\beta l} + \Gamma_l \cdot e^{-j\beta l} \right] = V_g \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g}$$

$$\frac{Z_o}{Z_{in} + Z_g} \frac{e^{-j\beta \cdot l}}{1 - \Gamma_l \cdot \Gamma_g e^{-2j\beta \cdot l}}$$

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o}$$

$$P = \operatorname{Re}\{V_{in} I_{in}^*\} = \frac{1}{2} |V_g|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_{in}}\right\} = \frac{R_{in}}{(R_{in} + R_g)^2 + (X_{in} + X_g)^2}$$

Potencia entregada a la carga

Adaptada a la línea

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{Z_o}{(Z_o + R_g)^2 + (X_g)^2}$$

Adaptación compleja

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{1}{4R_g}$$

Por adaptado a la línea cargada

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{R_g}{4(R_g + X_g)^2}$$

$$Z_{in} = Z_g^*$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Línea de transmisión con pérdidas

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)}$$

$$\begin{array}{l} \omega L \\ \omega C \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cong \frac{1}{2} \left( \frac{R}{Z_o} + GZ_o \right) \\ \beta \cong \omega \sqrt{LC} \end{array} \right. \quad Z_o \cong \sqrt{\frac{L}{C}}$$
  

$$\text{Heaviside} \rightarrow \frac{R}{L} = \frac{G}{C} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = R \sqrt{\frac{C}{L}} \\ \beta = \omega \sqrt{LC} \end{array} \right.$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$V_o^+ \left[ e^{-\gamma z} + \Gamma \cdot e^{\gamma z} \right]$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \left[ e^{-\gamma z} - \Gamma \cdot e^{\gamma z} \right]$$

$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_o \frac{Z_L + Z_o \tanh(\gamma l)}{Z_o + Z_L \tanh(\gamma l)}$$

Con  $P_L$  potencia en la carga

$$P_{in} = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o} \left[ 1 - |\Gamma(l)|^2 \right] e^{2\alpha l}$$

$$P_L = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o} \left[ 1 - |\Gamma|^2 \right]$$

$$P_{loss} = P_{in} - P_L = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o} \left[ \left( e^{2\alpha l} - 1 \right) + |\Gamma|^2 \left( 1 - e^{2\alpha l} \right) \right]$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

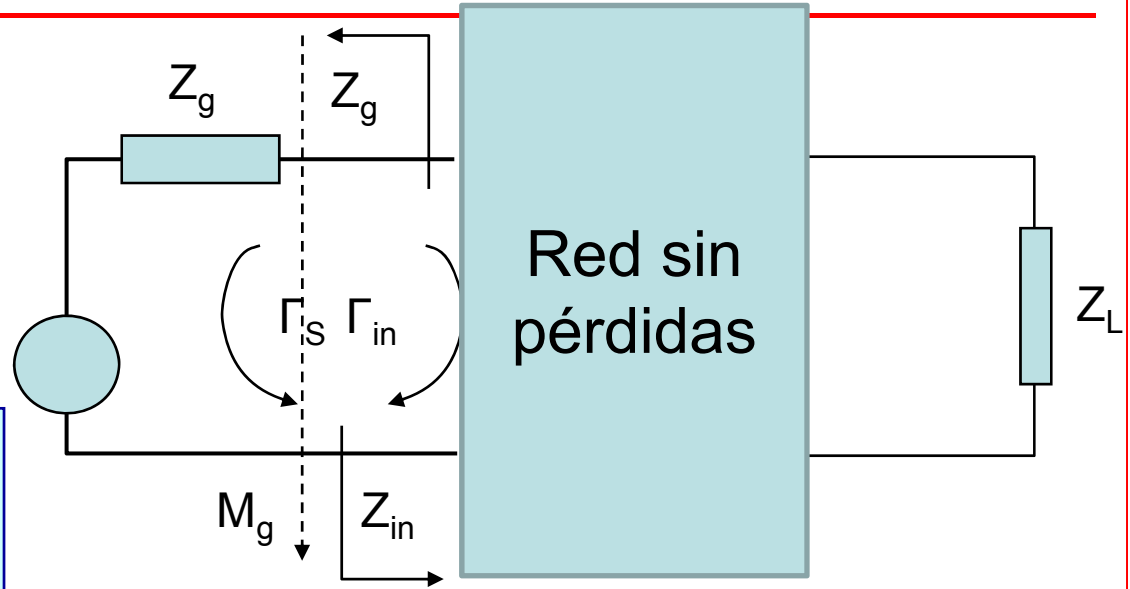
# CONCEPTO DE COEFICIENTE DE DESADAPTACIÓN

disponible de un

$$P_{dg} = \frac{1}{8} \cdot \frac{|V_g|^2}{R_g}$$

de entrada a la red  
as

$$\frac{4 \cdot R_g \cdot R_{in}}{|Z_g + Z_{in}|^2} = P_{dg} \cdot M_g$$



ión conjugada para máxima transferencia de potencia

$$Z_{in} = Z_g^*$$

nte de reflexión conjugado:

