

Representación gráfica de curvas. Optimización

Observación. Para la realización de estos ejercicios se recomienda utilizar algún programa informático: Derive, Funciones para windows, GeoGebra... También se puede entrar en <http://www.wolframalpha.com/>

1. Estudia el crecimiento y la curvatura de $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Haz un esbozo de su gráfica. ¿Hay algún punto en el que no existe la derivada?

2. Estudia el crecimiento y la curvatura de las funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ c) $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

En cada caso, determina sus asíntotas y haz un esbozo de su gráfica.

3. Determina las asíntotas y estudia el crecimiento de las funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 4}$ b) $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ c) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ d) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.

Haz un esbozo de la gráfica de cada una de ellas.

4. Estudia el crecimiento y la curvatura de las funciones:

a) $f(x) = e^x$ b) $f(x) = e^{-x}$ c) $f(x) = e^{x^2}$ d) $f(x) = e^{-x^2}$

En cada caso, determina sus asíntotas y haz un esbozo de su gráfica.

5. Estudia el crecimiento y la curvatura de las funciones: $f(x) = xe^x$, $f(x) = x^2e^x$, $f(x) = x^2e^{-x}$.

En cada caso, determina sus asíntotas y haz un esbozo de su gráfica.

6. Estudia el crecimiento de las funciones:

a) $f(x) = \ln(x+1)$ b) $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ c) $f(x) = \ln(x^2 + 4)$ d) $f(x) = \ln(4 - x^2)$

En cada caso, determina sus asíntotas y haz un esbozo de su gráfica.

7. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = x^4e^{-x}$. Sin recurrir a la derivada segunda, calcula los máximos y mínimos locales de f y haz un esbozo de su gráfica.

8. (p. 243, 5, 2ª Ed). Un club deportivo planea fletar un avión. Para 60 pasajeros, el precio es de 800 \$ cada uno. Por cada persona adicional sobre 60, se descuentan 10 \$ a todos los pasajeros. El avión puede cargar 80 pasajeros como máximo.

a) ¿Cuál es el importe total cuando hay 61, 70 y 80 pasajeros?

b) ¿Cuál es el importe total si vuelan $60 + x$ pasajeros?

c) Hallar el número de pasajeros que maximiza el total de la suma pagada por los miembros del club.

9. (Cf. p. 234, 1ª Ed). Una empresa que produce un cierto bien quiere maximizar sus beneficios. Los ingresos y costes totales por la fabricación de q unidades son $R(q)$ y $C(q)$.

¿Qué valor de q maximiza los beneficios en los siguientes casos, suponiendo que $q \in [0, 500]$?

a) $R(q) = 1840q$ y $C(q) = 2q^2 + 40q + 5000$.

b) $R(q) = 2240q$ y $C(q) = 2q^2 + 40q + 5000$.

c) $R(q) = 1840q$ y $C(q) = 2q^2 + 1940q + 5000$.



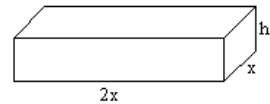
Matemáticas para
la Empresa.
2018-2019

TEMA 1
**Funciones Reales de
una variable.**



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

10. Se desea construir un paralelepípedo rectangular de 9 litros de volumen y tal que un lado de la base sea doble que el otro. Determinar las longitudes de sus lados para que el área total de sus 6 caras sea mínima.



11. Se sabe que la expresión que representa el número medio de clientes $N(t)$ que acude un día a una cadena de almacenes, en función del número de horas t que llevan abiertos, es

$$N(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t, \quad 0 \leq t \leq 8, \quad a, b \in \mathbf{R}.$$

Sabiendo que el máximo de clientes que han acudido ese día ha sido de 160 y que se ha producido a las 4 horas de abrir, calcula a y b .

Ejercicios de tipo test propuestos en exámenes anteriores (Grado)

1. (J10. Parcial) La función definida por $f(x) = x + e^{-x}$ verifica:

- a) Tiene un mínimo y una asíntota horizontal.
- b) Tiene una asíntota horizontal y otra vertical.
- c) Tiene un mínimo y una asíntota oblicua.

2. (J10. Parcial) La función $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x^2 - 4}$ verifica:

- a) Es creciente para todo $x < 0$.
- b) Tiene dos puntos de inflexión.
- c) Tiene un máximo en $x = 0$.

3. (J10) La función $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ verifica:

- a) Es siempre decreciente.
- b) Tiene un máximo y un mínimo.
- c) Ninguna de las anteriores.

