



Tema 6: Recorridos en grafos

Matemáticas Aplicadas al Marketing

Grado en Marketing



Recorridos en un grafo

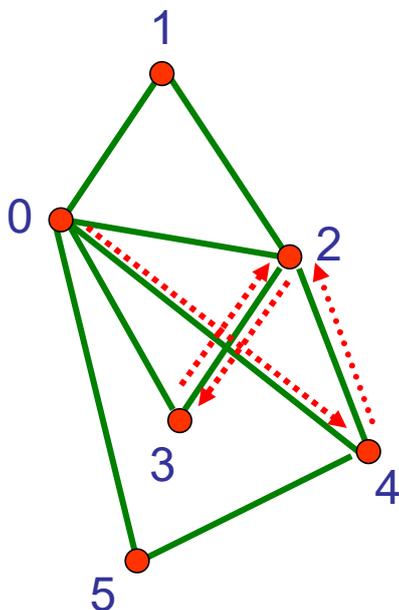
- **Definición:** Sea $G = (V, E)$ un grafo. Un **recorrido** es una sucesión de vértices v_0, v_1, \dots, v_n de modo que v_i y v_{i+1} son adyacentes.
 - El recorrido visita los vértices v_0, v_1, \dots, v_n
 - $v_0v_1, v_1v_2, \dots, v_{n-1}v_n$ son las aristas del recorrido
 - Longitud del recorrido = número de aristas del recorrido
 - Camino: recorrido con v_0, v_1, \dots, v_n distintos entre sí
 - “Recorrido circular”: recorrido con $v_0 = v_n$
 - “Camino circular” o “ciclo”: recorrido circular ($v_0 = v_n$) con v_0, v_1, \dots, v_{n-1} distintos

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

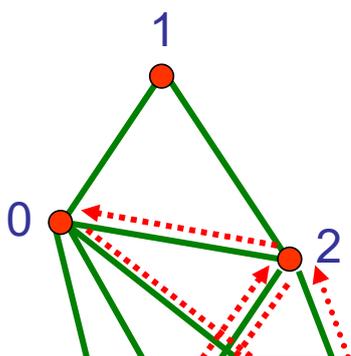
Cartagena99

▪ Ejemplo



04232 es un recorrido

▪ Ejemplo



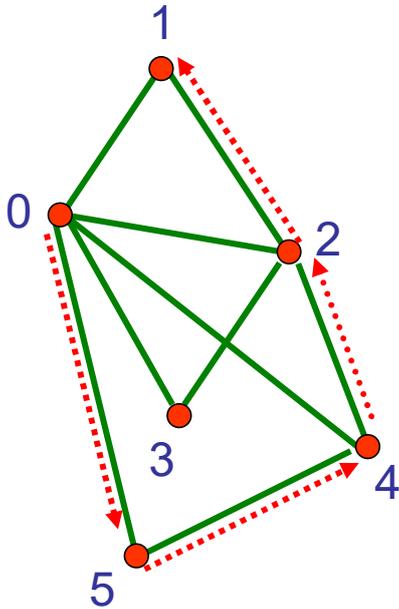
042320 es un recorrido circular

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

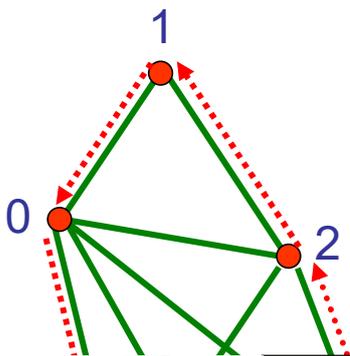
Cartagena99

▪ Ejemplo



05421 es un camino

▪ Ejemplo



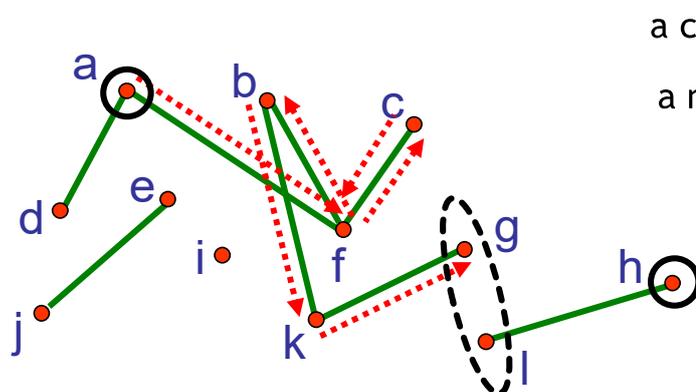
054210 es un camino circular (ciclo)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

- Definición:** Sea $G = (V,E)$ grafo, x,y vértices. Decimos que x e y están conectados por un recorrido si existe un recorrido v_0, v_1, \dots, v_n de modo que $v_0 = x$ y $v_n = y$.
- Ejemplo:**



