

UNIDAD  
DIDÁCTICA

# 8

## DIAGRAMAS DE FASE

### OBJETIVOS DE LA UNIDAD

1. Introducción
2. Solidificación de equilibrio. Regla de la palanca
3. Reacciones invariantes
4. Solidificación eutéctica
5. Conclusiones

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99



## OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Como se ha estudiado a lo largo de este libro, los diagramas de fase es una parte fundamental para la interpretación de los materiales ya que nos muestran cuáles son las fases que termodinámicamente prevalecerán, es decir cuáles serán las fases estables si se deja evolucionar un sistema durante el tiempo suficiente para que se produzcan las transformaciones.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 1. INTRODUCCIÓN

Los diagramas de fase nos indican que fases serán estables para cada temperatura y composición. En este capítulo abordaremos fundamentalmente los diagramas de fase binarios es decir los formados por dos componentes.

Estos diagramas son una herramienta muy importante ya que nos servirá como guía o mapa para poder encontrar la microestructura que debería existir para una composición dada y a una temperatura determinada. Estaremos hablando siempre de termodinámica, y por tanto de la tendencia a formarse las fases siempre que le confiera el suficiente tiempo.

En el tema siguiente, cuando tratemos los tratamientos térmicos, ya podremos relacionarlo con la el tiempo que necesitara una cierta transformación para producirse por tanto introduciremos la cinética y veremos con qué rapidez se formará una cierta microestructura para una temperatura o velocidad de enfriamiento dadas, o la velocidad de enfriamiento requerida para conseguir la microestructura deseada.

Antes de nada vamos a necesitar definir algunos términos que usaremos durante este y los siguientes capítulos, y que a veces se usan de forma inadecuada.

**Fase:** Cada una de las partes homogéneas físicamente separables en un sistema formado por uno o varios componentes. Por ejemplo dos líquidos que sean inmiscibles como el agua y el aceite son dos fases líquidas distintas. Así mismo pasa en estado sólido, puede existir un sólido pero que esté formado por dos fases con distinta composición (en el granito se puede apreciar a simple vista las distintas fases que lo componen)

**Componente:** Cada uno de los elementos (o compuestos) que forman parte un sistema. Por ejemplo en el sistema Fe-Ni los componentes serían el hierro y el níquel, y la *composición* de una determinada aleación de este sistema, sería la cantidad de hierro y níquel que contiene. Otro ejemplo podría ser el sistema  $Al_2O_3$ - $SiO_2$  cuyos componentes serían  $Al_2O_3$  y  $SiO_2$ , muy usado en diseño de cerámicas y vidrios.

**Microconstituyente:** fase o mezcla de fases que se han formado a una temperatura determinada. Por ejemplo el eutéctico que se forma en la aleación Pb-Sn a  $183^\circ C$ , como veremos más adelante.

**Composición:** es la cantidad de cada componente que contiene una fase, un microconstituyente o una aleación.

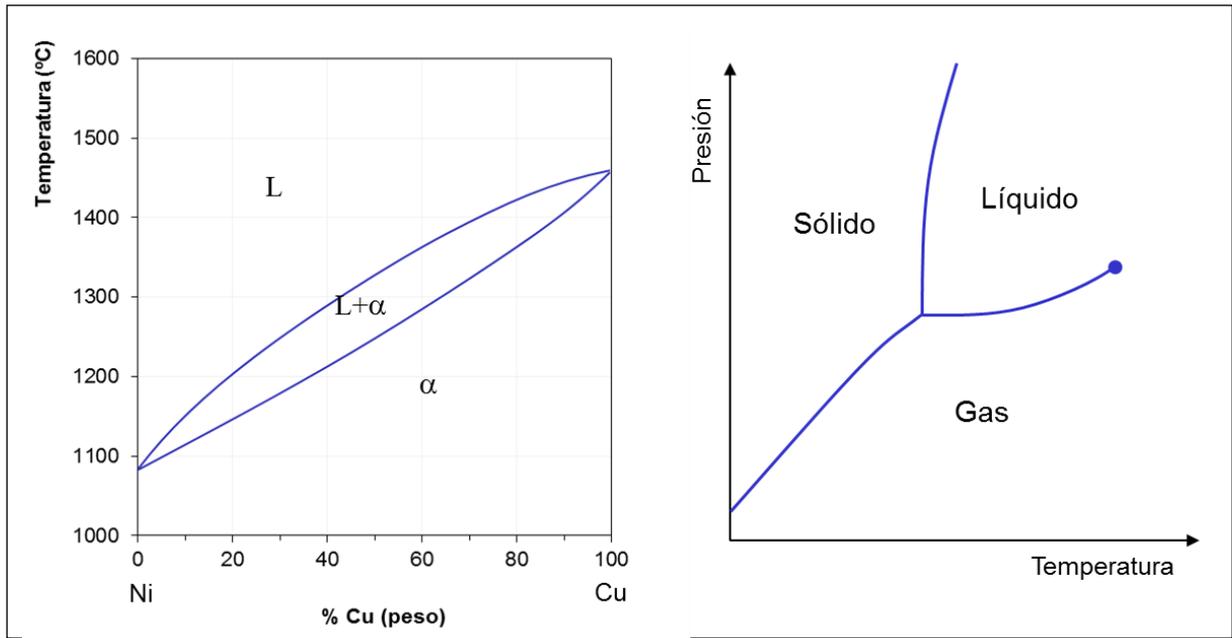
**Diagrama de fases:** Diagrama en el que se muestran las fases estables en función de dos variables, normalmente la composición y la temperatura. Se construyen para enfriamientos muy lentos, por lo tanto nos indicará las fases de equilibrio cuando se somete a una aleación del diagrama de fases a un enfriamiento muy lento. Si se realiza un enfriamiento rápido, puede ser necesario recurrir a otra serie de diagramas en que aparecen fases de no equilibrio, es decir fases metaestables, cuya tendencia a formar las fases estables para lo que se requerirá un cierto tiempo.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Figura 1. Diagramas de fase



**Grados de libertad** de un sistema son el número de variables independientes de este sistema. Por poner un ejemplo, si tenemos un metal puro en estado líquido, a presión atmosférica, tiene un grado de libertad ya que puedo variar la temperatura en la zona líquida. Si ese mismo metal lo quiero a la temperatura de fusión, ya no tengo ningún grado de libertad, ya que es un valor fijo.

**Regla de las fases de Gibbs**, es la regla que relaciona las distintas variables. En su expresión general es

$$F + L = C + 2$$

donde F es el número de fases, L los grados de libertad, C el número de componentes. El 2 viene a limitar las variables a 2, que serían presión y temperatura. En el caso de que fijásemos por ejemplo la presión a la presión atmosférica, que es muy habitual nos quedaría como:

$$F + L = C + 1$$

## 2. SOLIDIFICACIÓN DE EQUILIBRIO. REGLA DE LA PALANCA

Cuando se enfría la aleación marcada en la **Figura 2** con una composición  $X_0$  (21% del componente X), al llegar a la línea de líquidus comienza a solidificar el sólido  $\alpha$ , y la composición de líquido en el rango de temperaturas de fusión (275-150 °C) vendrá dada por la línea de líquidus, mientras que la del sólido por la línea de sólidus. Una vez que ha terminado la solidificación la composición del sólido es

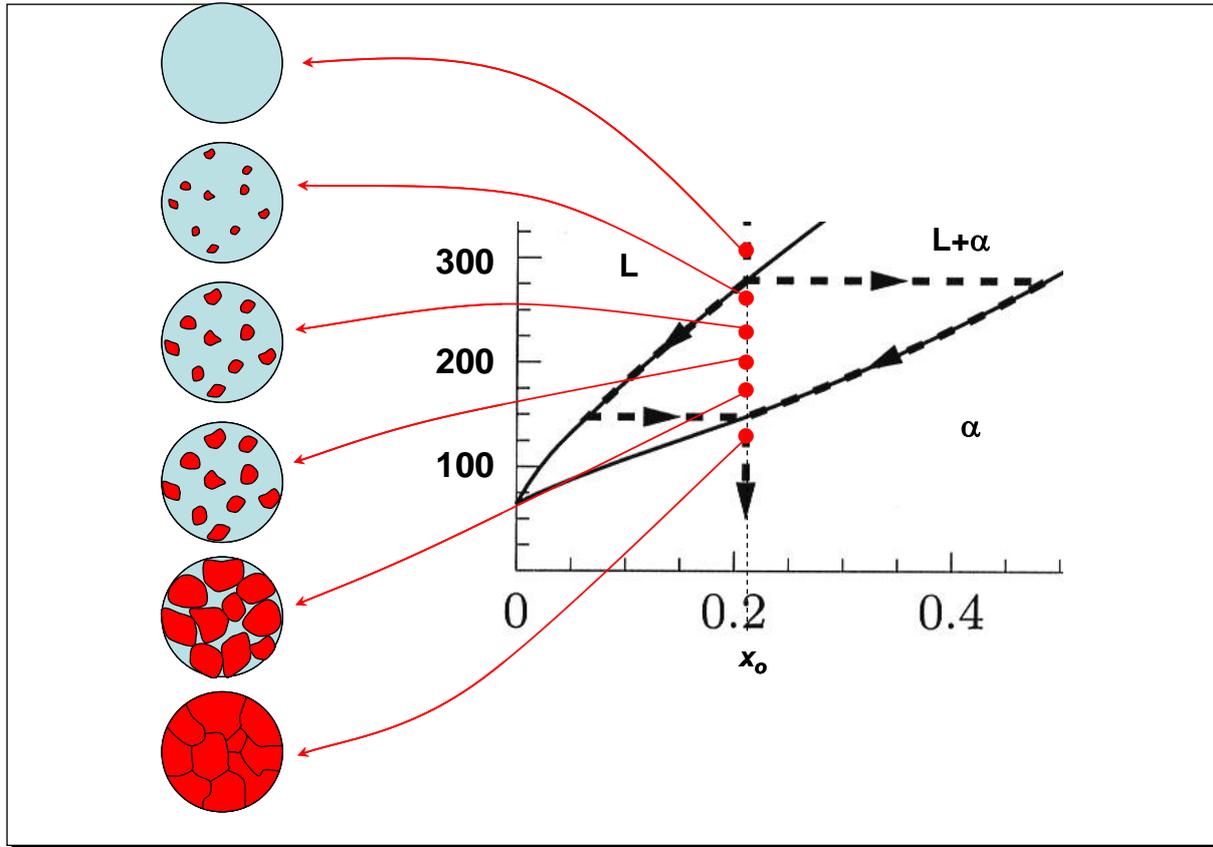
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Figura 2. Ejemplo de diagrama de fases, con su solidificación



### REGLA DE LA PALANCA

La regla de la palanca sirve para determinar la cantidad de fases que existe para una aleación a una temperatura determinada, siempre en campos bifásicos. Por tanto, para la aleación anterior por encima de 275°C, sólo existe líquido, al llegar bajar de 275°C, empieza la nucleación del sólido  $\alpha$ , y la cantidad de sólido aumentará al ir enfriando, hasta llegar 150°C donde termina la solidificación y no queda nada de líquido. Para la determinación de las cantidades de líquido y sólido  $\alpha$ , entre 275 y 150°C, se utiliza la regla de la palanca.

