Prof. Maurizio Mattesini

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Capítulo 23

Potencial eléctrico

Generador de Van de Graaff

23-1
Diferencia de potencial

Al igual que la fuerza gravitatoria, la fuerza eléctrica *es conservativa*. Existe, por lo tanto, una función energía potencial *U* asociada con la fuerza eléctrica.

La energía potencial por unidad de carga es una función de la posición en el espacio de la carga y se domina *potencial eléctrico*. Como *es un campo escalar*, en muchos casos su obtención y manejo puede ser más fácil que el campo eléctrico.

En general, cuando el punto de aplicación de una fuerza conservativa **F** experimenta un desplazamiento *dl*, la variación de la función energía potencial *dU* viene definida por:

$$dU = -F \cdot dl$$

$$F = q_o E$$

$$dU = -q_o E \cdot dl$$

$$\boxed{dV = \frac{dU}{q_o} = -E \cdot dl}$$

DIFERENCIA DE POTENCIAL

$$\boxed{\Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q_o} = -\int_a^b E \cdot dl}$$

DIFERENCIA DE POTENCIAL FINITA

$$\boxed{U = q_o V}$$

RELACIÓN ENTRE ENERGÍA POTENCIAL U y POTENCIAL V

Unidad del SI para el potencial

$$V = \frac{U}{q_o} = \frac{J\,(julio)}{C\,(culombio)} = V\;(Voltio)$$

$$dV = -\mathbf{E} \cdot dl$$

$$V = \frac{N}{C} m \Rightarrow \boxed{\frac{N}{C} = \frac{V}{m}}$$

Así pues, la unidad de campo eléctrico (N/C) es igual a voltio por metro (V/m).

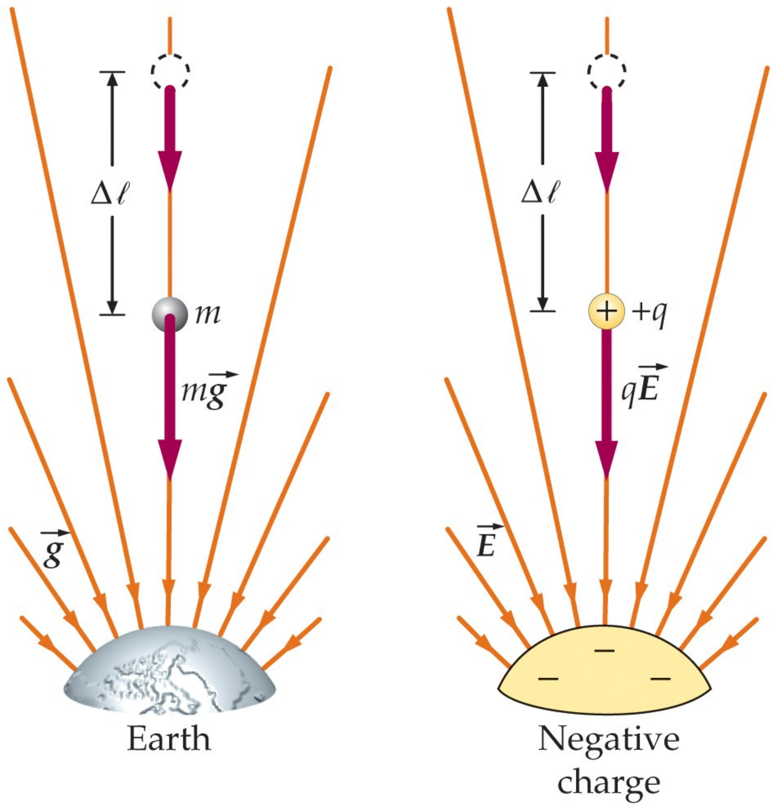
En física atómica y nuclear se trata frecuentemente con partículas elementares que poseen cargas $q_o = e$ (electrones y protones):

$$U = e \cdot V = electrón - voltio\,(eV)$$

$$\boxed{1\; eV = 1.6 \times 10^{-19}\; C \cdot V = 1.6 \times 10^{-19}\; J}$$

Por ejemplo, un electrón que se desplaza del terminal negativo al positivo de una batería de 12 V, pierde 12 eV de energía potencial.

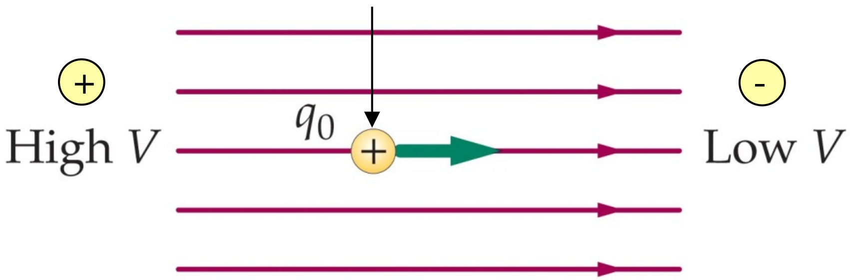
Potencial y líneas de campo eléctrico



El trabajo realizado por el campo gravitatorio ***g*** sobre una masa ***m*** disminuye la energía potencial gravitatoria (*mgh*) y aumenta la energía cinética.

El trabajo realizado por el campo eléctrico ***E*** sobre una carga ***+q*** es igual a la pérdida de energía potencial electrostática.

La carga testigo acelera en la dirección del campo, su energía cinética crece y su energía potencial disminuye.



Las líneas de campo eléctrico apuntan en la dirección en la que el potencial decrece más rápidamente.

Cálculo de V para E constante

EJEMPLO 23.1

Un campo eléctrico apunta en la dirección *x* positiva siendo su módulo constante, *E*=10 N/C=10 V/m. Determinar el potencial en función de *x*, suponiendo que *V*=0 para *x*=0.

1. Por definición, el cambio de dV está relacionado con el desplazamiento dl y el campo $\mathbf{E}$:

$$dV = -\mathbf{E}\cdot dl = -E\mathbf{i}\cdot\left(dx\,\mathbf{i} + dy\,\mathbf{j} + dz\,\mathbf{k}\right) = -E\,dx$$

2. Integrar dV:

$$V(x) = \int dV = \int -E\,dx = -Ex + C$$

3. La constante de integración C se determina haciendo $V = 0$ en $x = 0$:

$$V(0) = C \Rightarrow\ 0 = C$$

4. El potencial es, por lo tanto:

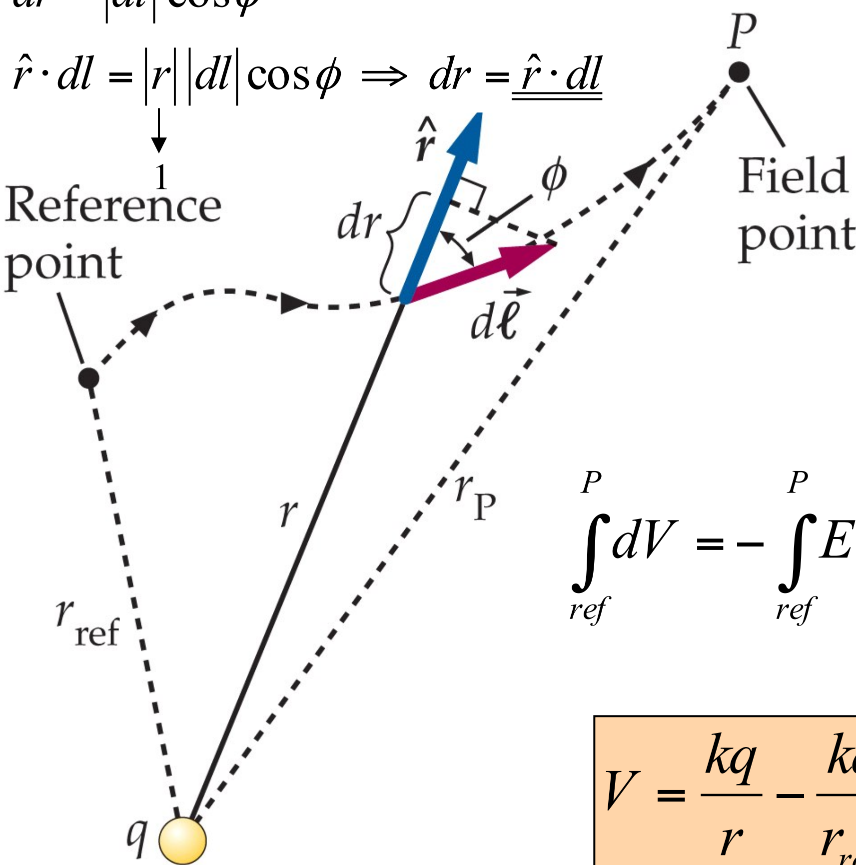
$$V(x) = -Ex = \boxed{-\left(10\,V/m\right)x}$$

Observación: El potencial es cero para *x*=0 y disminuye a razón de 10 V/m en la dirección positiva *x*.

23-2
Potencial debido a un sistema de cargas puntuales

$$dr = |dl|\cos\phi$$

$$\hat{r}\cdot dl = \underbrace{|r|}_{1}\,|dl|\cos\phi \;\Rightarrow\; dr = \underline{\underline{\hat{r}\cdot dl}}$$



El potencial eléctrico a una distancia *r* de una carga puntual *q* situada en el origen puede calcularse a partir del campo eléctrico:

$$E = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

$$dV = -E\cdot dl = -\frac{kq}{r^2}\underline{\underline{\hat{r}\cdot dl}} = -\frac{kq}{r^2}dr$$

$$\int_{ref}^{P} dV = -\int_{ref}^{P} E\cdot dl = -kq\int_{r_{ref}}^{r_P} r^{-2}dr = -kq\left.\frac{r^{-1}}{-1}\right|_{r_{ref}}^{r_P} = \frac{kq}{r_p} - \frac{kq}{r_{ref}}$$

$$\boxed{V = \frac{kq}{r} - \frac{kq}{r_{ref}}}$$

POTENCIAL DEBIDO A UNA CARGA PUNTUAL
($V=0$ en $r_{ref}=\infty$)

Como el punto de referencia es arbitrario podemos elegir aquel que nos proporcione la expresión algébrica más sencilla, $\mathbf{r_{ref}=\infty}$.