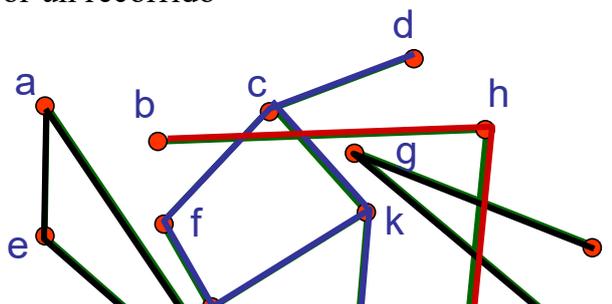
a conectado con g

a no conectado con h

- Definición:** Sea $G = (V,E)$ grafo, x vértice, definimos:
- $[x] = \{\text{vértices y conectados con } x\} = \text{componente conexa de } x$
 - i.e. los vértices conectados con x por un recorrido
- Ejemplo:**

Componentes conexas:

{a, e, m, p, o, g, l}



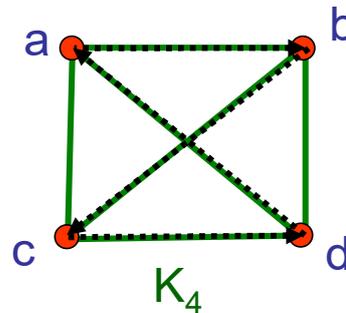
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

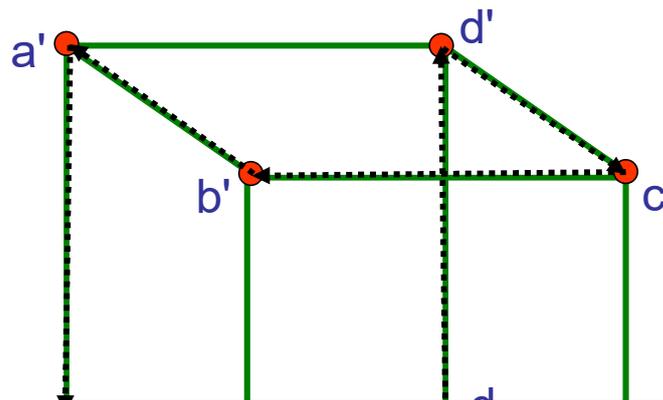
Cartagena99

- **Definición:** Un ciclo hamiltoniano es un ciclo que visita todos los vértices del grafo.
- **Definición:** Un grafo hamiltoniano es un grafo que tiene un ciclo hamiltoniano
- **Ejemplo:**

Ciclo Hamiltoniano: abcda



- **Ejemplo:**



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

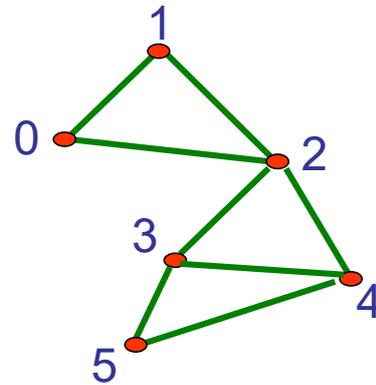
▪ **Observación:**

- Hamiltoniano \Rightarrow Conexo
 - no conexo \Rightarrow no hamiltoniano

▪ **Definición:** Sea $G = (V,E)$ grafo conexo, un vértice de G es un vértice de corte si al quitar x (y sus aristas) obtenemos un grafo con dos componentes conexas

▪ **Ejemplo:**

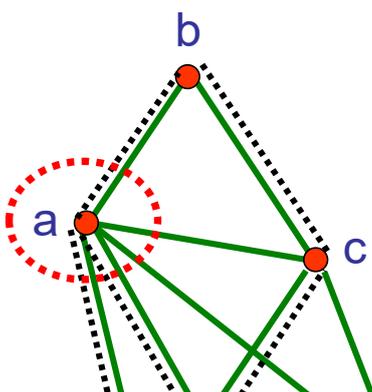
- 2 es un vértice de corte



▪ **Teorema:**

- Hamiltoniano \Rightarrow Conexo sin vértices de corte
 - Si tiene vértices de corte entonces NO es hamiltoniano

▪ **Problema del viajante**



- Un representante comercial vive en d
- ¿Puede hacer su recorrido diario por todas las ciudades sin pasar dos veces por la misma ciudad?
- i.e. ¿es el grafo hamiltoniano?
- En este caso **no**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