Otros ejercicios de tipo test de exámenes anteriores

1. (S-99) La función $f(x) = 7 - px^{2p}$, donde p es un número natural mayor que 1, tiene:

- a) Con seguridad, un máximo local.
- b) Con seguridad, un mínimo local.
- c) Ninguna de...

2. (S-00) La función $f(x) = \frac{\text{sen } x}{x}$ tiene:

- a) Una asíntota vertical.
- b) Al menos dos máximos y dos mínimos.
- c) Ninguna de...

3. (F/04) La función $f(x) = ax^2 + \frac{1}{x}$ tiene un punto de inflexión en $x = 2$ si:

- a) $a = -1/8$.
- b) $a = -8$
- c) Nunca tiene puntos de inflexión.

4. (S/06) La función $f(x) = x^4 - px^p$, donde p es un número natural mayor o igual que 2, tiene, en $x = 0$:

- a) Con seguridad, un máximo local.
- b) Con seguridad, un mínimo local.
- c) Ninguna de...

5. (F/02) La función $f(x) = e^{p+x^2}$ tiene un mínimo local en $x = 0$:

- a) Cualquiera que sea el valor de p .
- b) Sólo si $p < 0$
- c) Ninguna de las anteriores.

6. (S09) La función $p(x) = ax^3 - 3x^2 + bx + 1$ tiene un punto de inflexión en $(1, 1)$, siendo, además, decreciente en ese punto, si:

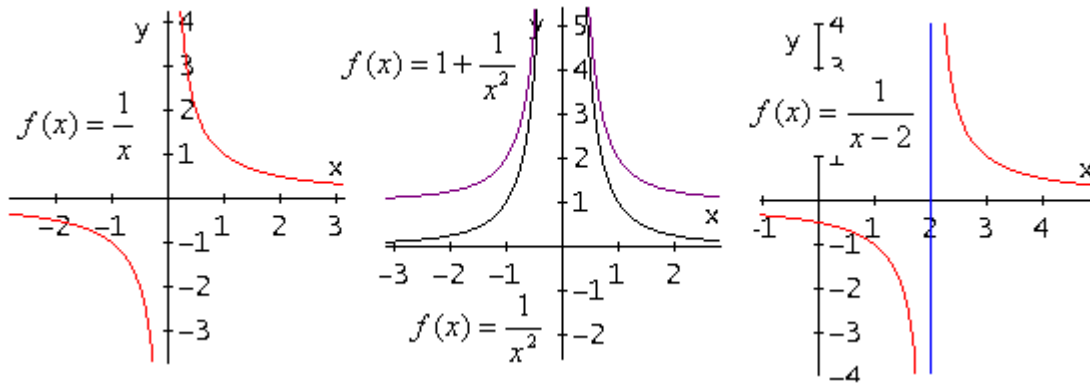
- a) $a = b = 3$
- b) $a = 1$ y $b = 2$
- c) $a = 1$ y $b = 0$

7. (S09) La función $f(x) = e^{px+x^2}$ tiene un mínimo local en $x = 1$:

- a) Cualquiera que sea el valor de p .
- b) Si $p = -2$
- c) Ninguna de las anteriores.

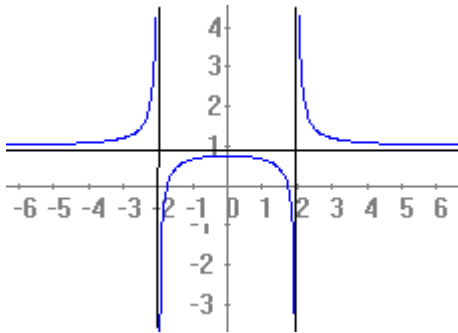
Soluciones:

1. Creciente siempre. Convexa (\cup) si $x < 0$; cóncava (\cap) si $x > 0$.
- 2.

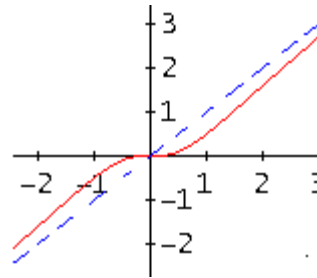


3.