Si nos fijamos en la Figura 3, para determinar la cantidad de fases, es decir la cantidad de sólido y líquido a 200 °C se traza la línea de reparto que es la línea que horizontal que une los dos campos monofásicos a la temperatura indicada. Una vez trazada, la cantidad de sólido viene dada por el tramo *b*, mientras que la cantidad de líquido viene dada por el tramo *a*. Por tanto las cantidades serán:

$$\% \text{ liquido} = \frac{a}{b} \cdot 100 = \frac{x_{sol} - x_o}{x_{sol} - x_{liq}} \cdot 100 = \frac{0,32 - 0,21}{0,32 - 0,15} \cdot 100 = 52,38\%$$

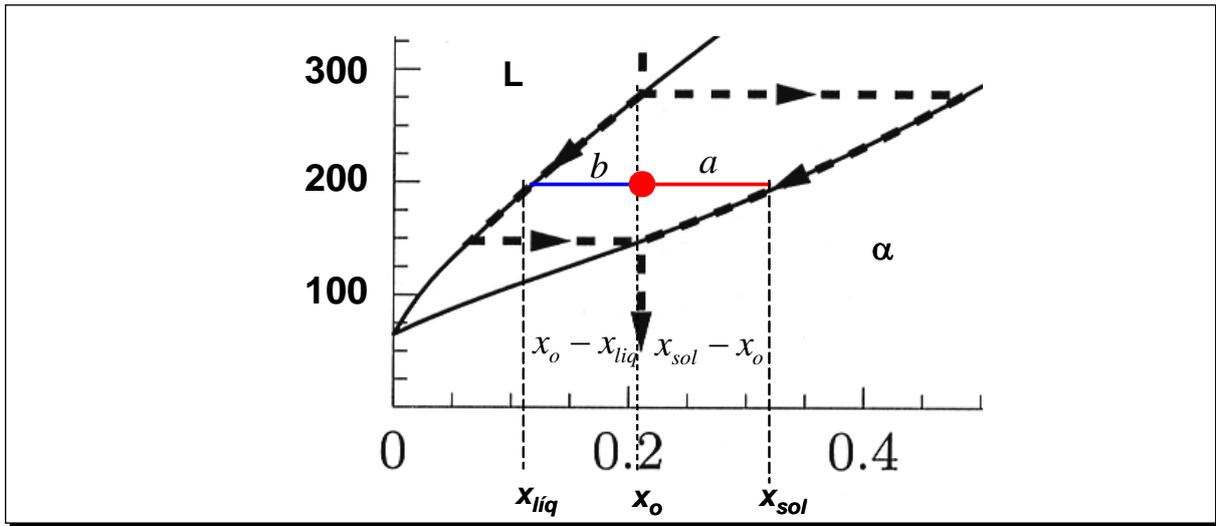
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

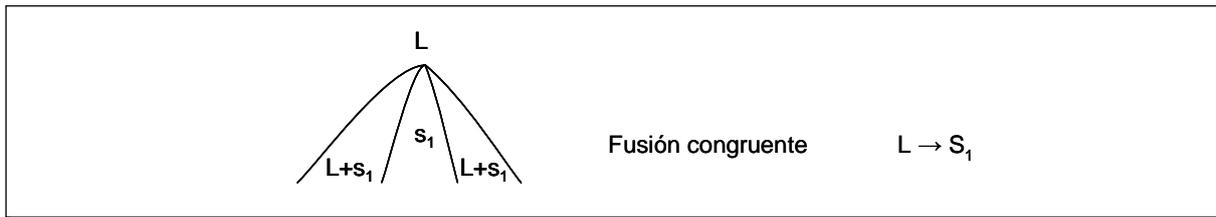
Figura 3. Aplicación de la regla de la palanca.



### 3. REACCIONES INVARIANTES

Los puntos de fusión congruentes se producen cuando a una determinada temperatura se produce por enfriamiento el paso de un líquido a un sólido. En la Figura 4, se muestra como sería un punto de fusión congruente. El término congruente es porque no existe variación en la composición de las fases.

Figura 4. Punto de fusión congruente



En un diagrama de fases además pueden aparecer reacciones invariantes que se producen a una temperatura fija, produciéndose una transformación en la estructura de la aleación. Las reacciones más comunes que se producen en los diagramas de fase durante el enfriamiento son las que se muestran en la Figura 5.

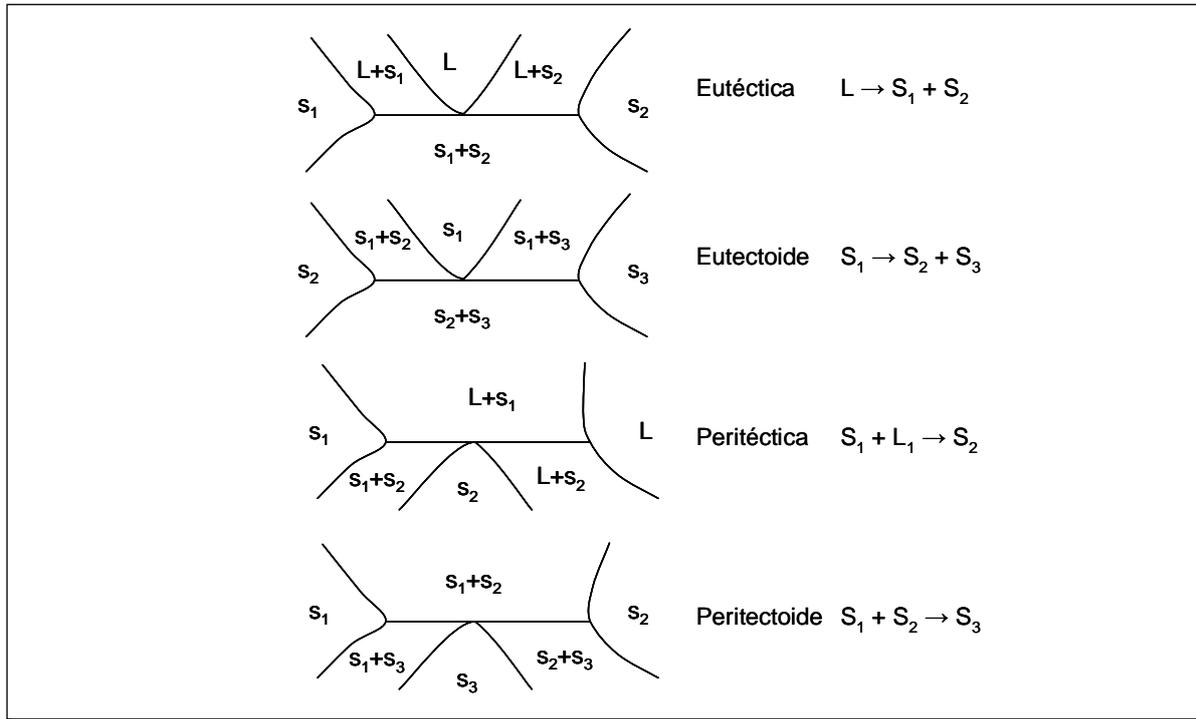
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

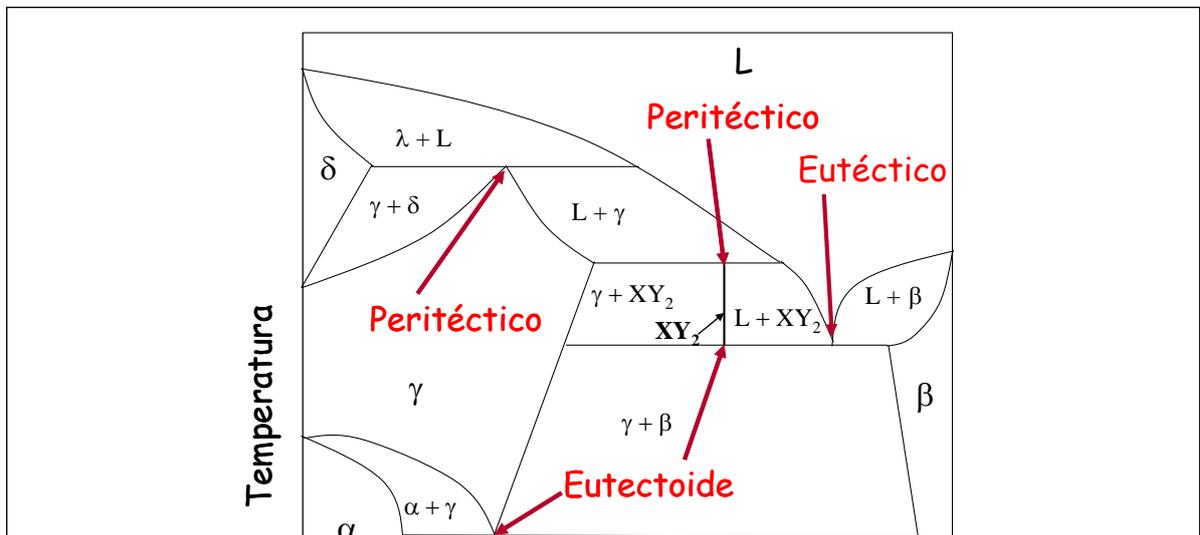
Cartagena99

Figura 5. Reacciones invariantes más comunes.



En el diagrama de fases de la Figura 6 se muestra un diagrama de fases genérico de dos componentes X e Y. En él, aparecen c reacciones invariantes marcadas por las flechas.

Figura 6. Diagrama de fases genérico.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

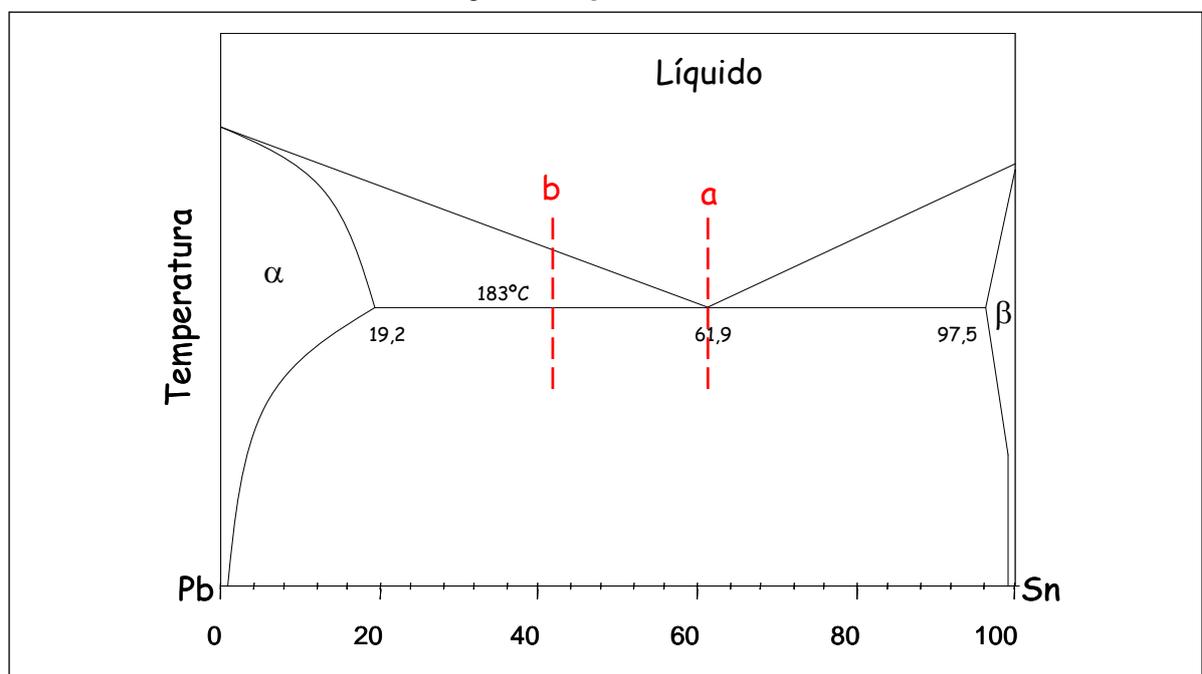
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

#### 4. SOLIDIFICACIÓN EUTÉCTICA

Cuando un diagrama de fases presenta un eutéctico como el de la **Figura 7**, la aleación que contenga exactamente la composición del punto eutéctico se denomina composición eutéctica, si la composición es inferior a la composición del punto eutéctico se la denomina aleación hipoeutéctica y si la composición es superior se la denomina hipereutéctica.

Supongamos que tenemos una aleación plomo y estaño, con un 61,9 % de Sn se puede apreciar que es una aleación de composición eutéctica, es decir es la aleación marcada como “a” en el diagrama de fases Plomo – Estaño que se muestra en la **Figura 7**.