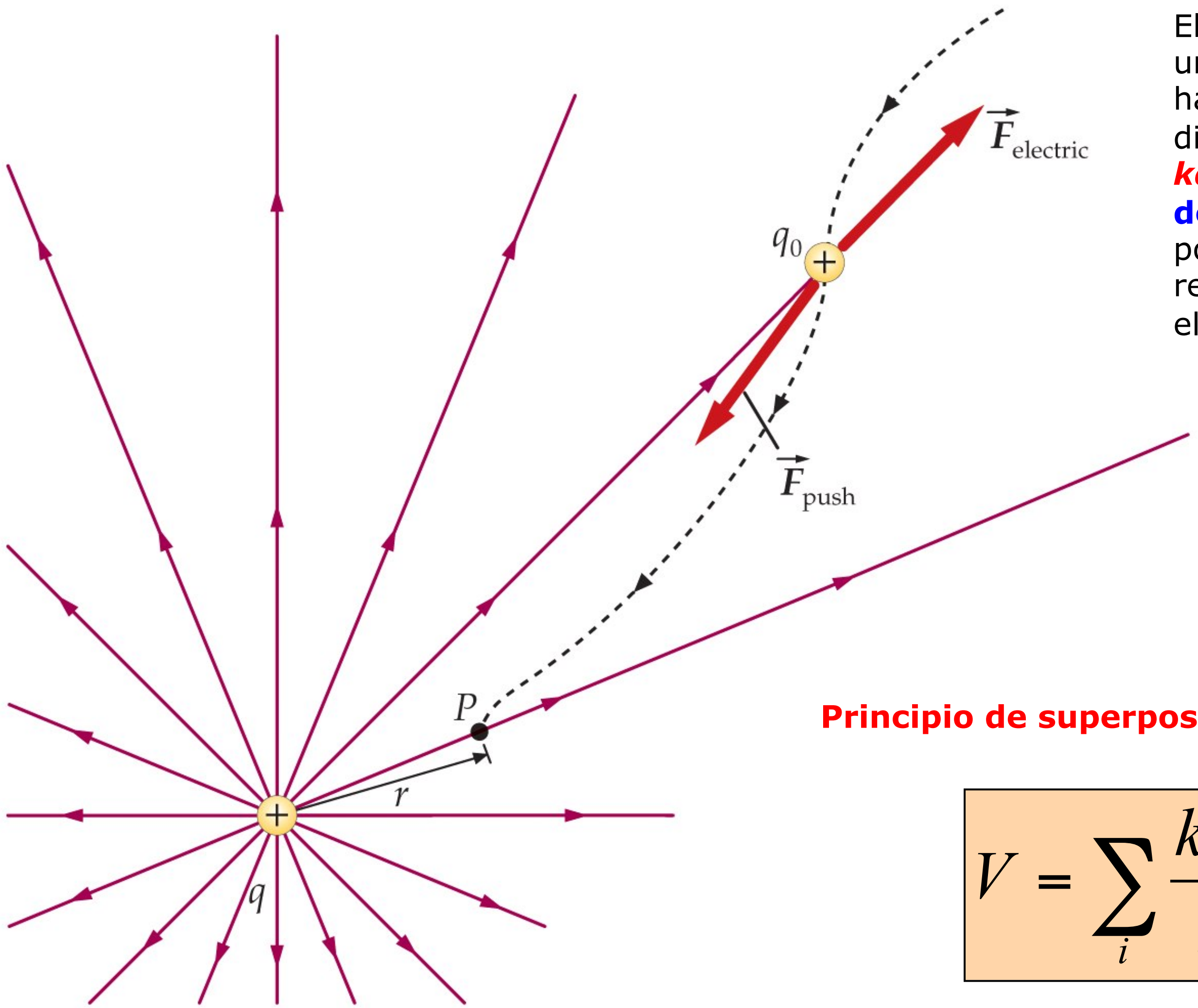
$$\boxed{V = \frac{kq}{r}}$$

POTENCIAL DE COULOMB
($V=0$ en $r=\infty$)

Donde $\boldsymbol{q_o}$ es la carga testigo situada a distancia r. Esta formula es valida cuando consideramos la condición de que $U=0$ a separación infinita.

$$\boxed{U = q_o V = \frac{kq_o q}{r}}$$

ENERGÍA POTENCIAL ELECTROSTATICA DE UN SISTEMA DE DOS CARGAS
($U=0$ en $r=\infty$)



El **trabajo** necesario para llevar una carga testigo q_o desde el ∞ hasta el punto *P* situado a una distancia *r* de una carga *q* es ***kqq_o/r***. El **trabajo por unidad de carga** es ***kq/r***, que es el potencial electrico en el punto *P* respecto a un potencial cero en el ∞.

Principio de superposición para el potencial eléctrico:

$$\boxed{V = \sum_i \frac{kq_i}{r_i}}$$

POTENCIAL DEBIDO A UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES
(V=0 en r=∞)

Energía potencial del átomo de hidrogeno

EJEMPLO 23.2

(*a*) ¿Cuál es el potencial eléctrico a una distancia *r*=0.529x10^{-10} m de un protón? (Ésta es la distancia media entre un protón y el electrón del átomo de hidrógeno.) (*b*) ¿Cuál es la energía potencial del electrón y del protón a esta separación?

(a) Utilizar $V = kq/r$ para calcular el potencial V debido al protón:

$$V = \frac{kq}{r} = \frac{ke}{r} = \frac{\left(8.99\times10^{9}\ N\cdot m^{2}/C^{2}\right)\left(1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}\right)}{0.529\times10^{-10}\ m} = 27.2\ N\cdot m/C = 27.2\ V$$

(b) Utilizar $U = q_o V$, siendo $q_o = e$, para calcular la energía potencial electrostática:

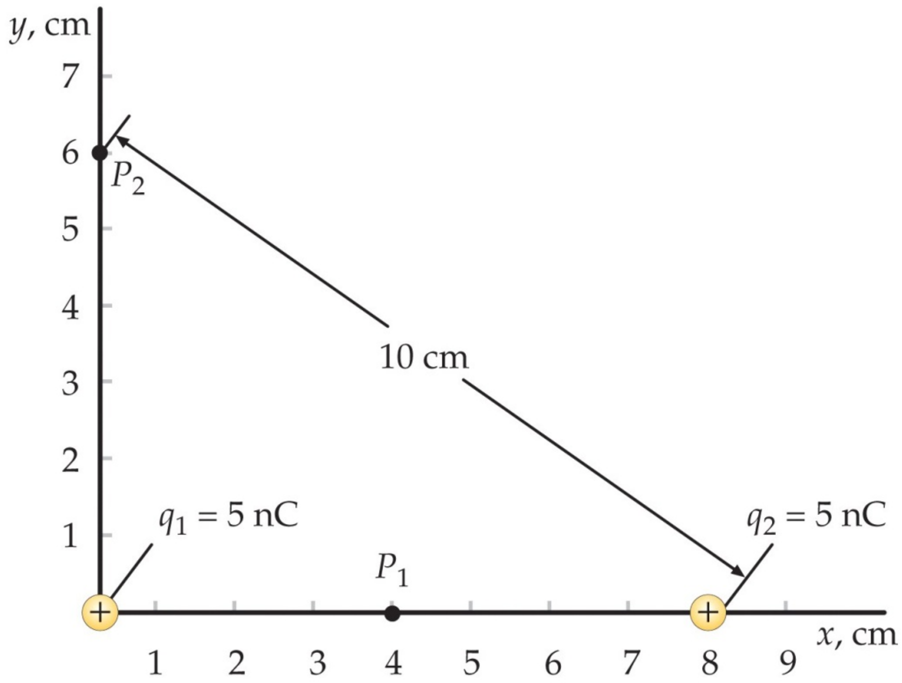
$$U = q_o V = (-e)(27.2\ V) = \boxed{-27.2\ \mathrm{e}V}$$

Observación: Si el electrón estuviera en reposo a esta distancia del protón, serían necesarios 27.2 eV como mínimo para separarle del átomo. Sin embargo, el electrón posee una energía cinética igual a 13.6 eV, de modo que su energía total en el átomo es 13.6 eV-27.2 eV=-13.6 eV. Por consiguiente, la energía necesaria para extraer el electrón del átomo es 13.6 eV. Esta energía se llama **energía de ionización**.

Potencial debido a dos cargas puntuales

EJEMPLO 23.4

Dos cargas puntuales de +5 nC se encuentran sobre el eje *x*. Una se encuentra en el origen y la otra en *x*=8 cm. Determinar el potencial (*a*) en el punto P_1 situado sobre el eje *x* en *x*=4 cm y (*b*) en el punto P_2 situado sobre el eje *y* en *y*=6 cm.



