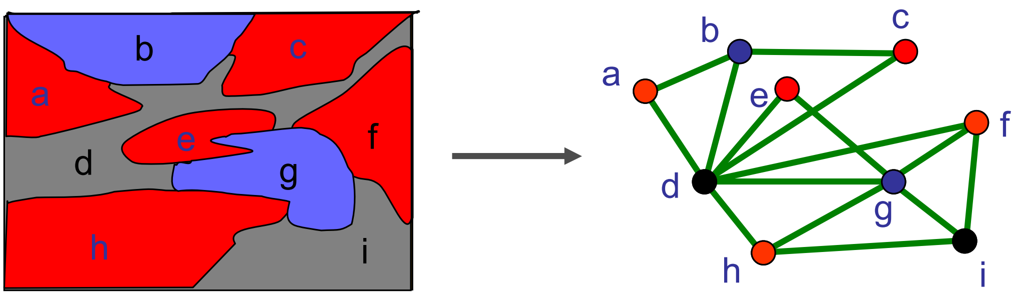
Tema 7: Coloreado de grafos

Matemáticas Aplicadas al Marketing

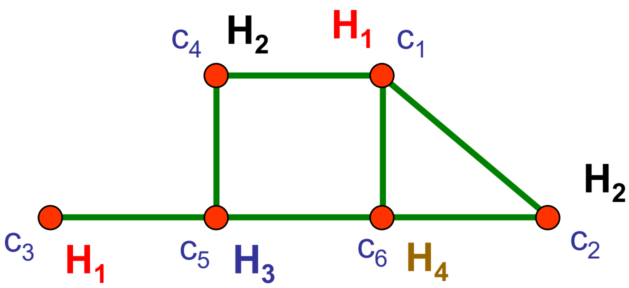
Grado en Marketing

Coloreado de grafos

- **Definición: Sea G = (V,E) un grafo. Un <u>coloreado</u> de vértices de G con “colores” de un conjunto finito C es cualquier función c : V -> C tal que si x, y vecinos entonces c(x) ≠ c(y)**
  - marcamos los vértices del grafo
  - vértices vecinos con marcas distintas
- **Ejemplo: Coloreado de mapas**

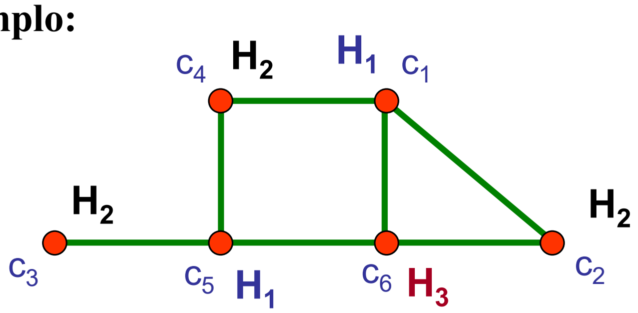


- **Ejemplo: Asignación de horarios**
  - Problema: asignación de horarios a 6 cursos c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, de modo que cursos con alumnos comunes no compartan horario.
  - Comparten alumnos: c_1 y c_2, c_1 y c_4, c_1 y c_6, c_2 y c_6, c_3 y c_5, c_4 y c_5, c_5 y c_6.
- **Grafo:**
  - vértices = $\{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6\}$
  - arista de x a y = "x comparte alumnos con y"



Número cromático

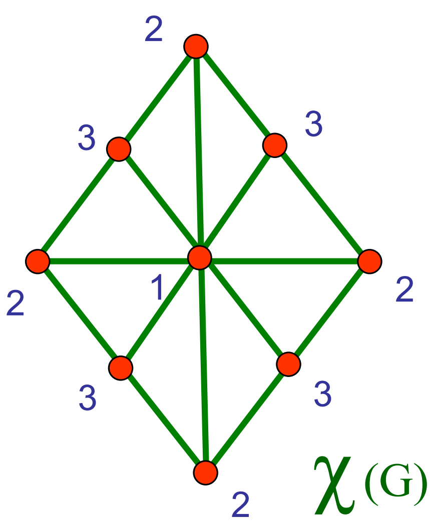
- **¿Podemos colorear el grafo con menos colores?**
- **Definición: El <u>número cromático</u> de un grafo G = (V,E) es el menor número natural k tal que puede colorearse con k colores.**
  - Número crómatico de G = χ (G)
- **Ejemplo:**