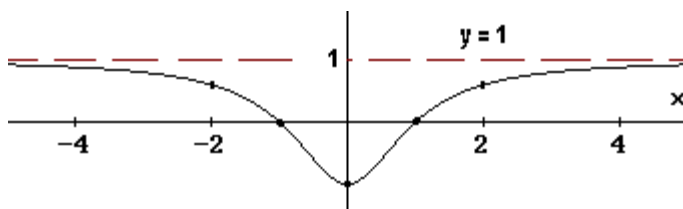
a)



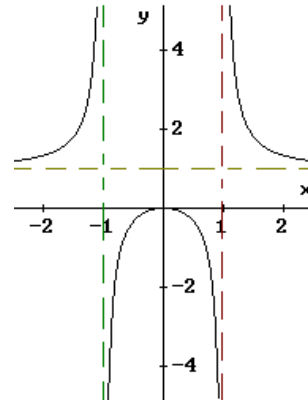
b)



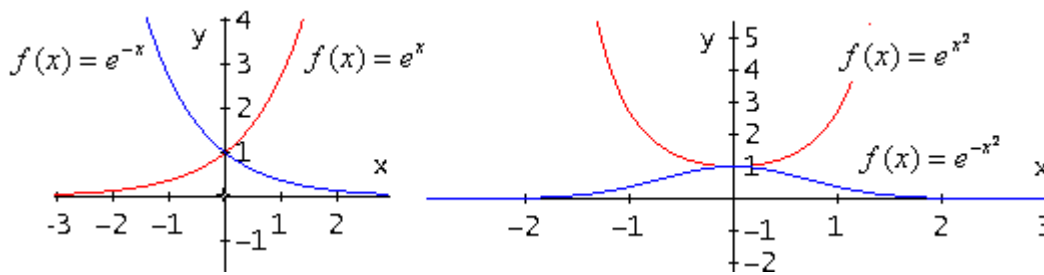
c)



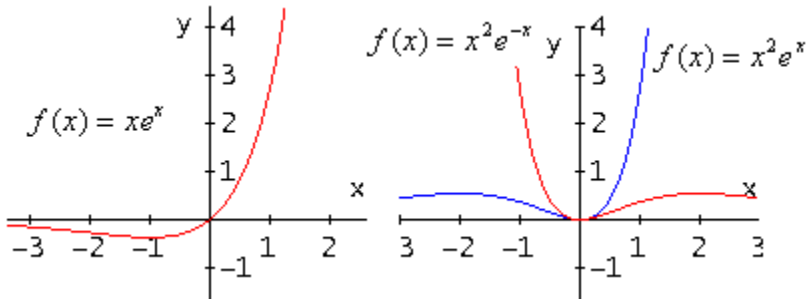
d)



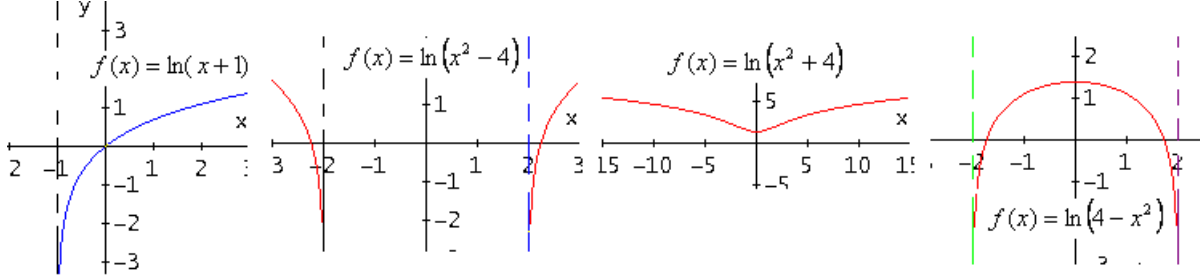
4.



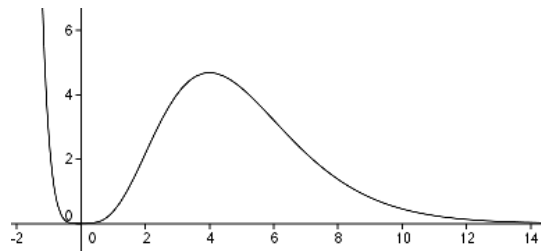
5.



6.



7.



8. a) $790 \cdot 61 = 48190$; 49000 ; 48000 . b) $800 - 10x$.

c) $f(x) = (60 + x)(800 - 10x) = -10x^2 + 200x + 48000$; 70 .

9. a) 450 . b) 500 . c) 0 . En el caso b) la solución óptima sería 550 , pero cae fuera del rango: sólo se puede llegar a fabricar 500 unidades. En el caso c) la solución óptima sería -25 , pero cae fuera del rango: el número de unidades producidas no puede ser negativo.

10. El lado más largo valdrá 3 dm; la altura, 2 dm.

11. $a = -10$; $b = 80$.