

INTERVALOS DE CONFIANZA

Los que siguen son ejercicios de implementación numérica de los intervalos de confianza más habituales. Consúltense la hoja resumen colgada en la web de la asignatura. Pueden ser útiles las siguientes funciones de Excel:

- Para $\alpha \in (0, 1/2]$, el percentil z_α se calcula con `=inv.norm.estand(1 - α)`.
- Para $\alpha \in (0, 1/2]$, el percentil $t_{\{n;\alpha\}}$ se calcula con `=inv.t(1 - α ; n)`.
- Para $\alpha \in (0, 1)$, el percentil $\chi_{\{n;\alpha\}}^2$ se calcula con `=inv.chicquad(1 - α ; n)`.
- Para $\alpha \in (0, 1)$, el percentil $F_{\{n_1, n_2; \alpha\}}$ se calcula con `=inv.f(1 - α ; n1; n2)`.

Para calcular la media y la cuasidesviación típica muestrales de unos datos contenidos en un rango de la hoja de cálculo: `=promedio(rango)` y `=desvest(rango)`.

INTERVALOS DE CONFIANZA PARA UNA DISTRIBUCIÓN

1. Se sabe que el peso de los recién nacidos sigue una distribución normal. En una muestra aleatoria de 100 de ellos se obtiene una media muestral de 3 kg y una cuasidesviación típica de 0.5 kg. Calcula un intervalo de confianza al 95% para la media poblacional.

SOLUCIÓN (CON 3 DECIMALES): (2.901, 3.099).

2. Observamos el peso en gramos de una muestra de 10 aspirinas, obteniendo: 1.19, 1.23, 1.18, 1.21, 1.27, 1.17, 1.15, 1.14, 1.19, 1.20. Suponiendo normalidad, halla un intervalo de confianza al 80% para la varianza.

SOLUCIÓN (CON 6 DECIMALES): (0.000886, 0.003121).

3. Se quiere estudiar la proporción p de declaraciones de la renta que presentan algún defecto. En una muestra preliminar pequeña (muestra piloto) de tamaño 50 se han observado 22 declaraciones defectuosas. ¿Cuál es el tamaño muestral necesario para estimar p cometiendo un error máximo del 1% con una probabilidad de 99%?

SOLUCIÓN: $n \geq 16\,349$ (alternativa más conservadora: $n \geq 16\,588$).

4. Antes de encargar un gran lote de pilas alcalinas a una fábrica, queremos estimar la proporción p de pilas defectuosas que podemos esperar. Se prueban 300 pilas, y encontramos 42 defectuosas.

- a) Estima la proporción de pilas defectuosas (nivel de confianza 90%).
- b) Si deseamos obtener una estimación (con el mismo nivel de confianza) cuyo error sea inferior a 0.01, ¿cuántas pilas tendríamos que probar?

SOLUCIÓN: a) $p \in (10.7\%, 17.3\%)$. b) $n \geq 3258$ (sin usar la estimación previa, $n \geq 6764$).

5. Se quiere determinar la cantidad de nitrógeno en 8 muestras diferentes de harina. Estas medidas se realizan, en cada una de las muestras, con dos métodos diferentes. Se obtienen los siguientes resultados:

Muestra de harina	1	2	3	4	5	6	7	8
Método 1	2.0	1.4	2.3	1.2	2.1	1.5	2.4	2.0
Método 2	1.8	1.5	2.5	1.0	2.0	1.3	2.3	2.1

Halla un intervalo al 95% para la diferencia de medias, especificando las hipótesis utilizadas.

SOLUCIÓN (CON 3 DECIMALES): $\mu_1 - \mu_2 \in (-0.084, 0.184)$.

INTERVALOS DE CONFIANZA PARA DOS DISTRIBUCIONES

6. Tenemos las siguientes muestras de la cantidad de una cierta substancia en dos hortalizas:

Tomate : 777 790 759 790 770 758 764
 Pepino : 782 773 778 765 789 797 782

- a) Halla un intervalo de confianza para la diferencia de medias (nivel 95%), suponiendo normalidad y que las varianzas en las dos poblaciones de hortalizas son iguales.
- b) Halla un intervalo de confianza para la diferencia de medias si las varianzas en las dos poblaciones son posiblemente distintas. Compara el intervalo con el obtenido en b).

SOLUCIÓN (CON 3 DECIMALES): a) $(-22.368, 5.797)$. b) $(-22.512, 5.940)$.

7. Para un grupo de 41 alumnos de un instituto, se observaron las calificaciones obtenidas en las PAU y se obtuvo una cuasivarianza muestral de 5.75. Para otro grupo de 25 estudiantes procedentes de otro instituto, se constató que la cuasivarianza era 5.35. Suponiendo que la distribución de la nota de las PAU para cada uno de los centros es normal, halla el intervalo de confianza para el cociente de las varianzas al nivel de confianza del 90%.

SOLUCIÓN (CON 3 DECIMALES): $(0.568, 1.927)$.

8. Una proporción p_1 de los móviles del modelo A salen defectuosos de fábrica. Para el modelo B , esa proporción es p_2 .

Se analizan 170 móviles del modelo A , y se detecta que 5 de ellos son defectuosos. En una muestra de tamaño 223 de móviles modelo B se han encontrado 18 defectuosos. Calcula los intervalos de confianza para la diferencia $p_2 - p_1$ para $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ y $\alpha = 0.1\%$.

SOLUCIÓN: Para $\alpha = 5\%$, IC = $(0.745\%, 9.516\%)$; para $\alpha = 1\%$, IC = $(-0.633\%, 10.894\%)$; y para $\alpha = 0.1\%$, IC = $(-2.232\%, 12.493\%)$.