(a) Utilizar el principio de superposición :

$$V = \sum_i \frac{kq_i}{r_i} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2}$$

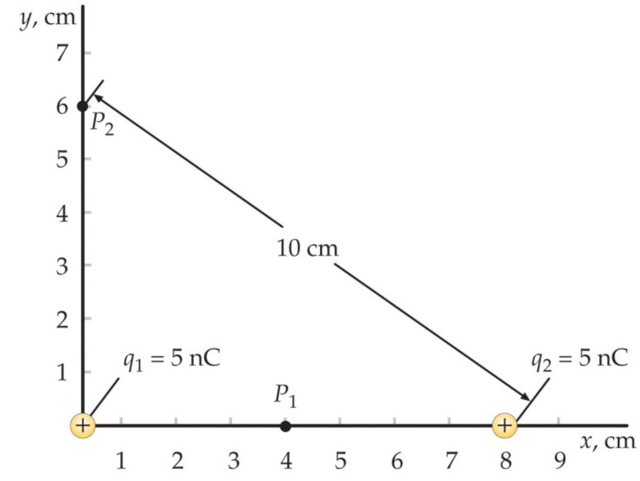
Utilizar estos valores para determinar el potencial en el punto P_1 :

$$r_1 = r_2 = r = 0.04\ m$$

$$q_1 = q_2 = q = 5\times10^{-9}\ C$$

$$V = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} = \frac{2kq}{r} = \frac{2\times\left(8.99\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(5\times10^{-9}\ C\right)}{0.04\ m}$$

$$V = 2250\ \mathrm{V} = \boxed{2.25\ kV}$$

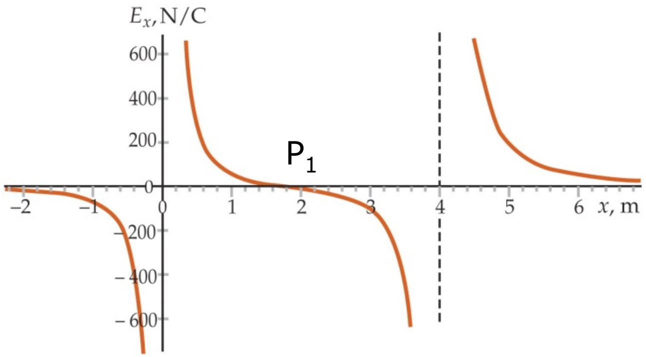


(b) El potencial en el punto P_2 es :

$$\mathrm{V} = \frac{\left(8.99\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(5\times10^{-9}\ C\right)}{0.06\ m} + \frac{\left(8.99\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(5\times10^{-9}\ C\right)}{0.10\ m}$$

$$\mathrm{V} = 749\ V + 450\ V \approx \boxed{1.20\ \mathrm{k}V}$$

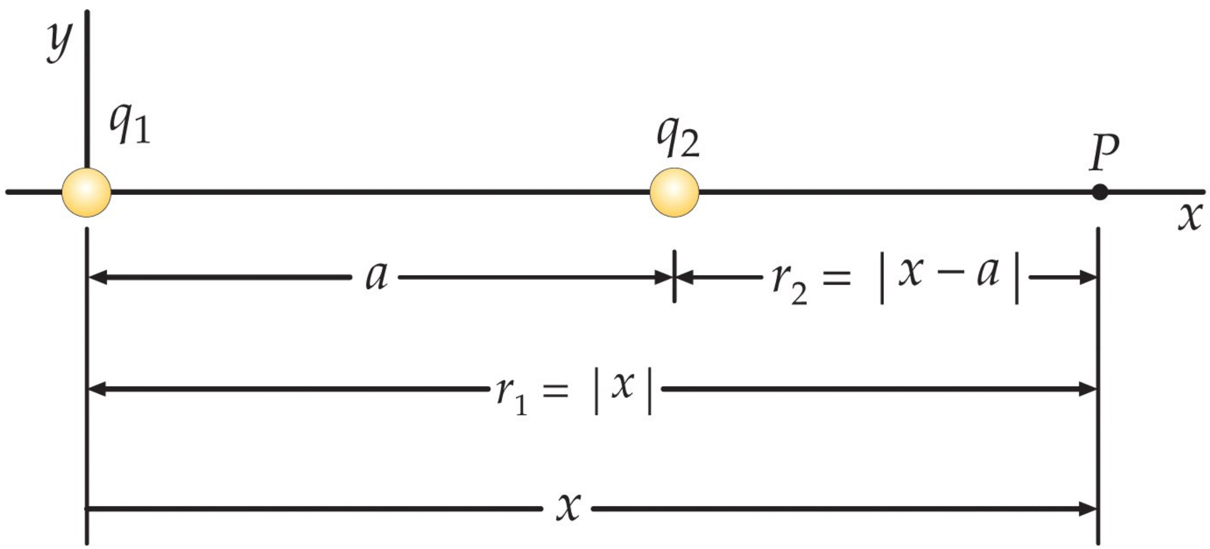
Observación: En P_1 el campo eléctrico es cero en el punto medio entre las cargas, pero el potencial no es nulo. Se necesita trabajo para transportar una carga testigo a este punto desde una larga distancia, ya que el campo eléctrico es sólo cero en la posición final.



Potencial a lo largo del eje *x*

EJEMPLO 23.5

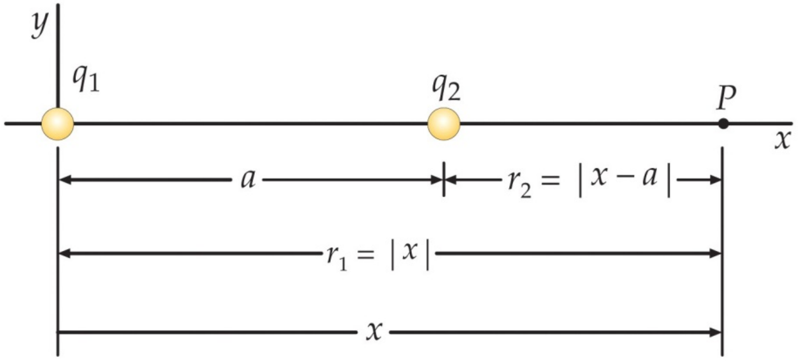
Una carga puntual q_1 está situada en el origen y una segunda carga puntual q_2 está situada sobre el eje x en $x=a$, como indica la figura. Determinar el potencial en cualquier punto del eje x.

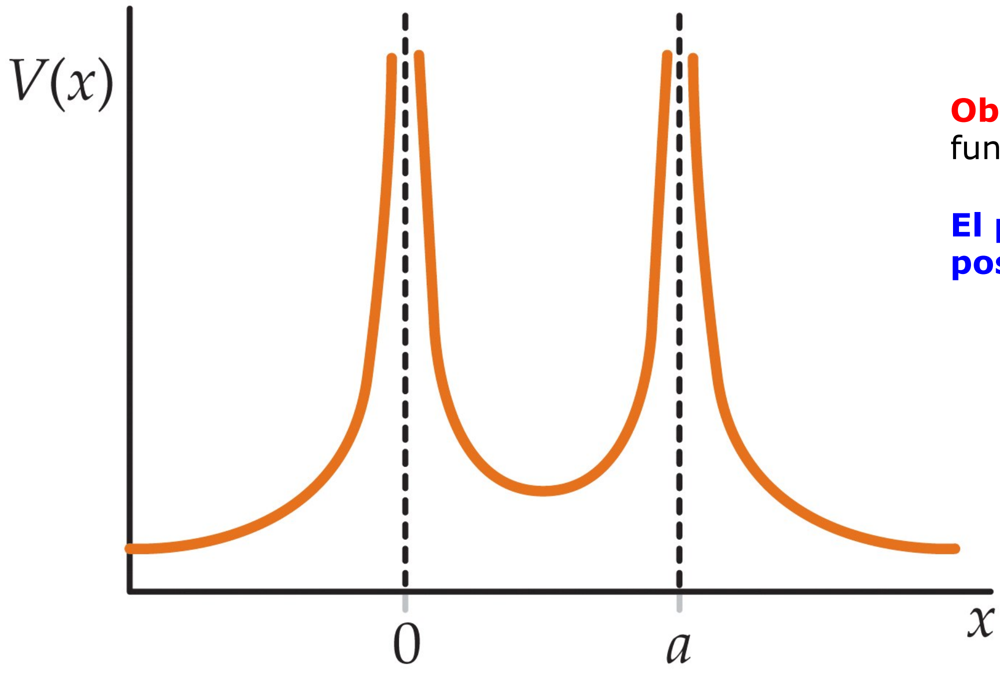


Escribir el potencial como una función de las distancias a las dos cargas:

$$V=\frac{kq_1}{r_1}+\frac{kq_2}{r_2}=\boxed{\frac{kq_1}{|x|}+\frac{kq_2}{|x-a|}}$$

$x\neq 0,\ x\neq a$





Observación: La figura muestra V en función de x para $q_1=q_2>0$.

El potencial se hace infinito en la posición de cada una de las cargas.

Potencial debido a un dipolo eléctrico

EJEMPLO 23.6

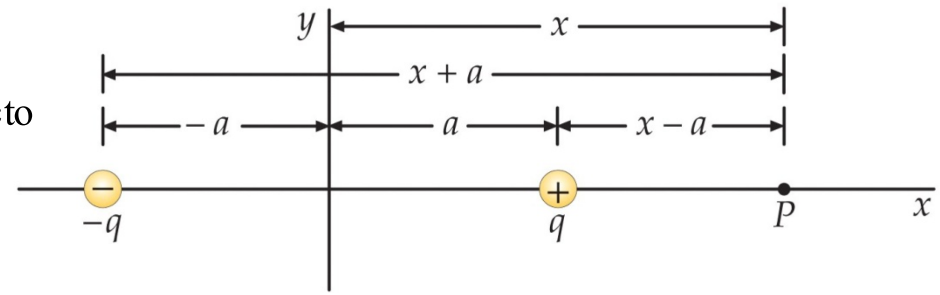
Un dipolo eléctrico consta de una carga positiva $+q$ colocada sobre el eje x en $x=+a$ y una carga negativa $-q$ colocada sobre el eje x en $x=-a$. Determinar el potencial en el eje x a una gran distancia del dipolo ($x>>a$) en función del momento dipolar $p=2qa$.