Figura 7. Diagrama Pb-Sn



Por encima de la temperatura eutéctica, 183 °C, la aleación está en estado líquido. Al enfriar la aleación hasta la temperatura eutectoide, empezará a formarse el eutéctico  $\alpha + \beta$ , con una microestructura laminar como se puede apreciar en la **Figura 8**.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Figura 8. Microestructura de una aleación 61,9%Sn-38,1%Pb

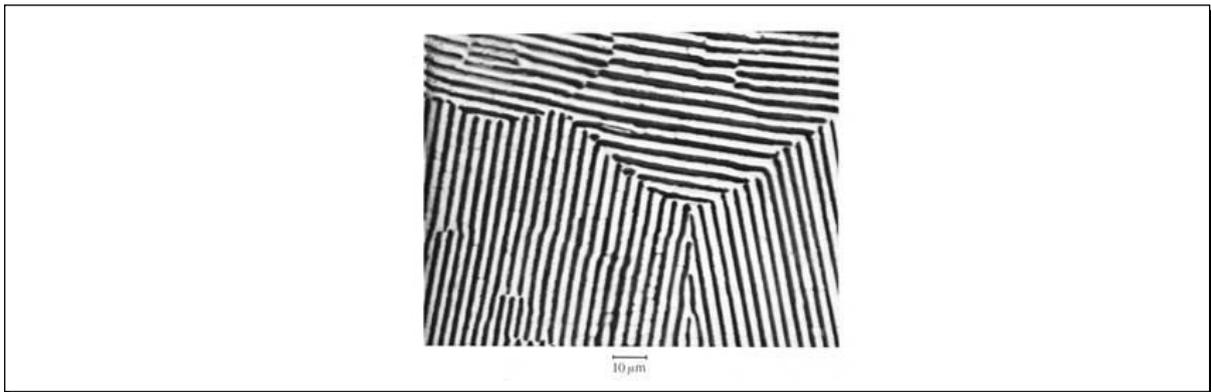
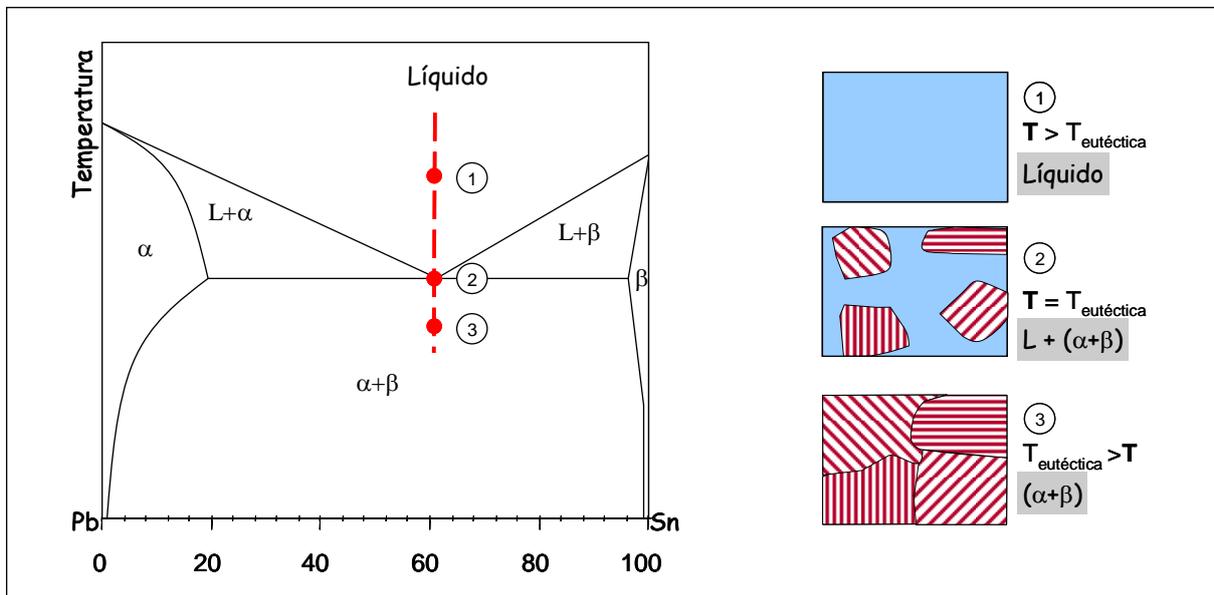


Figura 9. Esquema de solidificación de una aleación eutéctica



En caso de tener una aleación plomo y estaño, con una composición inferior al 61,9 % de Sn, (hipoeutécticas), por ejemplo la aleación marcada como “b” en el diagrama de fases Plomo – Estaño de la **Figura 7**, por encima de la línea de líquidus está en estado líquido, cuando atraviesa la línea de líquidus, comienza la solidificación, empezándose a formar la fase  $\alpha$ . La cantidad de  $\alpha$  va aumentando al ir disminuyendo la temperatura, hasta llegar a la temperatura eutéctica. Un infinitésimo por encima de la temperatura eutéctica tendremos el  $\alpha$  que se ha formado por encima de la temperatura eutéctica, denominado *proeutéctico*, y líquido sin transformar. La cantidad de cada una de las fases se puede obtener aplicando la regla de la palanca por encima de 183 °C, en el campo bifásico L +  $\alpha$ . La composición del

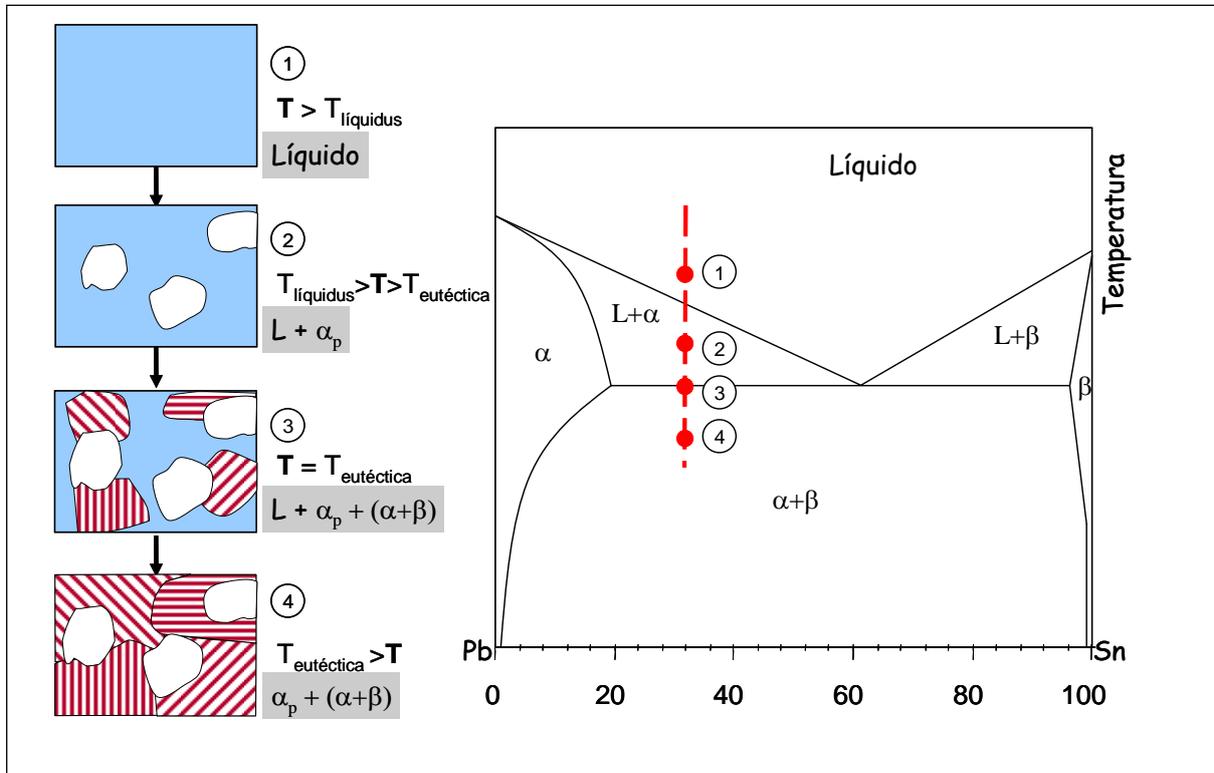
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

transformaciones que se van produciendo en la microestructura de la aleación hipoeutéctica. En este caso

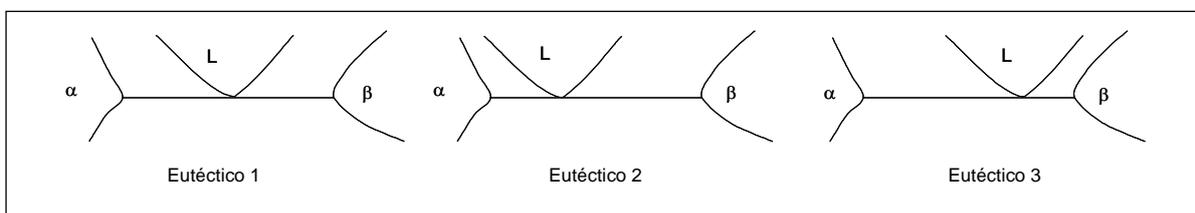
Figura 10. Esquema de solidificación de una aleación hipoeutéctica



En el caso de que la aleación fuese hipereutéctica, es decir el contenido en estaño fuese superior al 61,9%, la fase proeutéctica que aparecería sería  $\beta$  en vez de  $\alpha$ , pero la solidificación transcurriría de forma similar.

La cantidad de fases dentro de un eutéctico depende la forma del diagrama de fases, veamos estos tres ejemplos que se muestran en la **Figura 11**.

Figura 11. Tres ejemplos de eutécticos



En el primer caso, el punto eutéctico está centrado en la mitad de la línea, lo que indica que se

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



## 5. CONCLUSIONES

En esta unidad didáctica se han estudiado los diagramas de fases, y que continuará con el diagrama Fe-C en la siguiente unidad.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

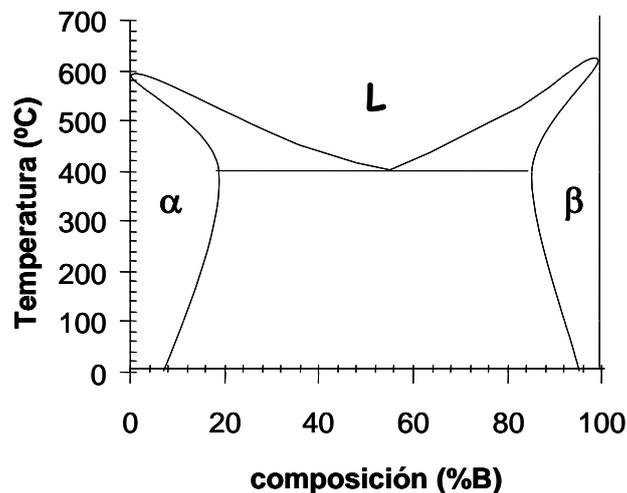


## EJERCICIOS RESUELTOS

Tras el estudio de esta unidad didáctica, el estudiante puede realizar los siguientes ejercicios que vienen resueltos paso a paso para su fácil comprensión.

### PROBLEMA 1

En el siguiente diagrama, completa los campos vacíos, señala las líneas de líquidus, sólidos y solvus e indica un punto invariante nombrando la reacción que tiene lugar por enfriamiento a partir del mismo.



### SOLUCIÓN

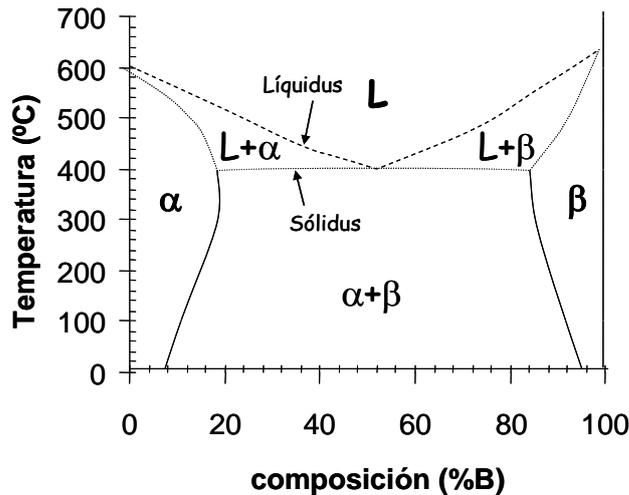
Falta rellenar los campos bifásicos, que lógicamente son  $(L+\alpha)$ ,  $(L+\beta)$  y  $(\alpha+\beta)$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Las líneas de líquidus y sólidus vienen también indicadas en el diagrama de fases.

