

Álgebra

Los números complejos

Gabriela Sansigre Vidal

Dpto Matemáticas del Área Industrial

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Contenidos

- Introducción
- Operaciones
 - Sumar y multiplicar
 - Conjugación y módulo
 - El inverso
 - El argumento
- Las potencias
 - La fórmula de De Moivre
 - La notación de Euler

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Introducción

- Queremos un conjunto en el que las ecuaciones de la forma

$$z^2 + \dots = 0$$

tengan siempre solución

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Introducción

- Queremos un conjunto en el que las ecuaciones de la forma

$$z^2 + \dots = 0$$

tengan siempre solución

- Además nos gustaría que ese conjunto contuviese \mathbb{R} como subconjunto ...

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Introducción

- Queremos un conjunto en el que las ecuaciones de la forma

$$z^2 + \dots = 0$$

tengan siempre solución

- Además nos gustaría que ese conjunto contuviese \mathbb{R} como subconjunto ...
- y que las operaciones que hacemos con los números reales sigan teniendo validez

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Introducción

- Queremos un conjunto en el que las ecuaciones de la forma

$$z^2 + \dots = 0$$

tengan siempre solución

- Además nos gustaría que ese conjunto contuviese \mathbb{R} como subconjunto ...
- y que las operaciones que hacemos con los números reales sigan teniendo validez
- como pasa con los números racionales y los números reales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?
- Si $a = 4$:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?
- Si $a = 4$:
 - en el conjunto \mathbb{N} de los números naturales tengo una solución, $z = 2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?
- Si $a = 4$:
 - en el conjunto \mathbb{N} de los números naturales tengo una solución, $z = 2$
 - en el conjunto \mathbb{Z} de los números enteros tengo dos soluciones, $z = 2$ y $z = -2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?
- Si $a = 4$:
 - en el conjunto \mathbb{N} de los números naturales tengo una solución, $z = 2$
 - en el conjunto \mathbb{Z} de los números enteros tengo dos soluciones, $z = 2$ y $z = -2$
- Si $a = 2$:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?
- Si $a = 4$:
 - en el conjunto \mathbb{N} de los números naturales tengo una solución, $z = 2$
 - en el conjunto \mathbb{Z} de los números enteros tengo dos soluciones, $z = 2$ y $z = -2$
- Si $a = 2$:
 - en el conjunto \mathbb{Q} de los números racionales no hay solución

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas

- Calcular las raíces cuadradas de un número a equivale a resolver la ecuación

$$z^2 = a$$

- A la hora de plantear este problema tenemos que reflexionar sobre:
 - ¿En qué conjunto está a ?
 - ¿Dónde busco la solución o soluciones?
- Si $a = 4$:
 - en el conjunto \mathbb{N} de los números naturales tengo una solución, $z = 2$
 - en el conjunto \mathbb{Z} de los números enteros tengo dos soluciones, $z = 2$ y $z = -2$
- Si $a = 2$:
 - en el conjunto \mathbb{Q} de los números racionales no hay solución

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,
 - a es nulo,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,
 - a es nulo,
 - a es negativo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,
 - a es nulo,
 - a es negativo
- Si a es positivo, sabemos que la ecuación

$$z^2 = a$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,
 - a es nulo,
 - a es negativo
- Si a es positivo, sabemos que la ecuación

$$z^2 = a$$

- tiene exactamente dos soluciones \sqrt{a} y $-\sqrt{a}$ que son las dos raíces cuadradas de a , la primera positiva y la segunda negativa

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,
 - a es nulo,
 - a es negativo
- Si a es positivo, sabemos que la ecuación

$$z^2 = a$$

- tiene exactamente dos soluciones \sqrt{a} y $-\sqrt{a}$ que son las dos raíces cuadradas de a , la primera positiva y la segunda negativa
- Si $a = 0$ la ecuación tiene solo la solución nula, decimos que la única raíz cuadrada de 0 es 0

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas en \mathbb{R}

- Si a es un número real, tenemos tres posibilidades:
 - a es positivo,
 - a es nulo,
 - a es negativo
- Si a es positivo, sabemos que la ecuación

$$z^2 = a$$

- tiene exactamente dos soluciones \sqrt{a} y $-\sqrt{a}$ que son las dos raíces cuadradas de a , la primera positiva y la segunda negativa
- Si $a = 0$ la ecuación tiene solo la solución nula, decimos que la única raíz cuadrada de 0 es 0