1. Para $x > a$ el potencial debido a las dos cargas es:

$$V = \frac{kq}{x-a} + \frac{k(-q)}{x+a} = \frac{2kqa}{x^2 - a^2}$$

2. Para $x >> a$ podemos despreciar a^2 respecto a x^2 en el denominador:

$$V \approx \frac{2kqa}{x^2} = \frac{kp}{x^2}, \qquad x >> a$$



Observación: Lejos del dipolo, el potencial disminuye según $1/r^2$, comparado con $1/r$ para el potencial de una carga puntual.

23-4
Determinación del campo eléctrico a partir del potencial

Consideramos un pequeño desplazamiento *dl* en un campo eléctrico arbitrario **E**. La variación de potencial es:

$$dV = -E \cdot dl = -E \cos\theta \, dl = -E_t dl$$

$$E_t = -\frac{dV}{dl}$$

E_t es la componente de **E** paralelo al desplazamiento *dl*. Si el desplazamiento *dl* es ⊥ **E** (cosθ=0), *dV*=0. La variación más grande de *V* se produce cuando *dl* es || **E** (cosθ=1).

Si *V* depende solo de x, no habrá cambios de *V* para los desplazamientos en las direcciones *y* o *z* (E_y=0 y E_z=0). Por lo tanto, para un desplazamiento en la dirección *x*:

$$dl = dx \, i$$

$$dV(x) = -E \cdot dl = -E \cdot dx \, i = -E \cdot i \, dx = -E_x dx$$

$$E_x = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Para una **distribución de carga esféricamente simétrica**, los desplazamientos ⊥ a la direccion radial no producen cambio en *V(r)*, por lo tanto, **E** debe ser radial:

$$dl = dr \, \hat{r}$$

$$dV(r) = -E \cdot dl = -E \cdot dr \, \hat{r} = -E_r dr$$

$$E_r = -\frac{dV(r)}{dr}$$

Un **vector que señala en la dirección de la máxima variación de una función escalar** y cuyo módulo es igual a la derivada de la función con respecto a la distancia, se denomina **gradiente** de la función.

En general la función potencial puede depender de *x*, *y* y *z:*

$$E = -\nabla V$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$E = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} i + \frac{\partial V}{\partial y} j + \frac{\partial V}{\partial z} k \right)$$

PROBLEMA 3

Si el potencial eléctrico es constante en toda una región del espacio, ¿qué podemos decir del campo eléctrico generado en esa región?

Si V es constante el gradiente ($E = -\nabla V$) es cero y por lo tanto $\vec{\mathrm{E}} = 0$.

PROBLEMA 4

¿Si *V* es conocido en sólo un punto, puede determinarse el valor de E en ese punto?

No.

(i) El campo eléctrico puede determinarse desde $E_t = -\dfrac{dV}{dl}$ si V es conocido y diferenciable.

(ii) También se puede calcular el campo desde $E_t = -\dfrac{\Delta V}{\Delta l}$ si V es conocido en dos o más puntos.

PROBLEMA 5

¿En qué dirección podemos movernos respecto a un campo eléctrico, de modo que el potencial eléctrico no varíe?

Nos podemos mover en la dirección perpendicular al campo eléctrico, ya que las líneas del campo eléctrico siempre son perpendiculares a las superficies equipotenciales.

PROBLEMA 40

En las expresiones siguientes, *V* está en voltios y *x* en metros. Hallar E_x cuando (a) $V(x)=2000+3000x$; (*b*) $V(x)=4000+3000x$; (*c*) $V(x)=2000-3000x$ y (*d*) $V(x)=-2000$, independientemente de *x*.

$$E_x = -\frac{d}{dx}\left[2000+3000x\right] = -3.00\ kV/m$$

$$E_x = -\frac{d}{dx}\left[4000+3000x\right] = -3.00\ kV/m$$

$$E_x = -\frac{d}{dx}\left[2000-3000x\right] = 3.00\ kV/m$$

$$E_x = -\frac{d}{dx}\left[-4000\right] = 0\ kV/m$$

Cálculo de *V* para distribuciones continuas de cargas

El potencial se puede calcular eligiendo un elemento de carga *dq* que puede considerarse como una carga puntual y tomando en consideración el **principio de superposición**:

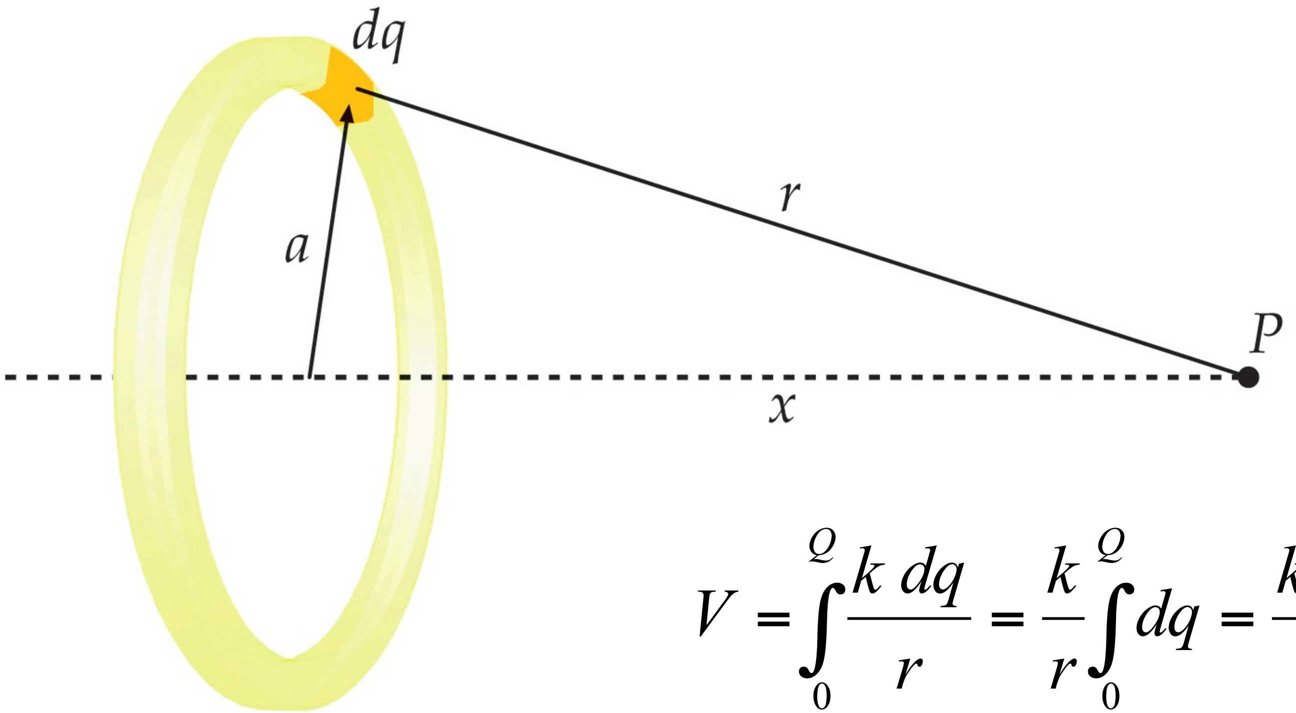
$$V = \sum_i \frac{kq_i}{r_i} \rightarrow \boxed{V = \int \frac{kdq}{r}}$$

POTENCIAL DEBIDO A UNA DISTRIBUCIÓN DE CARGA CONTINUA (V=0 en r=∞)

Esta ecuación supone que *V*=0 a una distancia infinita de las cargas, y por lo tanto <u>no puede utilizarse cuando la carga se encuentra en el infinito</u> (por ejemplo, **una carga lineal infinita** y **un plano de carga infinito**).

$$\boxed{r = \infty} \Rightarrow V = \left(\frac{n}{\infty}\right) = 0$$

Potencial V en el eje de un anillo cargado



$$V = \int_0^Q \frac{k\,dq}{r} = \frac{k}{r}\int_0^Q dq = \frac{kQ}{r}$$

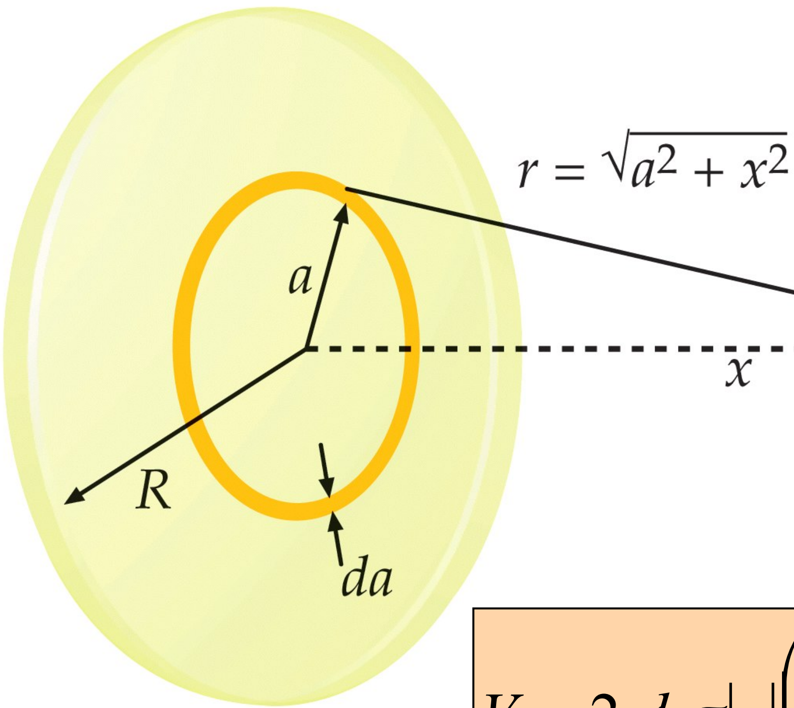
$$\boxed{V = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{kQ}{|x|}\frac{1}{\sqrt{1 + \left(a^2 / x^2\right)}}}$$

Obsérvese, que cuando **$|x| >> a$**, el potencial se aproxima a $kQ/|x|$, es decir, el mismo valor que el correspondiente a una **carga puntual** Q situada en el origen.