La reacción invariante es eutéctica  $L \rightarrow \alpha + \beta$

## PROBLEMA 2

*Dos metales presentan solubilidad parcial entre sí. El metal A, con punto de fusión de 1000 °C, puede disolver un 20% de B a 0 °C y su máxima solubilidad se produce a 500 °C siendo de un 30% de B. El metal B, cuyo punto de fusión es de 800 °C, puede disolver 10% de A a 0 °C y su máxima solubilidad se produce a 500 °C siendo de un 20% de A. A 500 °C hay una reacción eutéctica con un contenido de B del 60%. Dibuje e identifique las partes del diagrama de fases en equilibrio (suponga que todas las líneas son rectas).*

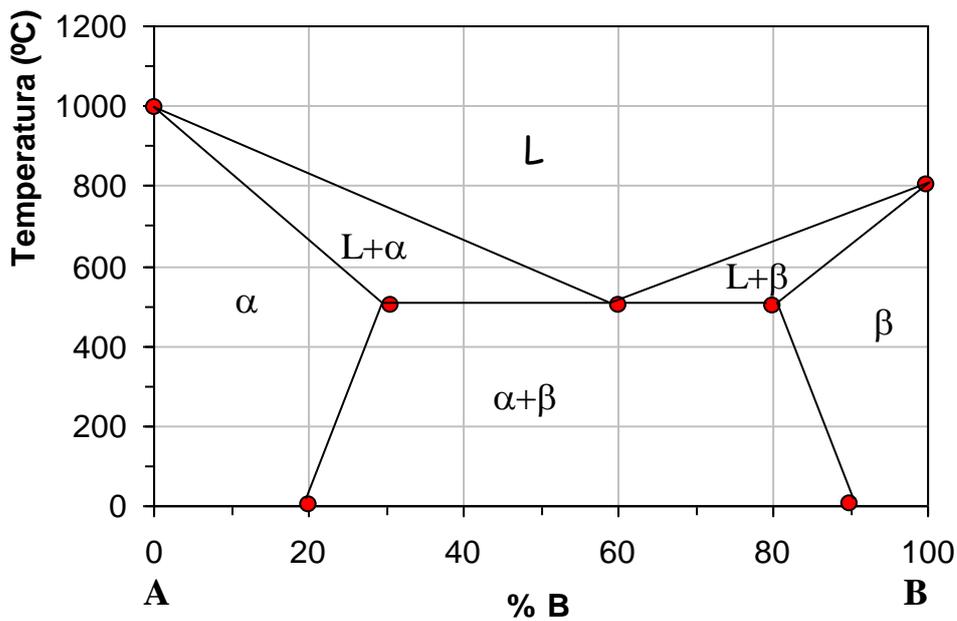
## SOLUCIÓN

Primeramente se van marcando los puntos que se indican en el enunciado. Una vez marcados se unen las líneas, para obtener el diagrama de fases.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



### PROBLEMA 3

Una aleación plomo-estaño de composición 30% Sn-70% Pb se calienta lentamente a partir de los 150 °C

- ¿A qué temperatura empieza a formarse el líquido?
- ¿Cuál es la composición de las fases líquida y sólida a esta temperatura?
- ¿Cuál es la cantidad de líquido y sólido a esta temperatura?
- ¿a qué temperatura funde completamente la aleación?
- ¿Cuál es la composición de la última parte sólida antes de que se complete la fusión?

### SOLUCIÓN

Como se puede ver en el diagrama de fases al calentar la aleación se empieza a formar la fase líquida cuando se rebasan los 183°C

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

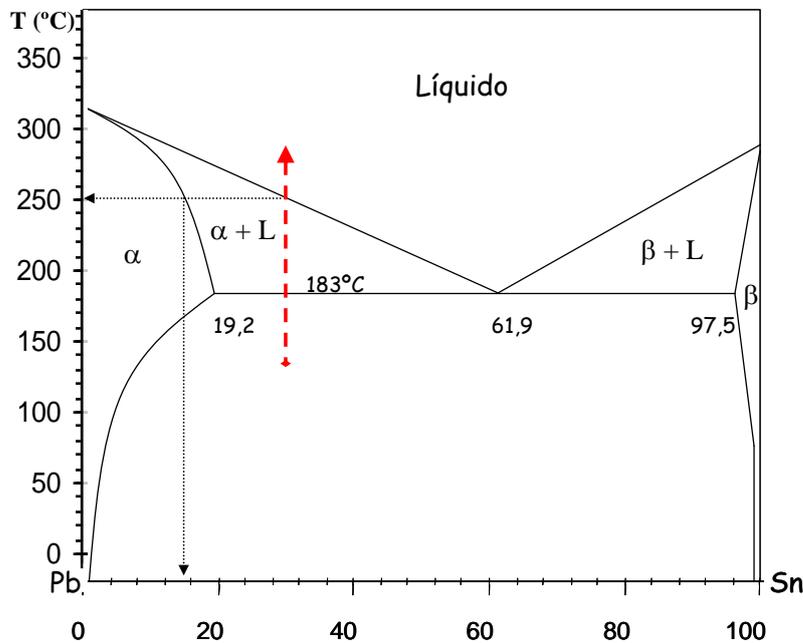
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\% liq = \frac{30 - 19,2}{61,9 - 19,2} 100 = 25,3\%$$

$$\% \alpha = \frac{61,9 - 30}{61,9 - 19,2} 100 = 74,7\%$$

La aleación funde completamente cuando la temperatura es superior a la de líquidos por tanto 250°C.

La composición de la última fase sólida se puede ver en la línea de sólidos que es aproximadamente de 15 de Sn y 85% de Pb.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

## PROBLEMA 4

Dos metales presentan solubilidad parcial entre sí. El metal A, con punto de fusión de 800 °C, puede disolver un 10% de B a 0 °C y su máxima solubilidad se produce a 400 °C siendo de un 20% de B. El metal B tiene su punto de fusión a 600°C. A 400 °C hay una reacción eutéctica con un contenido de B desconocido.

Se sabe que una aleación con un contenido de B del 30% contiene un 14,28% de fase rica en B ( $\beta$ ) a 399 °C.

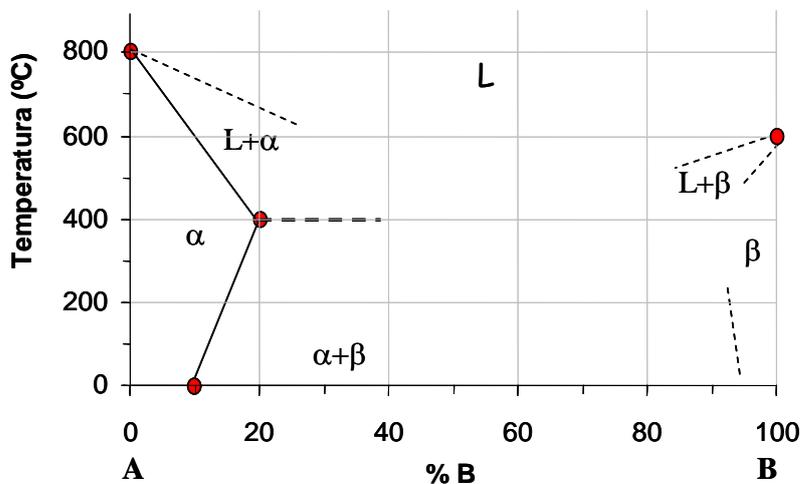
La misma aleación contiene un 75% de fase sólida a 401 °C.

La misma aleación contiene un 76,47% de fase rica en A ( $\alpha$ ) a 0 °C.

Dibuje e identifique las partes del diagrama de fases en equilibrio (suponga que todas las líneas son rectas).

## SOLUCIÓN

Primeramente se colocan los puntos que vienen directamente fijados en el enunciado, con lo que podemos dibujar un diagrama de fases aproximado.



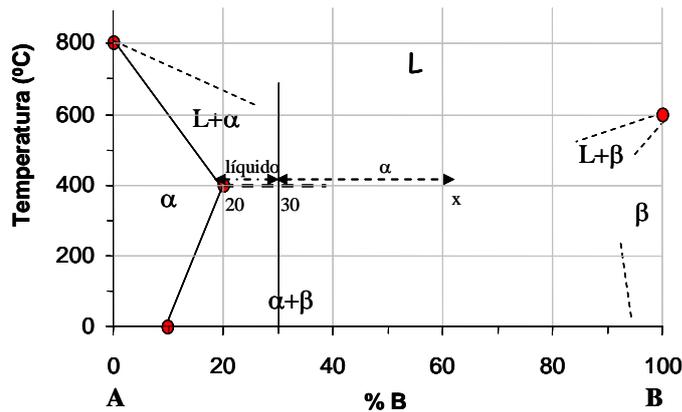
Faltarían tres puntos:

Solubilidad a temperatura ambiente de A en B, solubilidad a la temperatura eutéctica de A en B y

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

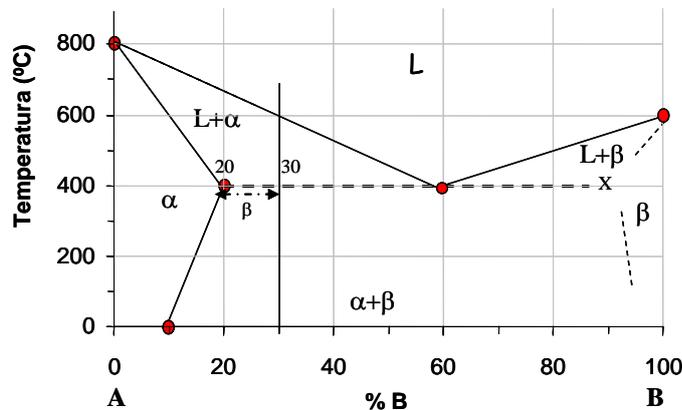


$$\% liq = 25\% = \frac{30 - 20}{x - 20} 100 \Rightarrow x = \frac{10}{0,25} + 20 = 60$$

o de líquido a 401 °C:

$$\% \alpha_{pro} = 75\% = \frac{x - 30}{x - 20} 100 \Rightarrow x = 60$$

Para determinar la solubilidad a la temperatura eutéctica de A en B se aplica la regla de la palanca sabiendo que la aleación con un contenido del B contiene un 14,28% de fase β °C.



regla de  
30% de  
a 399

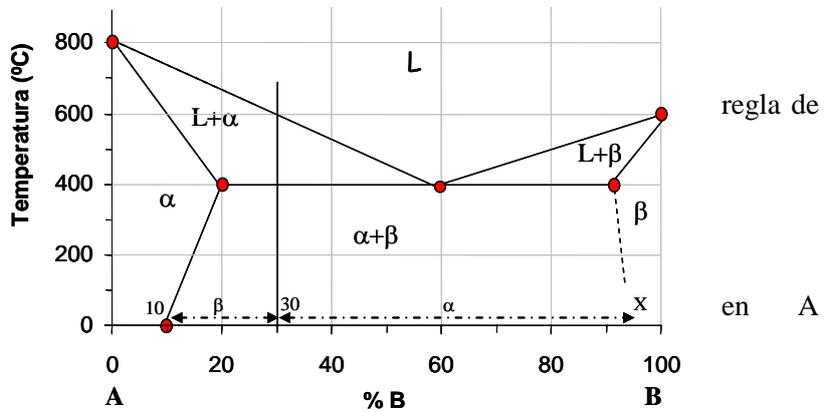
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\% \beta = 14,28\% = \frac{30 - 20}{x - 20} 100 \Rightarrow x = \frac{10}{0,1428} + 20 = 90$$

Para determinar la solubilidad a 0 °C se aplica la palanca a esta temperatura sabiendo que la aleación con un contenido del 30% de B contiene un 76,47% de fase rica (α) a 0 °C.

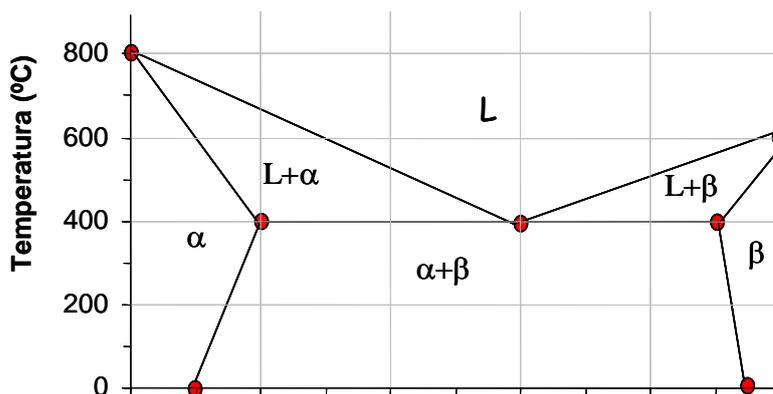


$$\% \alpha = 76,5\% = \frac{x - 30}{x - 10} 100 \Rightarrow x = 95$$

También se puede de hacer con la cantidad de fase rica en B (β) ya que de esta fase habrá 100 - 76,47 = 23,53%

$$\% \beta = 23,5\% = \frac{30 - 10}{x - 10} 100 \Rightarrow x = \frac{20}{0,235} + 10 = 95$$

Por tanto el diagrama de fases quedará:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