$$\rho_{in} = \frac{Z_{in} - Z_g^*}{Z_{in} + Z_g}$$

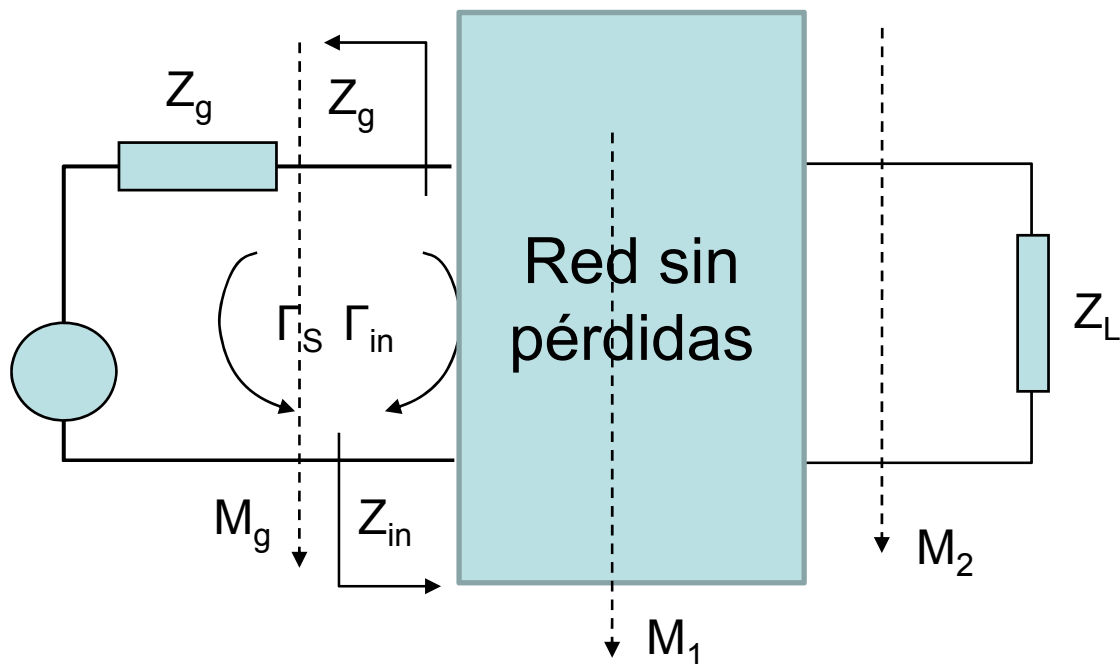
entre coeficiente de reflexión conjugado y coeficiente de

ntación: 
$$M_g = 1 - \rho_{in}^2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# CONCEPTO DE COEFICIENTE DE DESADAPTACIÓN (II)



La: el coeficiente de desadaptación a través de una red de adaptación sin pérdidas permanece constante a lo largo de toda la línea de transmisión.

$$M_g = M_1 = M_2$$



# Conclusiones (I)

Se ha presentado la línea de transmisión finalizada que genera una onda estacionaria.

La onda estacionaria viene caracterizada por el coeficiente de reflexión en cada punto de la línea.

En una línea sin pérdidas es constante el módulo. Esto supone una circunferencia.

En una línea con pérdidas hay un decrecimiento del módulo con la variación de fase. Esto supone una espiral.

Debe haber una aplicación biyectiva entre cada coeficiente de reflexión y cada impedancia, a cada coeficiente de reflexión le corresponde una y sólo una impedancia.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70





# Conclusiones (II)

La carta de Smith constituye la herramienta básica para el análisis de cualquier circuito de microondas.

Existe una representación en el PLANO POLAR de los coeficientes de reflexión.

Existe una aplicación biyectiva entre coeficientes de reflexión e impedancias a cada coeficiente de reflexión en el plano polar le corresponde un valor de impedancia o reactancia.

The logo for Cartagena99, featuring the word 'Cartagena99' in a stylized, green, cursive font. The text is set against a background of a light blue and yellow gradient that resembles a stylized map of the city of Cartagena.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Conclusiones (III)

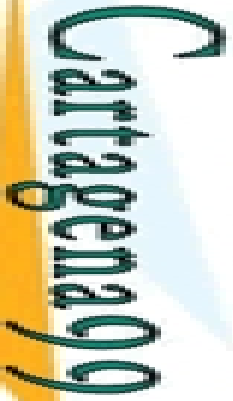
ionalidades de la carta de Smith:

ectura directa del coeficiente de reflexión en módulo y fase mediante la superposición de curvas de resistencia – inductancia- y reactancia –susceptancia-, también se lee el valor de la impedancia).

otención del valor del coeficiente de reflexión en cualquier punto de una línea sin más que hacer una rotación a través de la circunferencia de coeficiente de reflexión constante (centro origen y radio R).

representación de admitancias/impedancias sin más que hacer giro de  $180^\circ$  (en la carta de Smith convencional).

aptación de impedancias mediante movimientos en, principalmente, dos familias de circunferencias: coeficientes de reflexión constantes y resistencias (conductancias) constantes.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Referencias

- David M. Pozar: "Microwave Engineering" Second Edition 1998, John Wiley & Sons. (capítulo 5)
- Robert E. Collin: "Foundations for microwave engineering" New York McGraw-Hill, 1992. (capítulo 5)
- Rajeev K. Mishra and Anand K. Bhartia: "Microwave Solid State Circuit Design", Wiley-Interscience, 1988, segunda edición. (capítulo 4).



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