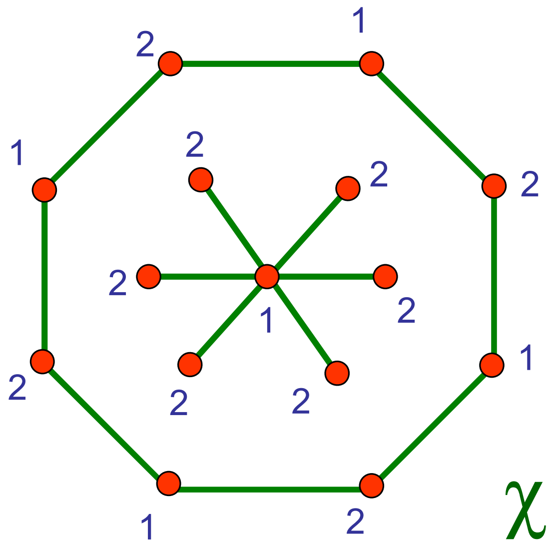
$\chi(G) = 3$

- triángulo a la dcha: no se puede colorear con dos colores

- **Ejemplos:**



$\chi(G) = 3$



$\chi(G) = 2$

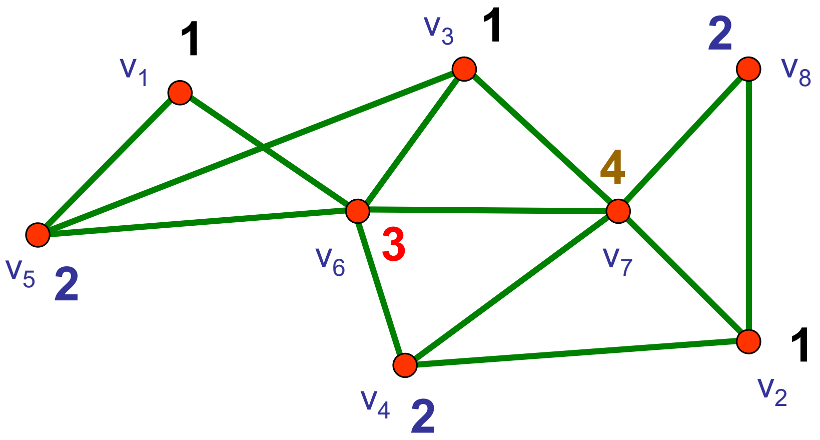
- Si Kn grafo completo con n vértices: $\chi(K_n) = n$

Algoritmos de coloreado

- **No existe ningún algoritmo "bueno" para hallar el número cromático de un grafo**
  - ninguno opera en tiempo polinomial

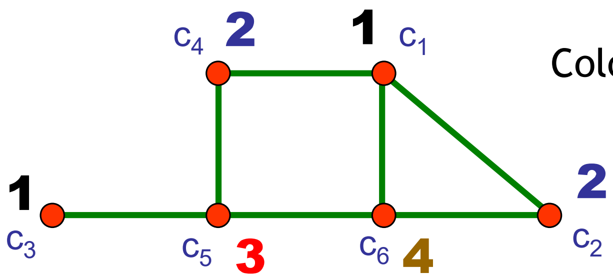
- <u>**Algoritmo VORAZ de coloreado de vértices**</u>
- **Tenemos un grafo G y un conjunto de colores C**
  - 1. Númeramos los vértices y los colores
  - 2. Coloreamos primer vértice con primer color
  - 3. Siguiente vértice con primer color disponible
  - 3.
  - 3.
  - …

- **Ejemplo:**



Colores = {1, 2, 3, 4, … }

- **Ejemplo:**



Colores = {1, 2, 3, 4, … }

- Algoritmo voraz: coloreado con 4 colores
- Sabemos que χ (G) = 3

• <u>Observación:</u>

- El algoritmo voraz no halla, en general, el número cromático