POTENCIAL EN EL EJE DE UN ANILLO UNIFORMEMENTE CARGADO
(V=0 en |x|=∞)

Potencial V en el eje de un disco uniformemente cargado

Consideraremos el disco como una serie concéntrica de cargas anulares:



Expresar el potencial dV que genera el anillo cargado de radio a en el punto P:

$$dV = \frac{kdq}{r} = \frac{k\sigma dA}{r} = \frac{k\sigma 2\pi a da}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V = k\sigma\pi\int_0^R \frac{2a\,da}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k\sigma\pi\int_0^R \left(x^2 + a^2\right)^{-\frac{1}{2}} 2a\,da$$

$$\begin{cases} u = x^2 + a^2 \Rightarrow du = 2a\,da \\ a = 0 \Rightarrow \ u = x^2 \\ a = R \Rightarrow \ u = x^2 + R^2 \end{cases}$$

$$V = k\sigma\pi \int_{x^2}^{x^2+R^2} u^{-\frac{1}{2}}\,du = k\sigma\pi \left.\frac{u^{\frac{1}{2}}}{1/2}\right|_{x^2}^{x^2+R^2}$$

$$V = k\sigma\pi\left[\frac{\left(x^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}}}{1/2} - \frac{\left(x^2\right)^{\frac{1}{2}}}{1/2}\right]$$

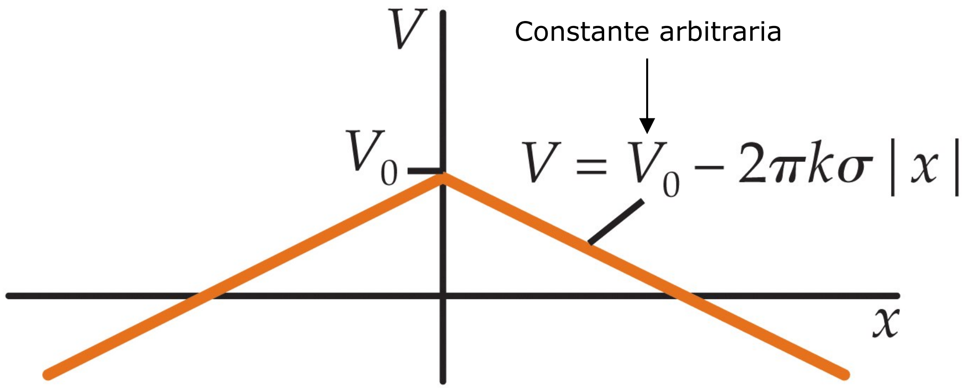
$$V = 2k\sigma\pi\left(\sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2}\right)$$

$$\boxed{V = 2\pi k\sigma|x|\left(\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}} - 1\right)}$$

POTENCIAL SOBRE EL EJE DE UN DISCO CARGADO
(V=0 en |x|=∞)

Potencial V debido a un plano infinito de carga

Para distribuciones de carga que se extienden hasta el infinito, **debemos elegir *V*=0 en algún punto finito** y no en el infinito.



Representación gráfica de V en función de x para un plano infinito de carga situado en el plano yz. **El potencial es continuo en x=0, aunque E_x=dV/dx no lo sea**.

$$\boxed{V = V_o - 2\pi k\sigma|x|}$$

POTENCIAL PRÓXIMO A UN PLANO INFINITO DE CARGA
(V=V_o en x=0)

Si se trata de un plano infinito de carga de densidad σ situado en el plano yz, el campo eléctrico para valores positivos de x viene dado por:

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\mathbf{i} = 2\pi k\sigma\mathbf{i}$$

$$dV = -\mathbf{E}\cdot dl = -(2\pi k\sigma\mathbf{i})\cdot(dx\,\mathbf{i} + dy\,\mathbf{j} + dz\,\mathbf{k}) = -2\pi k\sigma\,dx$$

$$V = -2\pi k\sigma\int dx$$

$$V = V_o - 2\pi k\sigma x$$

en donde V_o es el potencial en $x = 0$. Obsérvese que el potencial disminuye con la distancia al plano y tiende a $-\infty$ cuando x se aproxima a $+\infty$.
Por lo tanto, no podemos escoger un potencial nulo para $x = \infty$.

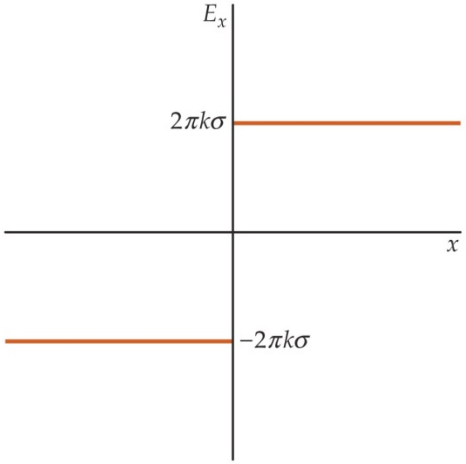
Para un valor de x negativo, el campo eléctrico es:

$$\mathbf{E} = -2\pi k\sigma\mathbf{i}$$

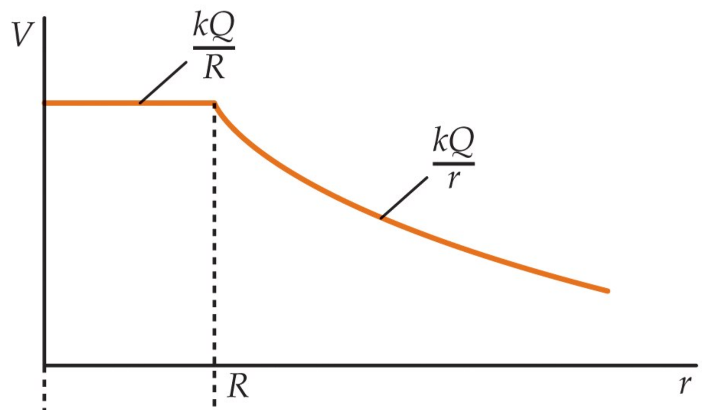
$$dV = -\mathbf{E}\cdot dl = +2\pi k\sigma\,dx$$

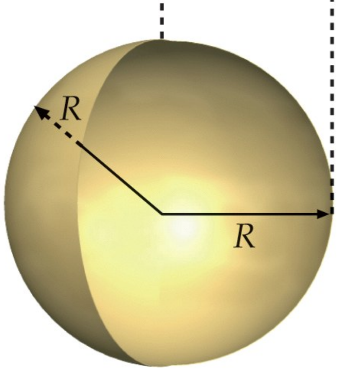
$$V = V_o + 2\pi k\sigma x$$

El campo eléctrico es discontinuo en cualquier lugar donde haya una densidad de carga volúmica infinita.



Potencial V en el interior de una corteza esférica de radio R y carga Q





$$\boxed{\begin{aligned} V &= \frac{kQ}{r}, \quad r \geq R \\ V &= \frac{kQ}{R}, \quad r \leq R \end{aligned}}$$

POTENCIAL DEBIDO A UNA CARTEZA ESFÉRICA
(V=0 en r=∞)

En todos los puntos del **interior** de la corteza el potencial tiene **valor constante *kQ/R***. **Fuera** de ella el potencial es el mismo que el originado por una **carga puntual** en el centro de la esfera.

Fuera de la corteza el campo es radial y es el mismo que si toda la carga Q fuera puntual y localizada en el origen :

$$\mathbf{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$$dV = -\mathbf{E}\cdot dl = -\frac{kQ}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\cdot dl = -\frac{kQ}{r^2}dr$$

$$V_p - V_\infty = -\int_\infty^{r_p}\mathbf{E}\cdot dl = -\int_\infty^{r_p}\frac{kQ}{r^2}dr = -kQ\int_\infty^{r_p}r^{-2}dr = \frac{kQ}{r_p}$$

r_p es la distancia desde el centro de la corteza esférica al punto P.

Se toma como potencial de referencia el valor cero de éste en el infinito.