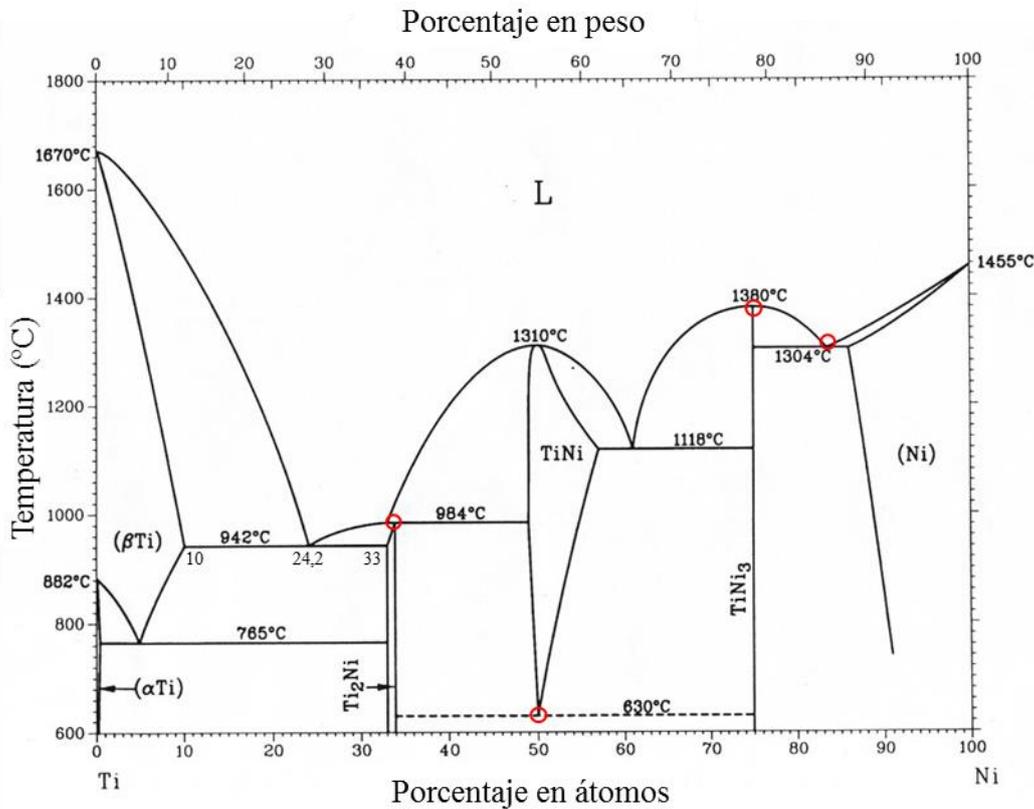
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



PROBLEMA 5

Considerando el diagrama de fases titanio-níquel (Ti-Ni) de la figura.



Completar el diagrama de fases indicando las fases presentes.

Indicar las líneas de líquidus y de sólidus del diagrama

Para cada uno de los cuatro puntos marcados en el diagrama como,  $\circ$  escriba la reacción invariante que ocurre durante el enfriamiento lento de la aleación Ti-Ni a través de cada punto. Nombre el tipo de reacción invariante que tiene lugar en cada punto.

Se tiene una composición 17% en átomos de níquel (Ni) a 1400°C y enfriamos. ¿Cuál es la primera fase sólida que se forma? Indicar la temperatura a la cual se forma el primer sólido y la composición del mismo. ¿Qué composición tiene la última porción de líquido?

Se tiene una aleación con 17% en átomos de níquel (Ni) y se enfrían lentamente hasta una tempe-

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

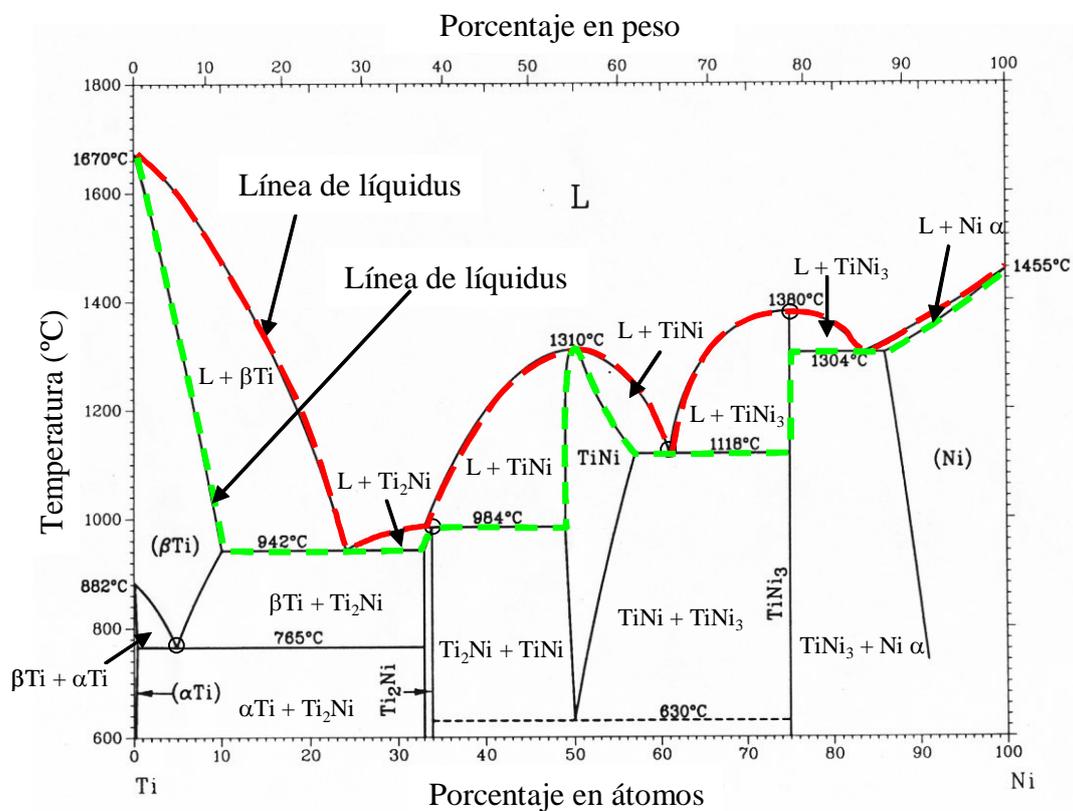
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

## SOLUCIÓN

Primeramente debemos darnos cuenta de que los porcentajes en peso y en átomos (o en volumen) no coinciden debido a que los pesos atómicos de los elementos no son iguales.

Primeramente completamos los campos bifásicos que faltan en el diagrama para ello lo que haremos buscar las fases que aparecen a la izquierda y a la derecha de cada uno de estos campos bifásicos.

Las líneas de líquidus y de sólidus también se han marcado en el diagrama.



Los puntos marcados en el diagrama comenzando de izquierda a derecha son:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

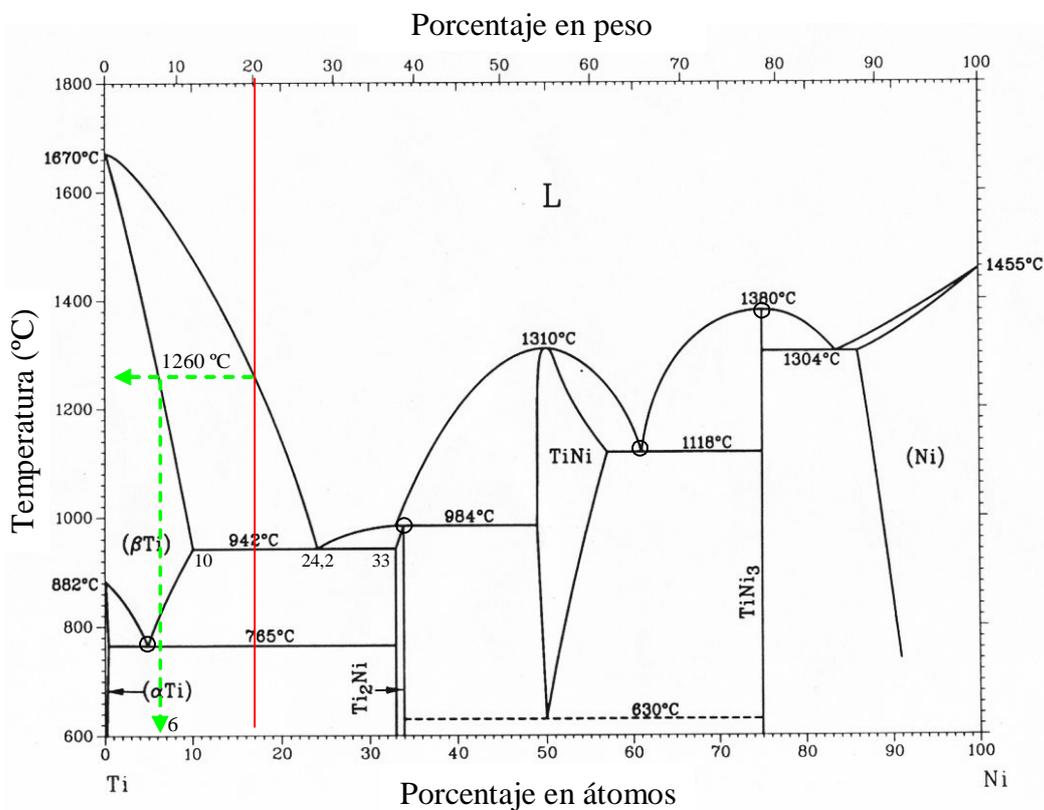
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Punto de fusión congruente  $L \rightarrow TiNi_3$

Reacción eutéctica  $L \rightarrow TiNi_3 + Ni(\alpha)$

La aleación con un 17% en átomos en Ni es la marcada sobre el diagrama y al enfriar desde 1400°C, la primera fase sólida que se forma es  $\beta$  Ti, y lo hará a 1260°C, y la composición de este sólido es del 6 % de Ni (en átomos). Al ir enfriando la composición del líquido va por la línea de líquidus por tanto la solidificación terminaría a 942°C y la composición del último líquido sería 24,2 % de Ni (en átomos).



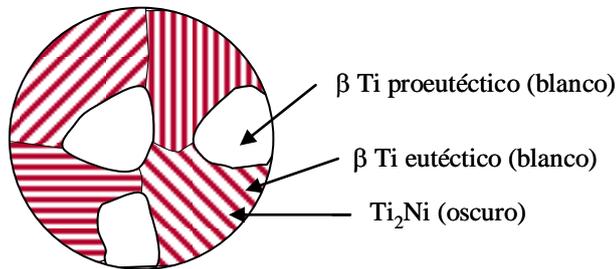
A una temperatura ligeramente inferior a 942 °C las fases presentes son  $\beta$  Ti y Ti<sub>2</sub>Ni. La composición del  $\beta$  Ti es de 10% de Ni (en átomos), y la del Ti<sub>2</sub>Ni es de 33% de Ni (en átomos). La cantidad de fases es determinada por la regla de las fases a esta temperatura.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

La microestructura de la aleación sería la que se esquematiza



El  $Ti_2Ni$  presenta 2 átomos de titanio por cada átomo de níquel, por tanto la proporción en átomos teórica será de 66,6% de Ti y 33,3% de Ni.

El peso del  $Ti_2Ni$  será la suma del peso de los átomos de titanio y los de níquel por tanto el peso del  $Ti_2Ni$  será  $2(47,9) + 58,7 = 154,5 \text{ g/mol}$ .

Los porcentajes de níquel y titanio serán los siguientes:

$$\% Ni = \frac{P_{Ni}}{P_{Ti_2Ni}} 100 = \frac{58,7}{154,5} 100 = 38\%$$

$$\% Ti = \frac{2P_{Ti}}{P_{Ti_2Ni}} 100 = \frac{95,8}{154,5} 100 = 62\%$$

### 1.1. PROBLEMA 6

Considerando el diagrama de fases  $SiO_2-Al_2O_3$  que se muestra en la figura.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

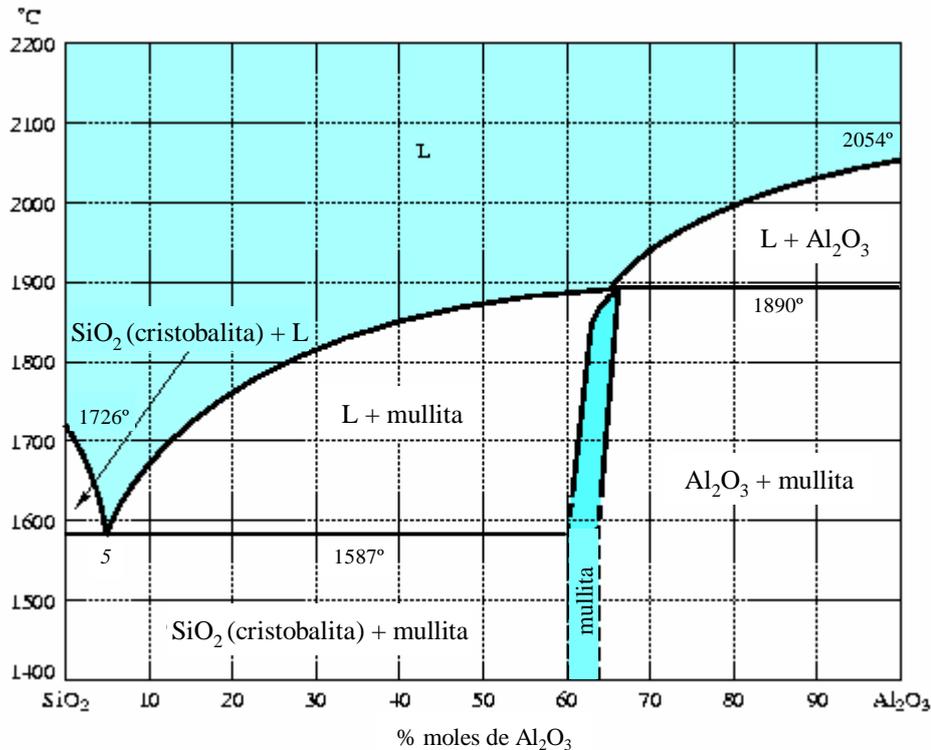
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

A 1400°C ¿cuál es la cantidad de fases presentes?