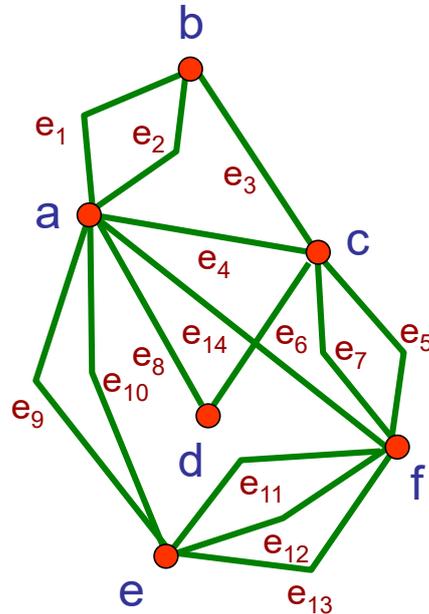
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

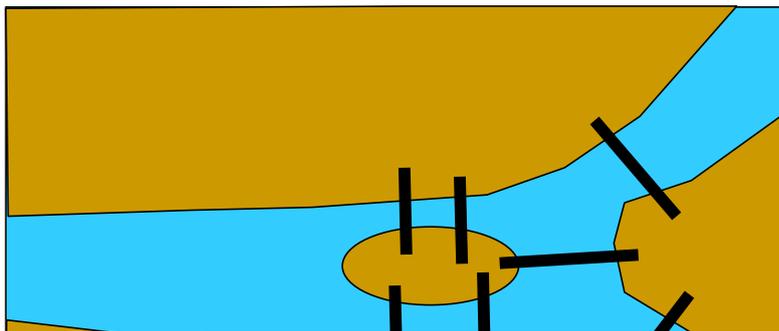
- **Interesante: vértices conectados por varias aristas**
 - pueblos y carreteras
- **Definición: Un multigrafo es un grafo en el que dos vértices pueden estar conectados por varias aristas.**
- **Ejemplo:**

- Las aristas no quedan determinadas por los vértices

- Necesitan nombres



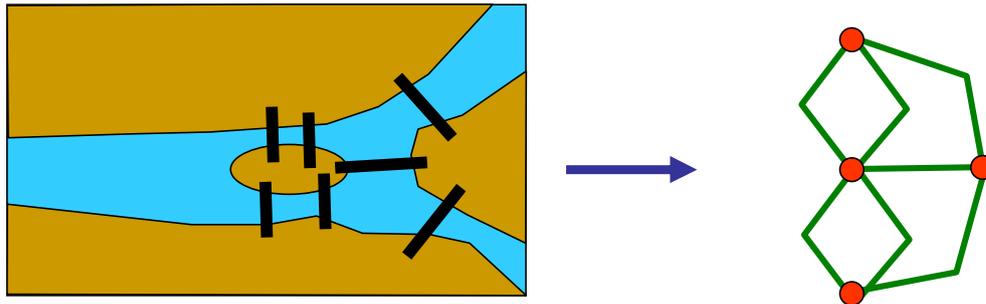
- **El problema de los puentes de Könisberg**
 - Siglo XVIII, Euler visita Könisberg



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



- Juego: ¿se pueden atravesar todas las aristas sin repetir?
- punto “de paso”: grado par (pares de llegada+salida)
- al menos dos puntos “de paso”
- todos los vértices grado impar: imposible atravesarlos **sin repetir**

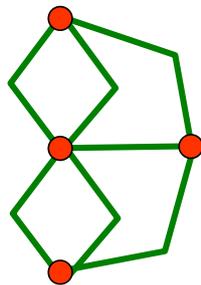
- **Definición:** Un recorrido en un multigrafo G es **euleriano** si recorre **todas las aristas sin repetir**
 - G **semieuleriano** si tiene recorrido euleriano
 - No se exige acabar donde empezamos
 - G **euleriano** si tiene circuito euleriano
 - acabando donde empezamos
- **Observación:**
 - euleriano => semieuleriano

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

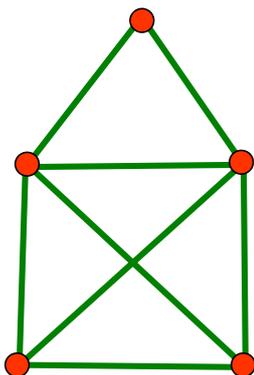
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- **Decidir si un grafo es hamiltoniano: muy difícil**
 - no hay algoritmos que operen “en tiempo polinomial”
- **Decidir si un multigrafo es (semi) - euleriano: muy fácil**
- **Teorema: Si G es un multigrafo, entonces**
 - G euleriano \leftrightarrow todos vértices tienen grado par
 - G semieuleriano \leftrightarrow o todos vértices tienen grado par o todos los vértices tienen grado par excepto dos
- **Ejemplo:**



- ni euleriano ni semieuleriano
- imposible cruzar puentes sin repetir

- **Ejemplo:**



- ¿Podemos dibujar “la casita” sin levantar el lápiz?
- ¿Empezando y acabando en el mismo vértice?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99