Como P es arbitrario, podemos elegir $r_p = r$ y obtenemos :

$$V = \frac{kQ}{r}, \quad r \geq R$$

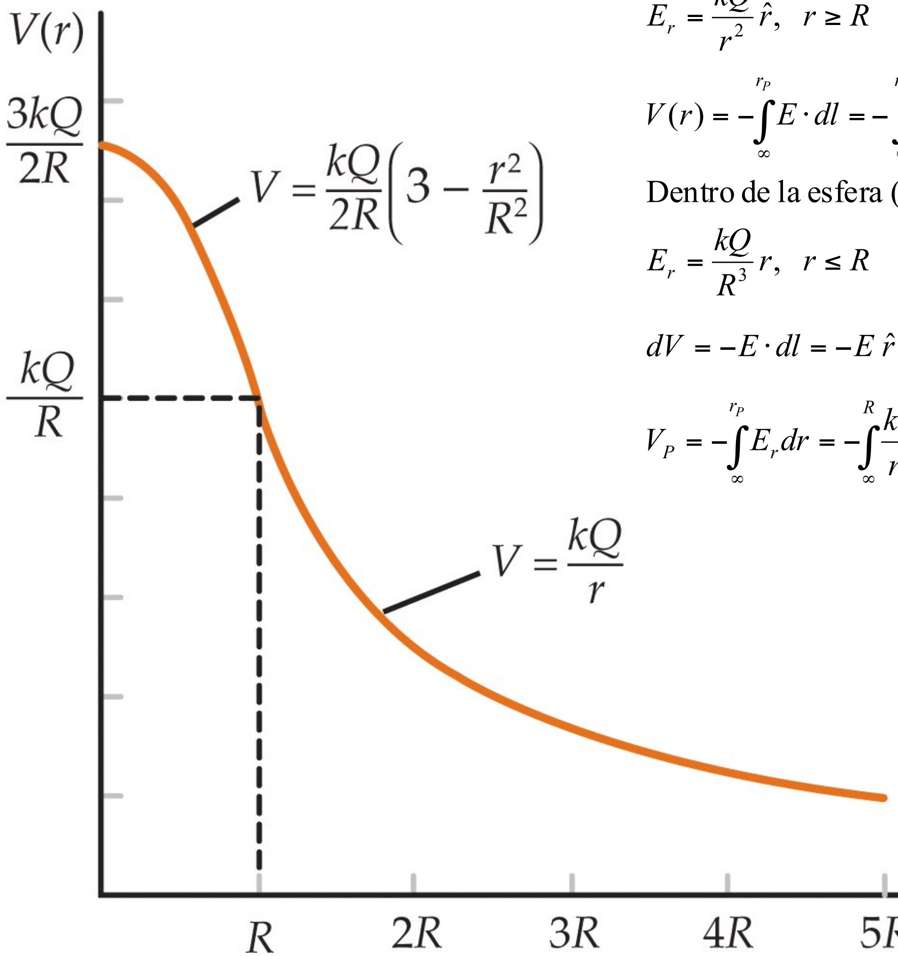
En cualquier punto del volumen encerrado por la corteza esférica el campo eléctrico es cero. Integrando nuevamente desde el punto de referencia situado en el infinito hasta el punto P, obtenemos :

$$V_p = -\int_\infty^{r_p}\mathbf{E}\cdot dr = -\int_\infty^{R}\frac{kQ}{r^2}dr - \int_R^{r_p}(0)dr = \frac{kQ}{R}$$

donde P es un punto arbitrario situado en la región $r < R$, y r_P es la distancia desde el centro de la corteza al punto P.

Dentro de la corteza el potencial es constante y es igual al trabajo necesario por unidad de carga para transportar una carga de prueba desde el infinito hasta la corteza. No se requiere ningún trabajo adicional para llevar esta carga de prueba desde la corteza hasta cualquier punto del interior del volumen.

Potencial V generado por una esfera cargada uniformemente



Fuera de la esfera ($r \geq R$), la carga se comporta como si fuera puntual:

$$E_r = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}, \quad r \geq R$$

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r_P} E \cdot dl = -\int_{\infty}^{r_P} \frac{kQ}{r^2}\hat{r} \cdot dl = -\int_{\infty}^{r_P} \frac{kQ}{r^2}dr = -kQ\int_{\infty}^{r_P} r^{-2}dr = -kQ\left.\frac{r^{-1}}{-1}\right|_{\infty}^{r_P} = kQ\left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{kQ}{r_P}$$

Dentro de la esfera ($r \leq R$) determinaremos dV a partir de $dV = -E \cdot dl$:

$$E_r = \frac{kQ}{R^3}r, \quad r \leq R$$

$$dV = -E \cdot dl = -E\,\hat{r} \cdot dr = -E_r dr = -\frac{kQ}{R^3}r\,dr$$

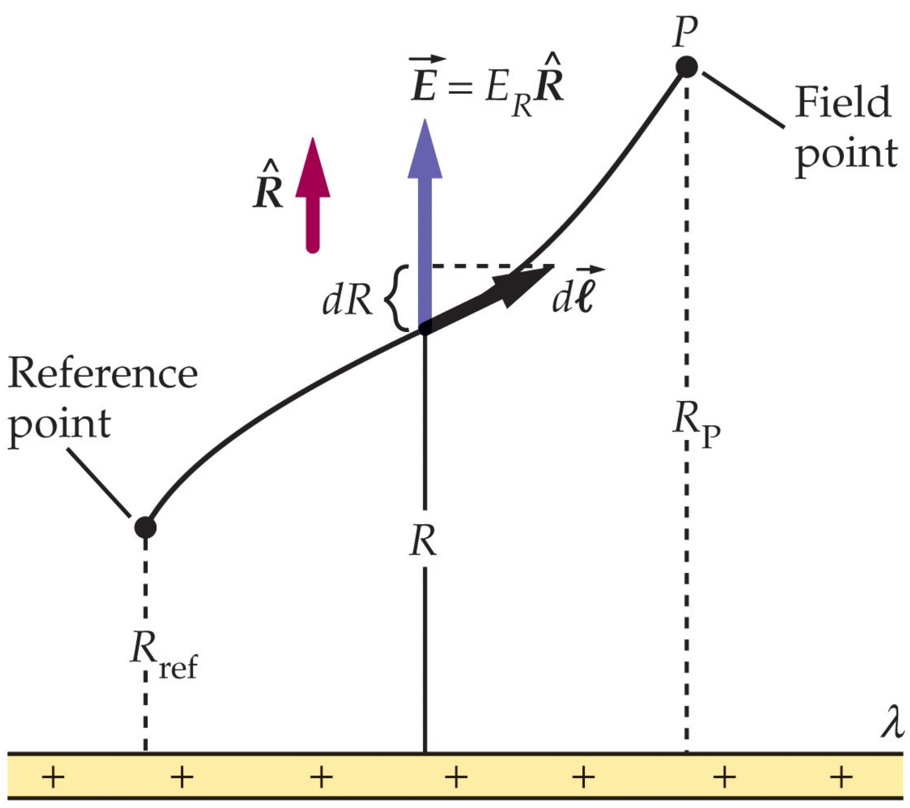
$$V_P = -\int_{\infty}^{r_P} E_r dr = -\int_{\infty}^{R} \frac{kQ}{r^2}dr - \int_{R}^{r_P} \frac{kQ}{R^3}r\,dr = \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{2R^3}\left(r_P^2 - R^2\right) = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r_P^2}{R^2}\right)$$

$$\boxed{V(r) = \frac{kQ}{r}, \quad r \geq R \qquad V(r) = \frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right), \quad r \leq R}$$

POTENCIAL DEBIDO A UNA ESFERA CARGADA UNIFORMEMENTE
(V=0 en r=∞)

Potencial *V* debido a una carga lineal infinita

Como en el caso del plano infinito, **esta distribución no está localizada en una región finita del espacio**, y por ello, no podemos calcular el potencial por integración de $dV=kdq/r$. Lo haremos calculando primero el campo eléctrico de una línea cargada infinita mediante la **ley de Gauss**:



$$dV = -\mathbf{E}\cdot dl = -E_R\,\hat{\mathbf{R}}\cdot dl = -E_R\,dR$$

$$E_R = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$V_P - V_{ref} = -\int_{R_{ref}}^{R_P} E_R\,dR = -2k\lambda\int_{R_{ref}}^{R_P}\frac{dR}{R} = -2k\lambda\,\ln\frac{R_P}{R_{ref}}$$

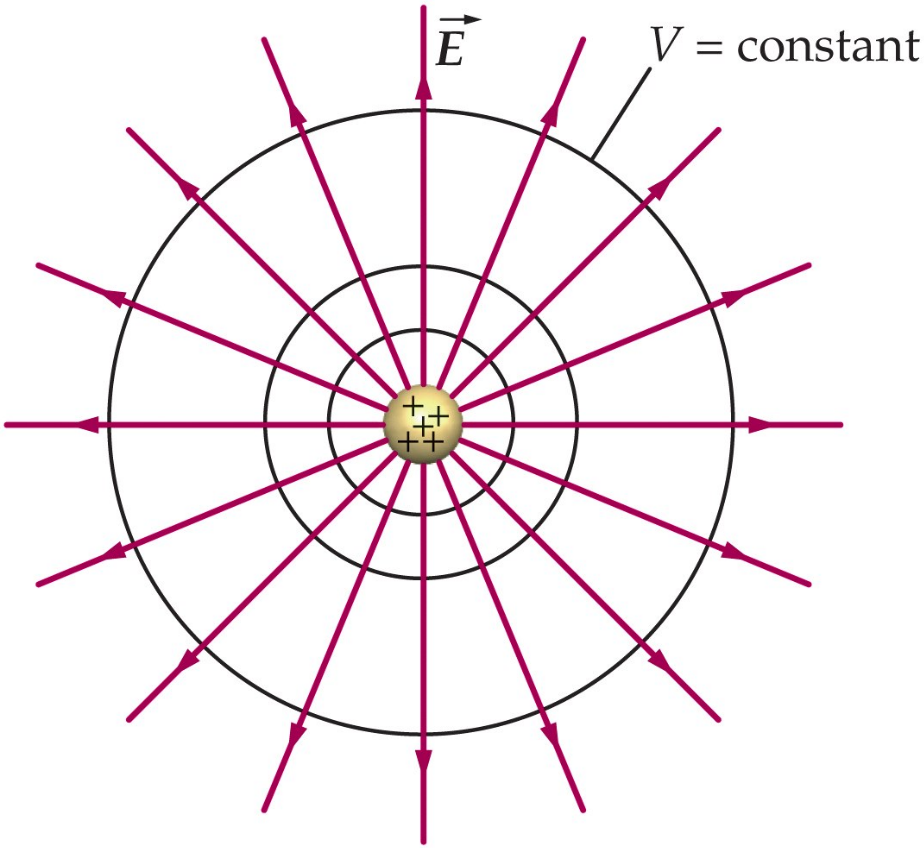
$$\boxed{V = -2k\lambda\ln\frac{R}{R_{ref}}}$$

POTENCIAL DEBIDO A UNA CARGA LINEAL
($V=0$ en $R=R_{ref}$)

Las distribuciones de carga correspondientes a líneas o planos infinitos no son reales pero sirven de modelos simples para casos que sí lo son. Un ejemplo es el potencial cerca de una línea de alta tensión en un ramo que sea suficientemente recto y que tenga 500 metros de largo.

