

Prueba de nivelación correspondiente a los contenidos de Algebra

NOMBRE Y APELLIDOS:

- INSTRUCCIONES: El alumno debe resolver la prueba a mano. Posteriormente, debe escanear sus respuestas como un fichero pdf, incluyendo la portada con los datos cumplimentados, y subirla al curso virtual antes del día 10 de enero. Para ello se ha abierto una tarea en el curso virtual que hemos denominado

” Prueba de nivelación de Algebra”

en donde el alumno debe subir el archivo.

1. Razone si los siguientes conjuntos de \mathbb{R}^3 son espacios vectoriales dotados de las operaciones vectoriales usuales:

- Cualquier recta de \mathbb{R}^3 .
- Cualquier plano de \mathbb{R}^3 .
- El círculo de radio unidad centrado en el origen.
- La unión de dos subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 .

A resultas de lo anterior, de una explicación razonada del tipo de subespacios vectoriales que se pueden definir en el espacio \mathbb{R}^3 .

2. Sea la aplicación $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por

$$f(\mathbf{u}_1) = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2$$

$$f(\mathbf{u}_2) = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_3$$

$$f(\mathbf{u}_3) = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + 2\mathbf{u}_3$$

en donde $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ es una base de \mathbb{R}^3

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

(c) Determinense las ecuaciones implícitas del $\ker f$, su dimensión y una base.

(d) Determinense las ecuaciones implícitas de $\text{Im } f$, su dimensión y una base.

3. En este ejercicio consideramos el espacio vectorial \mathbb{P}_2 de polinomios de grado igual o menor a 2

$$\mathbb{P}_2 = \{\mathbf{p}(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 : a_i \in \mathbb{R}\}$$

y el espacio de coordenadas \mathbb{R}^2 . En dichos espacios vamos a considerar las bases

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{p}_0(x) = (x-1)^2, \mathbf{p}_1(x) = x+2, \mathbf{p}_2(x) = x\}$$
$$\mathbf{B} = \{(1, 1), (0, 1)\}$$

Sea $F : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la aplicación definida por

$$F(\mathbf{p}) = \left(\int_{-1}^1 \mathbf{p}(x)dx, \int_0^1 \mathbf{p}(x)dx \right)$$

En este ejercicio se pide lo siguiente:

- (i) Probar que F es una aplicación lineal.
 - (ii) Señale la matriz asociada a la aplicación con respecto de las bases \mathbf{A} y \mathbf{B} .
 - (iii) Determine las ecuaciones implícitas de $\text{Ker}F$, su dimensión y una base.
4. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal definida por la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- (i) Determinar los valores propios y las ecuaciones de los subespacios propios asociados a ellos.
- (ii) Estudiar si es diagonalizable. En caso afirmativo encontrar la matriz diagonal D y la base a la que está referida.

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70