A 1400°C ¿cuál es la cantidad de fase proeutectica?



### SOLUCIÓN

Para los diagramas de fases de cerámicos el tratamiento es exactamente igual que en caso de las aleaciones metálicas consideradas anteriormente.

La solubilidad del  $\text{Al}_2\text{O}_3$  en el  $\text{SiO}_2$  es nula ya que no existe una solución sólida.

Como se puede apreciar en la figura la mullita está situada en 60% de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  y 40% de  $\text{SiO}_2$  por tanto simplificando será 3 moles (o moléculas) de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  y 2 moles (o moléculas) de  $\text{SiO}_2$ . Por tanto la formula teórica será  $3\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

A 1400°C la cantidad de fases presentes se determina con la regla de la palanca

$$\% \text{SiO}_2(\text{cristobalita}) = \frac{60-30}{60-0} 100 = 50\%$$

$$\% \text{mullita} = \frac{30-0}{60-0} 100 = 50\%$$

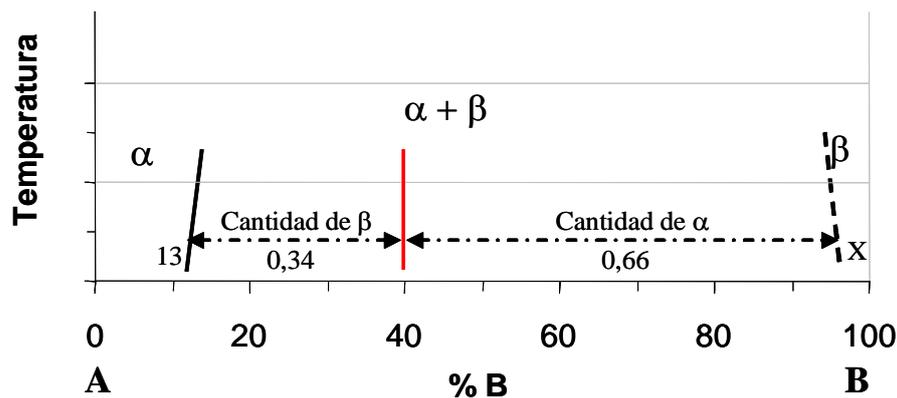
Para determinar la cantidad de fase proeutéctica se aplica la regla de la palanca a una temperatura ligeramente superior a la temperatura eutéctica.

$$\% \text{mullita pro} = \frac{60-30}{60-5} 100 = 45,45\%$$

## 1.2. PROBLEMA 7

Una hipotética aleación A-B de composición 40% B-60% de A está a una temperatura que las fracciones de masa para las fases alfa y beta son 0,66 y 0,34. Si la composición de la fase alfa es de 13% en peso de B y 87% de A. ¿Cuál es la composición de la fase beta?

Pasando los datos del problema a un diagrama de fases quedaría como se muestra en la siguiente figura.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\% \beta = 34 = \frac{40 - 13}{X - 13} 100$$

$$X = 92,4\%$$

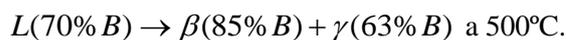
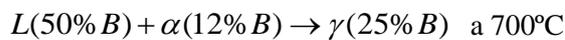
También se podría haber obtenido de la cantidad de fase  $\alpha$

$$\% \alpha = 66\% = \frac{X - 40}{X - 13} 100$$

### 1.3. PROBLEMA 8

En un sistema de dos componentes A y B que tienen puntos de fusión  $T_A=1100^\circ\text{C}$  y  $T_B=900^\circ$ .

Además hay dos reacciones invariantes:



A temperatura de  $0^\circ\text{C}$  la solubilidad máxima de las fases es

$\alpha$ : 10% de B

$\beta$ : 5% de A

$\gamma$ : 80% de A

$\gamma$ : 40% de B

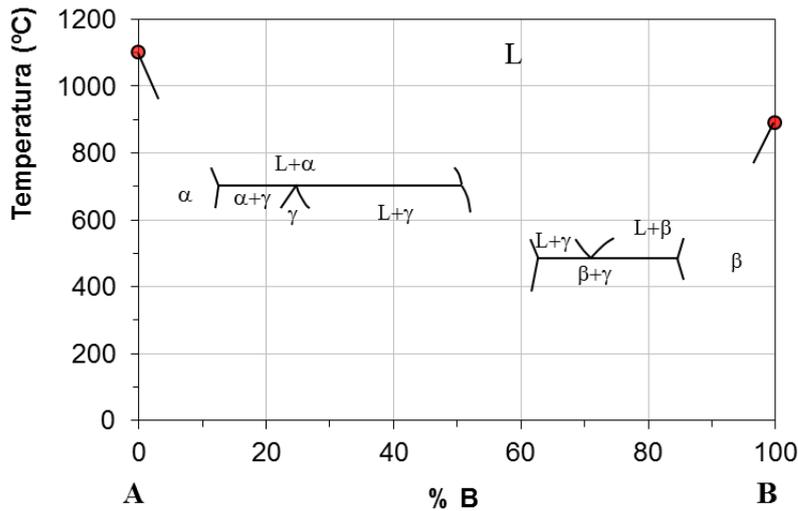
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

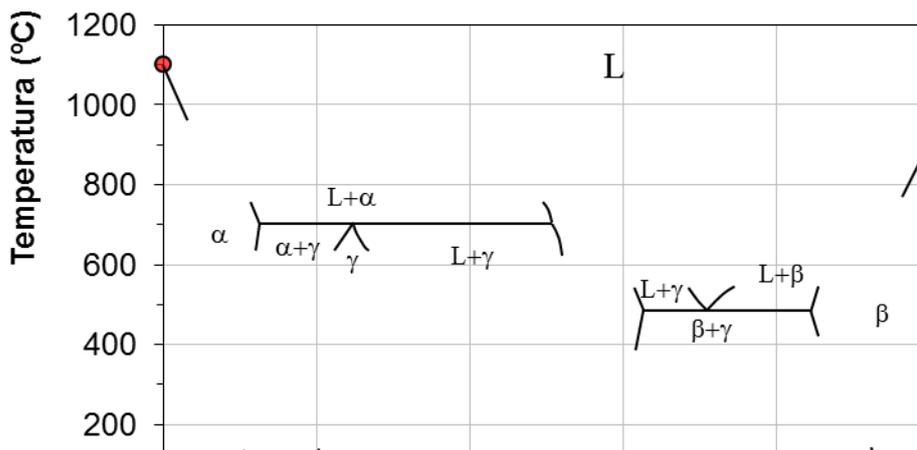
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

500°C una reacción eutéctica, y pasando los datos del problema al diagrama de fases quedaría como se muestra en la siguiente figura, hemos denominando  $\alpha$  a la solución sólida de B en A ya que existe algo de solubilidad del componente B en A, y algo de solubilidad del componente A en B que llamaremos solución sólida  $\beta$ . También sabemos que hay una solución sólida intermedia  $\gamma$  ya que aparece en las dos reacciones y nos dan su solubilidad máxima en A y B a temperatura ambiente.



Teniendo en cuenta las solubilidades a cero grados de las fases, tanto en el componente A como el B, podemos seguir perfilando el diagrama de fases.

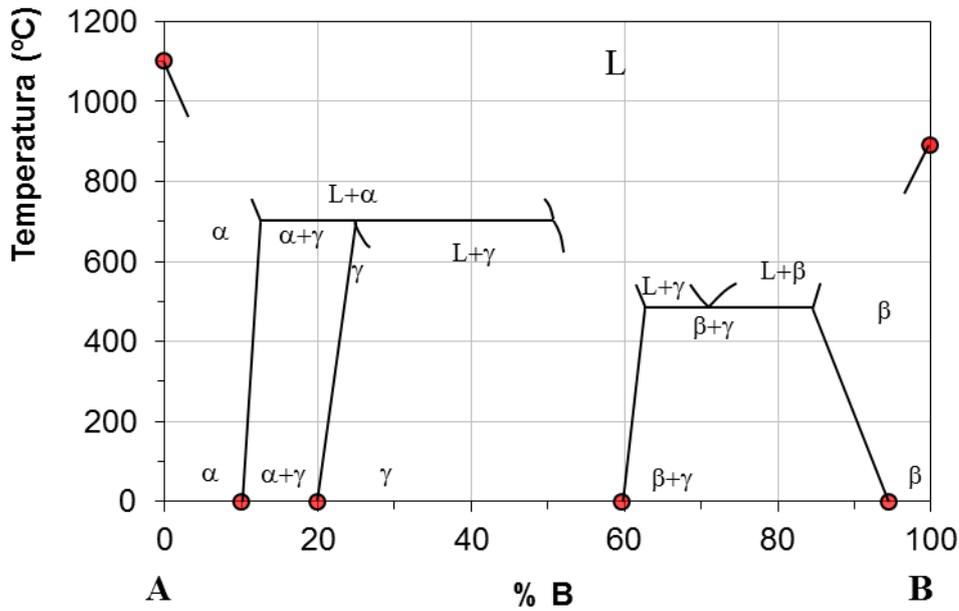


**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

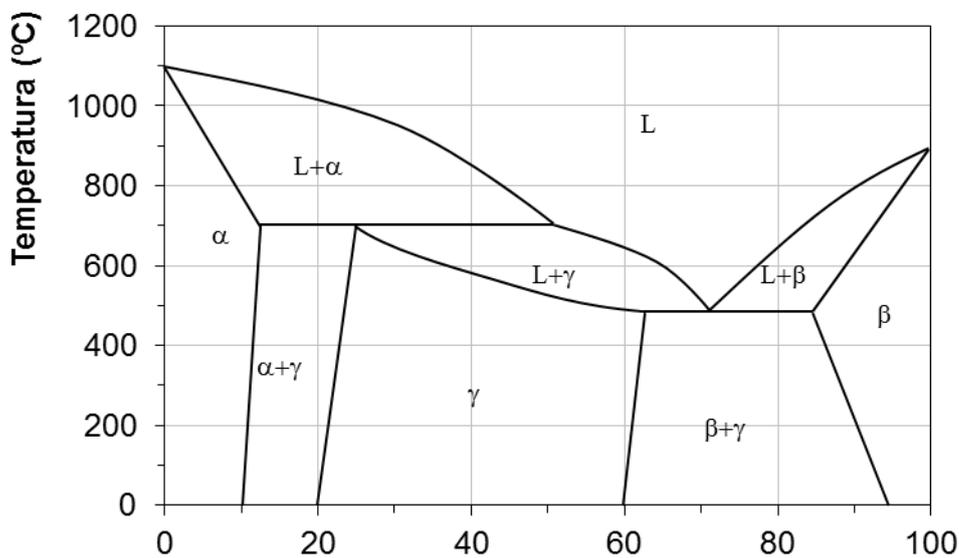
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99



Si terminamos de unir las líneas que nos quedan de los campos bifásicos  $L+\alpha$  ,  $L+\beta$  y  $L+\gamma$  resultando finalmente el diagrama de fases, como se muestra a continuación



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



## EJERCICIOS PROPUESTOS

Tras el estudio de esta unidad didáctica, el estudiante puede realizar los siguientes ejercicios que vienen resueltos paso a paso para su fácil comprensión.