23-5
Superficies equipotenciales

Superficie equipotenciales próximas a un conductor esférico



Las superficies equipotenciales son esféricas. Las líneas de campo son radiales y perpendiculares a las superficies equipotenciales.

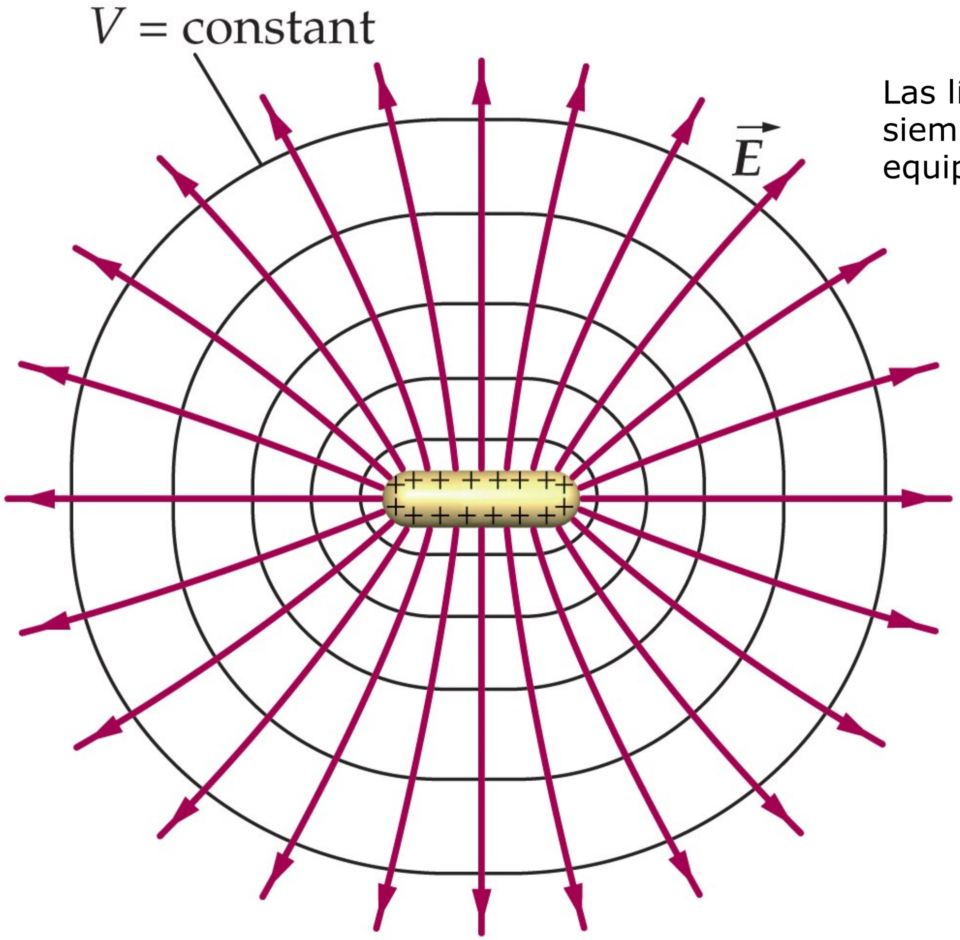
Puesto que no existe campo eléctrico dentro de un conductor ($\boldsymbol{E}$=0) que esté en equilibrio electroestático, la variación de potencial de un punto a otro en el interior del conductor es cero, $dV=-\boldsymbol{E}\cdot dl=0$.

El potencial eléctrico es, por lo tanto, el mismo en todo el conductor, es decir, éste ocupa un **volumen equipotencial** y su superficie es una **superficie equipotencial**.

Como el potencial es constante sobre la superficie, el cambio de V cuando una carga testigo experimenta un desplazamiento dl paralelo a la superficie es $dV=-\boldsymbol{E}\cdot dl=0 \Rightarrow$ si $E\cdot dl$ es cero, **E debe ser $\perp$ a todos los *dl* paralelos a ésta**.

Cualquier línea de campo eléctrico que atraviesa una superficie equipotencial deberá ser $\perp$ a ésta.

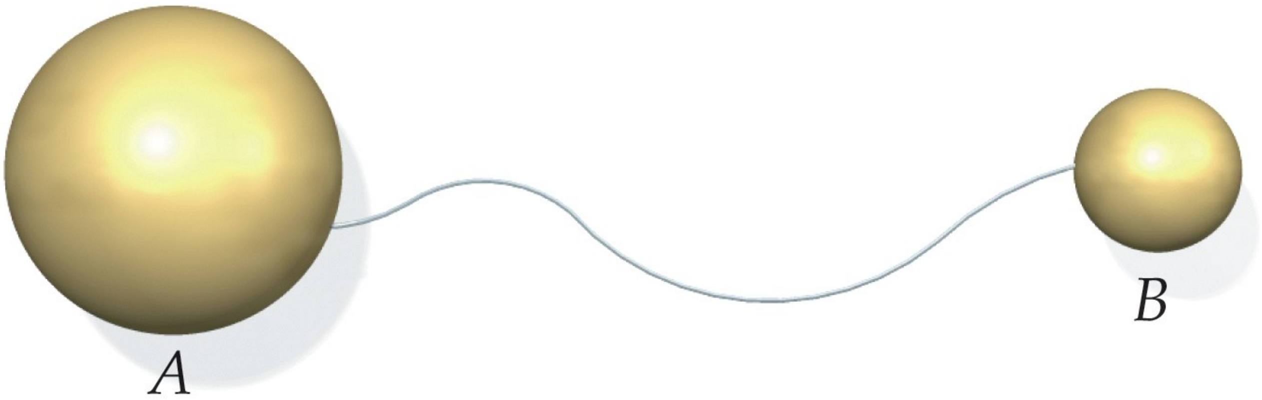
Superficie equipotenciales para un conductor no esférico



Las líneas de campo eléctrico son siempre ⊥ a las las superficies equipotenciales.

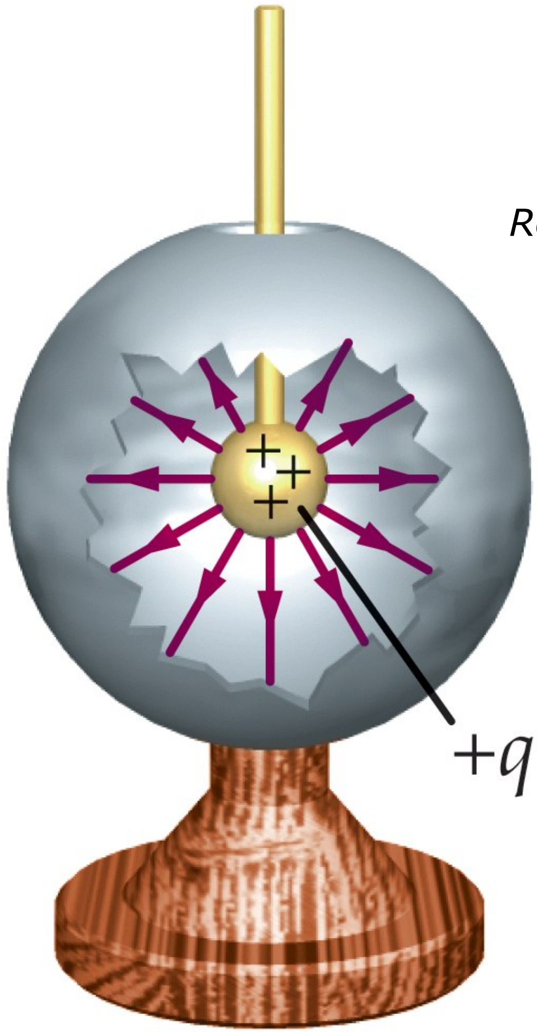
PROBLEMA 16

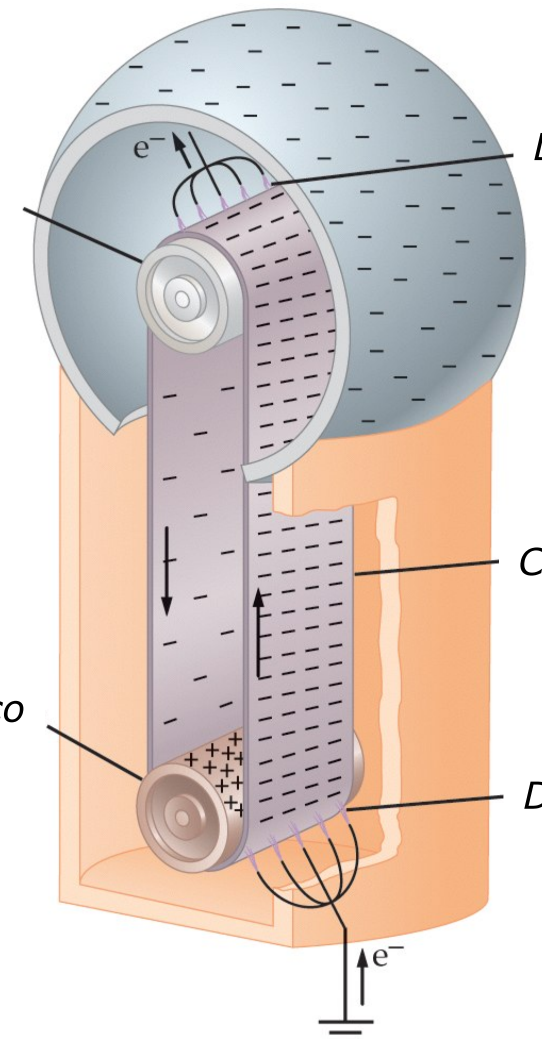
Dos esferas metálicas cargadas, *A* y *B*, se conectan mediante un alambre, siendo *A* mayor que *B*. El potencial eléctrico de la esfera *A* es (*a*) mayor que el correspondiente a la superficie de la esfera *B*; (*b*) menor que el correspondiente a la superficie de la esfera *B*; (*c*) el mismo que el correspondiente a la superficie de la esfera *B*; (*d*) mayor que, o menor que, el correspondiente a la superficie de la esfera *B*, según sean los radios de las esferas; (*e*) mayor que, o menor que, el correspondiente a la superficie de la esfera *B*, según sea la carga de las esferas.



Cuando las dos esferas se conectan entre si, la carga se redistribuye hasta que las dos esferas se encuentran en equilibrio electrostático. Por lo tanto, el sistema debe ser "equipotencial". La respusta (c) es la correcta.

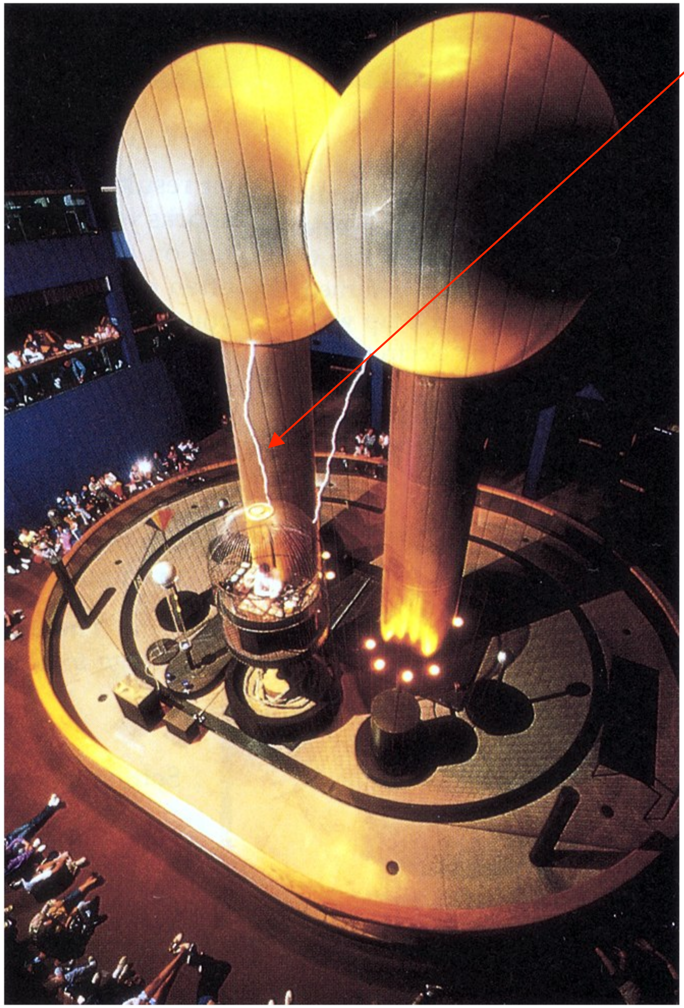
Generador electroestático de Van de Graaff





Método para producir grandes potenciales

Generador de Van de Graaff en el museo de ciencias de Boston



Ruptura dieléctrica (RD): cuando un material no conductor se ioniza en un campo eléctrico muy alto y se convierte en conductor. Este fenómeno tiene lugar cuando la intensidad del campo eléctrico es
$\mathbf{E_{max}=3}$ MN/C.

En el **aire**, los iones se aceleran hasta alcanzar energía cinética suficientes como para aumentar la concentración iónica debida a las colisiones con las moléculas circundantes $\Rightarrow$ **este fenomeno limita el potencial maximo del generator de Van de Graaff**.

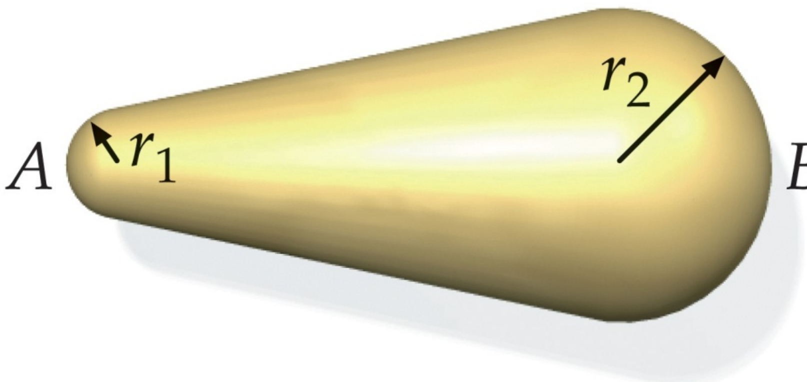
La intensidad del campo eléctrico para el cual tiene lugar la RD de un material se denomina **resistencia eléctrica.**

La descarga a través del aire resultante de la RD se denomina **descarga en arco**. El *relámpago* es un ejemplo de descarga en arco.

Blindaje electroestático (*jaula de Faraday*):
es un caja conductora inmersa en un campo eléctrico uniforme. El blindaje electrostático puede proteger una persona de una descarga eléctrica peligrosa.

Uno de los lugares más seguros para estar durante una tormenta eléctrica es el interior de un coche. Si un rayo cae en el automóvil, la carga tiende a permanecer en el armazón metálico del vehículo, y poco o ningún campo eléctrico se produce dentro del compartimiento de los pasajeros.

Conductor no esférico



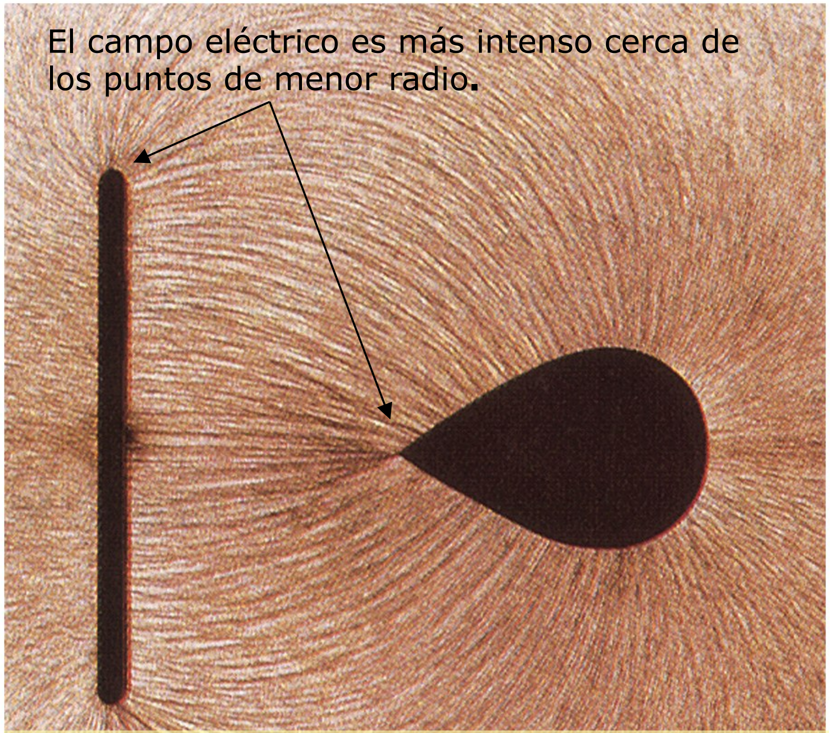
Al cargar eléctricamente un conductor no esférico, se producirá un campo eléctrico más intenso cerca del punto *A*, donde el radio de la curvatura es pequeño, que cerca del punto *B*, donde el radio de curvatura es grande.

Consideramos los extremos del conductor como si fueran esferas de radios distintos:

$$V = \frac{kQ}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R}$$

$$Q = A\sigma = 4\pi R^2\sigma$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{4\pi R^2\sigma}{R} = \frac{R\sigma}{\varepsilon_o} \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{V\varepsilon_o}{R}}$$



Si el conductor tiene puntas de radio de curvatura muy pequeño, la ruptura dieléctrica se producirá con potenciales relativamente bajos .

Como ambas esferas poseen el mismo *V*, la de menor radio tendrá mayor densidad superficial de carga σ. Y como $E=\sigma/\varepsilon_o$, el campo electrico es mayor en los puntos donde el radio de curvatura es minimo.