### PROBLEMA 1

*Indicar las fases presentes y composición de cada una de las siguientes aleaciones.*

a) 75%Pb-25%Mg (en peso) a 425°C

### PROBLEMA 2

*Considerar un diagrama de fases de los metales A y B similar al del sistema plomo-estaño. Sabiendo que: 1) las fases  $\alpha$  y  $\beta$  existen en los extremos A y B respectivamente del diagrama. 2) la composición del eutéctico es 38%A-62%B y 3) la composición de la fase  $\alpha$  a la temperatura eutéctica es 90%A-10%B. Determinar la composición de la aleación cuyas fracciones  $\beta$  primaria y  $\beta$  total son 0,367 y 0,768 respectivamente a temperatura ligeramente inferior a la eutéctica.*

### PROBLEMA 3

*Considerar el diagrama de fases del sistema renio-rodio. Para una aleación con 80% en peso de rodio y 20% en peso de renio determine a las siguientes temperaturas 3100°C, 2630°C+ $\Delta T$ , 2630°C- $\Delta T$  y 1500°C*

*¿Qué fases están presentes?*

*¿Cuál es la composición química de cada una de ellas?*

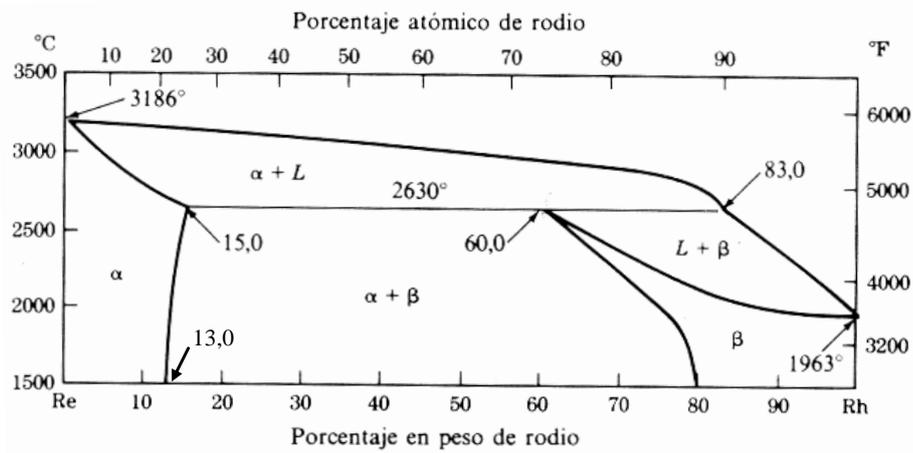
*¿Qué cantidades de cada fase están presentes?*



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

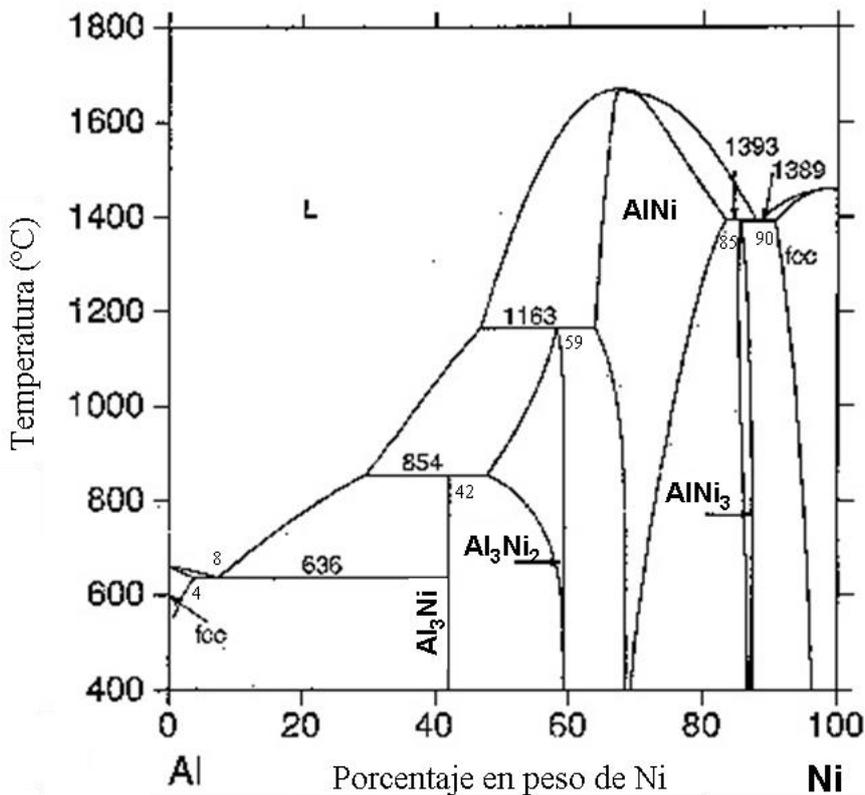
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



**PROBLEMA 4**

Considerando el diagrama de fases aluminio-níquel (Al-Ni) de la figura.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

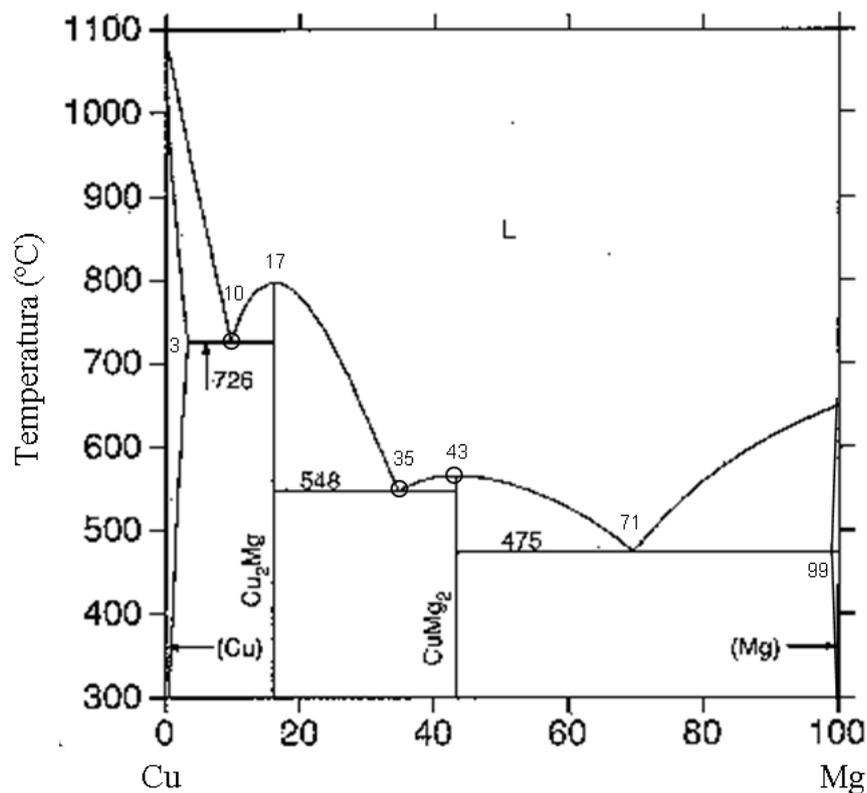
Se tiene una composición 20% en peso de níquel (Ni) a 1400 °C y enfriamos. ¿Cuál es la primera fase sólida que se forma? Indicar la temperatura a la cual se forma el primer sólido y la composición del mismo. ¿Qué composición tiene la última porción de líquido?

Se tiene una aleación con 20% en peso de níquel (Ni) y se enfrían lentamente hasta una temperatura ligeramente inferior a 636 °C, indicar las fases presentes, composiciones y proporciones de las mismas a dicha temperatura. Esquematizar la microestructura de la aleación a dicha temperatura.

Calcular cual sería la proporción en peso teórica de  $\text{Al}_3\text{Ni}$  sabiendo que los pesos atómicos son: **Al** 27 g/mol      **Ni** 58,7 g/mol

## PROBLEMA 5

Considerando el diagrama de fases cobre - magnesio (Cu-Mg) de la figura.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

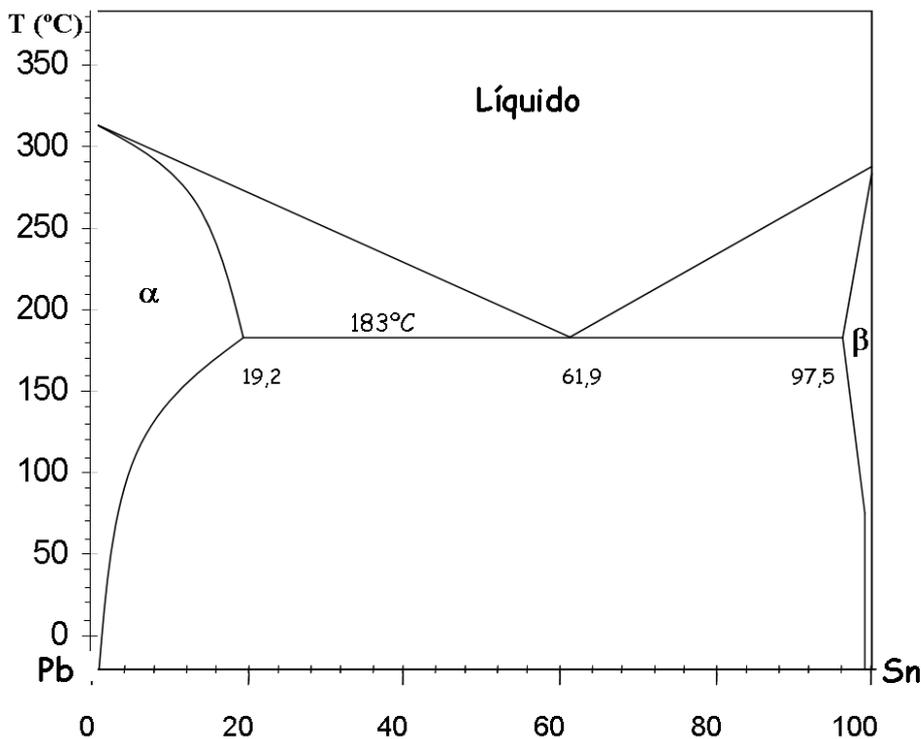
Cartagena99

Se tiene una composición 20% en peso de cobre (Cu) a 600°C y enfriamos hasta 300°C. ¿Cuál es la primera fase sólida que se forma?. Indicar la temperatura a la cual se forma el primer sólido y la composición del mismo. Indicar la temperatura a la cual se desaparece el último líquido y la composición del mismo?

Se tienen 100 kg de aleación con 80% en peso de cobre y se enfrían lentamente desde 600 °C hasta una temperatura ligeramente inferior a 475 °C, indicar las fases presentes, composiciones y cantidad de las mismas a dicha temperatura. Esquematizar la microestructura de dicha aleación a temperatura ambiente.

**PROBLEMA 6**

Una muestra de 2,0 kg de una aleación 84%Pb-16%Sn se calienta a 184°C, temperatura a la cual se encuentra totalmente como disolución sólida en fase alfa (mirar diagrama). La aleación debe ser fundida de modo que el 50% de la muestra sea líquida y el 50% restante permanezca en fase alfa sólida. Esto puede conseguirse bien calentado la aleación, bien modificando la composición mantenido constante la temperatura.



¿A qué temperatura se debe calentar la probeta?

¿Cuánto estaño se debe añadir a 2,0 kg de muestra a 200°C para conseguir este estado?

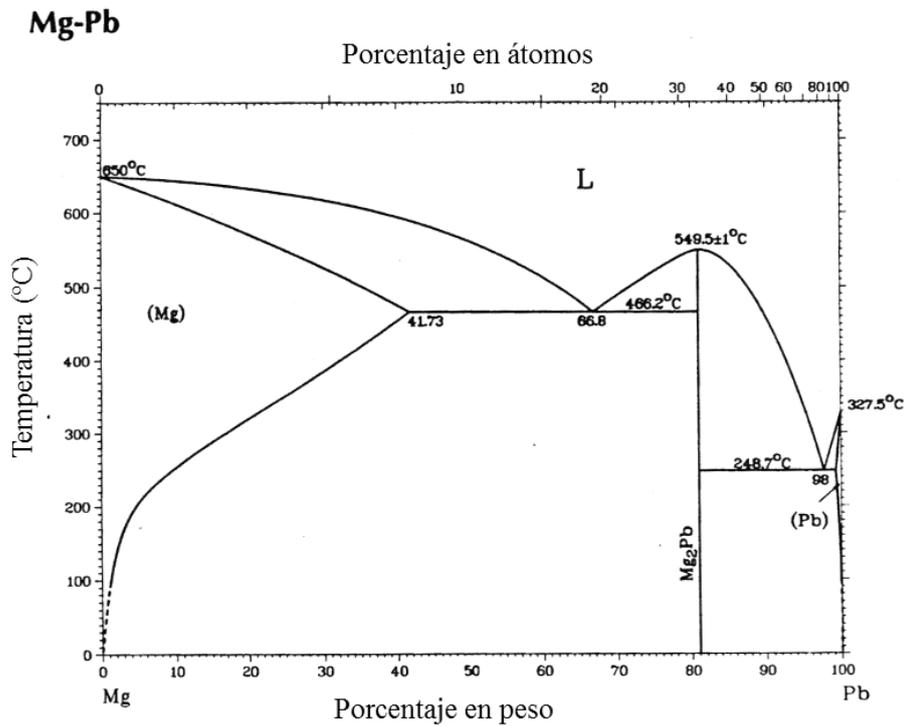
**PROBLEMA 7**



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

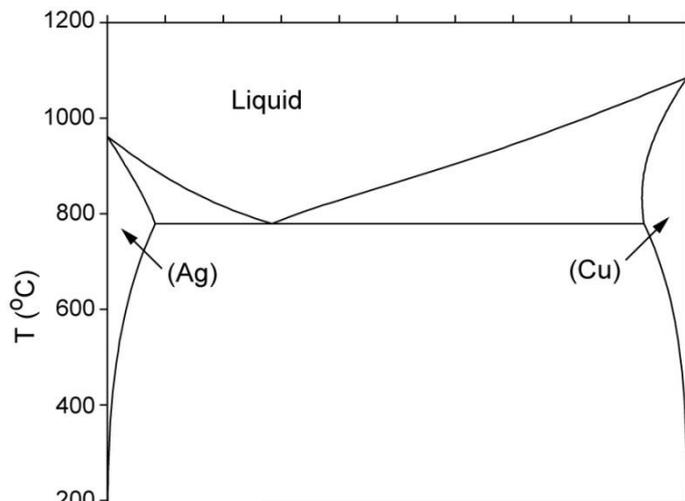
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



**PROBLEMA 8**

100 gramos de una aleación cobre - plata de composición total 30% de Ag y 70% de Cu se encuentran a 900°C. Calcular fases presentes; composición de cada una de las fases y proporción de las mismas. ¿Cuántos gramos de plata se encuentran en fase alfa y cuantos en fase líquida? ¿Cuántos gramos de cobre se encuentran en fase alfa y cuantos en fase líquida?



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

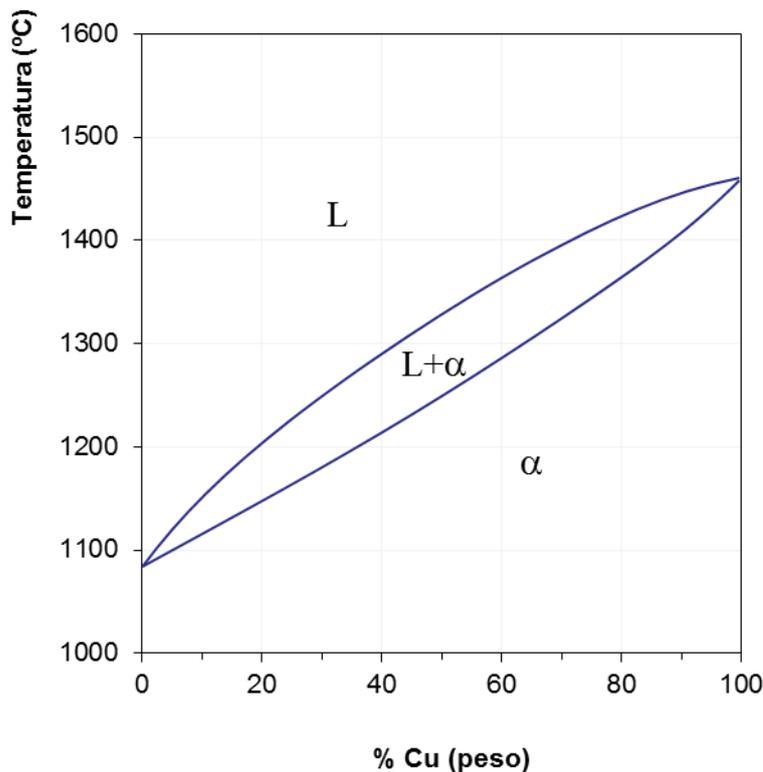
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

En una aleación cobre - plata. ¿Es posible tener en equilibrio una fase alfa al 5% de plata y 95% de cobre y una fase beta al 95% de plata y 5% de cobre? Si es posible, ¿a qué temperatura?

**PROBLEMA 9**

Una aleación 40% de níquel-60% de cobre se enfría lentamente desde 1500 °C a 1000°C. Determinar: a) Temperatura a la que empieza a formarse el sólido. b) Composición de la fase sólida. c) temperatura de solidificación del último líquido. d) Composición de la última fracción líquida.



**SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS**

Problema 1



C = 34% en peso de Pb – 66% en peso Mg

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

La concentración de la aleación es 27 % de A y 73% de B.

### Problema 3

*A 3100°C, 2630°C+ΔT, 2630°C-ΔT y 1500°C*

*Fase líquida*

*El líquido tiene 80% de rodio y 20% de renio*

*Es 100% de líquido*

*A 2630°C+ΔT*

*Fase líquida y sólido α*

*El líquido tiene 83% de rodio y 17% de renio y el sólido α 15% de rodio y 85% de renio*

*Del líquido tengo 95,6% y de α 4,4%*

*A 2630°C-ΔT*

*Fase líquida y sólido β*

*El líquido tiene 83% de rodio y 17% de renio y β 60% de rodio y 40% de renio*

*Del líquido tengo 87% y de β 13%*

*A 1500°C*

*Sólido β*

*El sólido β tiene 80% de rodio y 20% de renio*

*Es 100% de β*

### Problema 4

En el diagrama hay dos eutécticos:

636°C y 8% de Ni       $L \rightarrow \alpha \text{ Al} + \text{Al}_3\text{Ni}$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

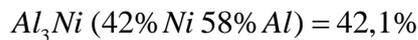
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Y un punto de fusión congruente:



8%Ni-92%Ni



Al=58%; Ni=42%

### Problema 5

En el diagrama hay tres eutécticos:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

565°C y 43% de Mg  $L \rightarrow CuMg_2$

$Cu_2Mg$  T=780°C 17%Mg-83%Cu

T=548°C 35%Mg-65%Cu

$Cu_2Mg$  (17%Mg 83%Cu) = 83,3%

$CuMg_2$  (43%Mg 57%Cu) = 16,7%

### Problema 6

T=270°C

825,9 g

### Problema 7

### Problema 8

### Problema 9



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## CONCEPTOS BÁSICOS A RETENER

• **Fase:** Cada una de las partes homogéneas físicamente separables en un sistema formado por uno o varios componentes. Por ejemplo dos líquidos que sean inmiscibles como el agua y el aceite son dos fases líquidas distintas. Así mismo pasa en estado sólido, puede existir un sólido pero que este formado por dos fases con distinta composición (en el granito se puede apreciar a simple vista las distintas fases que lo componen)

**Componente:** Cada uno de los elementos (o compuestos) que forman parte un sistema. Por ejemplo en el sistema Fe-Ni los componentes serían el hierro y el níquel, y la *composición* de una determinada aleación de este sistema, sería la cantidad de hierro y níquel que contiene. Otro ejemplo podría ser el sistema  $Al_2O_3-SiO_2$  cuyos componentes serían  $Al_2O_3$  y  $SiO_2$

**Microconstituyente:** fase o mezcla de fases que se han formado a una temperatura determinada.

**Línea de líquidus:** temperatura por encima de la cual únicamente existe fase líquida. Por debajo de esta temperatura comienza la solidificación y por tanto existirá algo de fase sólida.

**Línea de sólidus:** temperatura por debajo de la cual únicamente existe fase sólida.

**Solución sólida:** Sólido que consta de dos o más componentes que están disueltos en una única estructura. Pueden ser sustitucionales e intersticiales como se vio en la **Unidad 1**

**Línea de solvus:** máxima solubilidad de un componente en una fase. Es decir me da la máxima cantidad de un componente que se puede añadir a una fase para que empiece a precipitar otra fase.

**Composición:** es la cantidad de cada componente que contiene una fase, un microconstituyente o una aleación.

**Diagrama de fases:** Diagrama en el que se muestran las fases estables en función de dos variables, normalmente la composición y la temperatura. Se construyen para enfriamientos muy lentos, por lo tanto nos indicará las fases de equilibrio cuando se somete a una aleación del diagrama de fases a un enfriamiento muy lento. Si se realiza un enfriamiento rápido, puede ser necesario recurrir a otra serie de diagramas en que aparecen fases de no equilibrio, es decir fases metaestables.

En los diagramas de fases suelen aparecer las soluciones sólidas nombradas con letras griegas, los compuestos intermetálicos de composición fija con su composición química ( $Ti_2Ni$ ,  $Fe_3C$ ,  $Cu_2Mg$ , etc.) y el líquido como L.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



## ACTIVIDADES DE AUTOCOMPROBACIÓN

A partir del contenido de la presente unidad didáctica, se propone al alumno la realización de las siguientes actividades que le permitirán comprobar por sí mismo que conoce los conceptos expuestos en el texto.

### Enunciado 1

Pregunta tipo test 1:

- a) Comprensión del negocio.
- b) Comprensión de los datos.
- c) Preparación de los datos.
- d) Modelado.
- e) Evaluación.
- f) Despliegue.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Solución 1

a) Comprensión del negocio.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## ACTIVIDADES DE REPASO

A partir del contenido de la presente unidad didáctica, se propone la realización de las siguientes actividades por parte del alumno, como ejercicio general de repaso y asimilación de la información básica proporcionada por el texto.

### Enunciado 1

Ordenar cronológicamente las fases de CRISP-DM que se muestran a continuación:

- a) Evaluación.
- b) Modelado.
- c) Despliegue.
- d) Comprensión de los datos.
- e) Comprensión del negocio.
- f) Preparación de los datos.

### Enunciado 2

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Describir en un párrafo la etapa de “Comprensión de los datos” de CRISP-DM, resumiendo su objetivo, sus tareas y sus entregables.

#### Enunciado 4

Indicar en qué etapa de CRISP-DM, y dentro de dicha etapa, como parte de qué tarea, se genera el entregable *Terminología*. Resumir las principales actividades que hay que llevar a cabo para generar dicho entregable.

#### Enunciado 5

Indicar en qué etapa de CRISP-DM, y dentro de dicha etapa, como parte de qué tarea, se genera el entregable *Evaluación inicial de Herramientas y Técnicas*. Resumir las principales actividades que hay que llevar a cabo para generar dicho entregable.



## EJERCICIOS VOLUNTARIOS

Tras el estudio de esta unidad didáctica, el estudiante puede hacer, por su cuenta, una serie de ejercicios voluntarios, como los siguientes:

1. La guía CRISP-DM establece, para cada entregable, una serie de temas o aspectos que han de ser abordados dentro de él. Estos aspectos se encuentran en la sección “*IV. The CRISP-DM outputs*” de CRISP-DM. Es posible localizarlos buscando la frase “*Topics to be covered*” en de dicho documento. Se pide al estudiante que descargue la guía CRISP-DM (Chapman et al., 2000), localice y marque por escrito los aspectos que debe abordar el

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

3. Repetir el Ejercicio Voluntario 1 de esta unidad didáctica considerando, en este caso, el entregable *Informe de Exploración de Datos*.
4. Repetir el Ejercicio Voluntario 1 de esta unidad didáctica considerando, en este caso, el entregable *Informe de Calidad de Datos*.
5. En esta unidad didáctica, se han presentado, de forma muy preliminar, los fundamentos de la metodología SEMMA. Para tener una visión más amplia sobre el tema, se pide al estudiante que recopile información al respecto y realice una memoria escrita ampliando algunos detalles, además de los estudiados en esta unidad, acerca de esta metodología.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Básica

HERNÁNDEZ, J., RAMÍREZ, M. J. y FERRI, C.: *Introducción a la Minería de Datos*, Pearson Prentice Hall, 2004.

CHAPMAN, P., CLINTON, J., KERBER, R., KHABAZA, T., REINARTZ, T., SHEARER, C. y WIRTH, R.: *CRISP-DM 1.0. Step-by-step data mining guide*, SPSS, 2000.

### En la red

<http://www.the-modeling-agency.com/crisp-dm.pdf>

<ftp://ftp.software.ibm.com/software/analytics/spss/support/Modeler/Documentation/14/UserManual/CRISP-DM.pdf>

[http://en.wikipedia.org/wiki/Cross\\_Industry\\_Standard\\_Process\\_for\\_Data\\_Mining](http://en.wikipedia.org/wiki/Cross_Industry_Standard_Process_for_Data_Mining)

<http://en.wikipedia.org/wiki/SEMMA/>

<http://www.kdnuggets.com/2014/10/crisp-dm-top-methodology-analytics-data-mining-data-science-projects.html>

<http://www.businesspme.com>

<http://www.sas.com>

### Avanzada

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99