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas de números negativos

- Si a es un número real y negativo, podemos escribirlo así: $a = -|a|$, es decir:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas de números negativos

- Si a es un número real y negativo, podemos escribirlo así: $a = -|a|$, es decir:
- el producto de un número positivo por -1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas de números negativos

- Si a es un número real y negativo, podemos escribirlo así: $a = -|a|$, es decir:
- el producto de un número positivo por -1
- Construimos un conjunto en el cual $z^2 = -1$ tenga dos soluciones

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas de números negativos

- Si a es un número real y negativo, podemos escribirlo así: $a = -|a|$, es decir:
- el producto de un número positivo por -1
- Construimos un conjunto en el cual $z^2 = -1$ tenga dos soluciones
- esas dos soluciones se denotan i y $-i$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Raíces cuadradas de números negativos

- Si a es un número real y negativo, podemos escribirlo así: $a = -|a|$, es decir:
- el producto de un número positivo por -1
- Construimos un conjunto en el cual $z^2 = -1$ tenga dos soluciones
- esas dos soluciones se denotan i y $-i$.
- Así, en ese conjunto $z^2 = -9$ tiene dos soluciones que son $3i$ y $-3i$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria
- El número complejo $3 - 5i$ tiene por parte real 3 y por parte imaginaria -5 , lo escribimos así:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria
- El número complejo $3 - 5i$ tiene por parte real 3 y por parte imaginaria -5 , lo escribimos así:
- $\text{Re}(3 - 5i) = 3$, $\text{Im}(3 - 5i) = -5$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria
- El número complejo $3 - 5i$ tiene por parte real 3 y por parte imaginaria -5 , lo escribimos así:
- $\text{Re}(3 - 5i) = 3$, $\text{Im}(3 - 5i) = -5$
- Si la parte imaginaria es nula el número es real: 3 , -6 , $\sqrt{7}$, π

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria
- El número complejo $3 - 5i$ tiene por parte real 3 y por parte imaginaria -5 , lo escribimos así:
- $\text{Re}(3 - 5i) = 3$, $\text{Im}(3 - 5i) = -5$
- Si la parte imaginaria es nula el número es real: 3 , -6 , $\sqrt{7}$, π
- Si la parte real es nula el número se llama imaginario puro: $-2i$, 0 , $\sqrt{5}i$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria
- El número complejo $3 - 5i$ tiene por parte real 3 y por parte imaginaria -5 , lo escribimos así:
- $\text{Re}(3 - 5i) = 3$, $\text{Im}(3 - 5i) = -5$
- Si la parte imaginaria es nula el número es real: 3 , -6 , $\sqrt{7}$, π
- Si la parte real es nula el número se llama imaginario puro: $-2i$, 0 , $\sqrt{5}i$
- el único número real e imaginario puro a la vez es el cero.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El conjunto \mathbb{C}

- Definimos nuestro nuevo conjunto así:

$$\mathbb{C} := \{x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

- Los elementos de este conjunto se llaman **números complejos**
- i se llama unidad imaginaria, x es la parte real e y la parte imaginaria
- El número complejo $3 - 5i$ tiene por parte real 3 y por parte imaginaria -5 , lo escribimos así:
- $\text{Re}(3 - 5i) = 3$, $\text{Im}(3 - 5i) = -5$
- Si la parte imaginaria es nula el número es real: 3 , -6 , $\sqrt{7}$, π
- Si la parte real es nula el número se llama imaginario puro: $-2i$, 0 , $\sqrt{5}i$
- el único número real e imaginario puro a la vez es el cero.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Suma y producto

- Sean dos números complejos $z = a + bi$, $w = c + di$
- se define la **suma** como

$$z + w = (a + c) + (b + d)i$$

- y el **producto**

$$zw = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Los números complejos se suman agrupando partes reales e imaginarias y se multiplican teniendo presente que $i^2 = -1$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El plano complejo

- Un número complejo $z = x + yi$ puede representarse geoméricamente si se toma el eje de abscisas para la parte real y el eje ordenado para la imaginaria.
- Es decir, hay una identificación entre el número complejo $x + yi$ y el vector (x, y) de \mathbb{R}^2

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Practica con la suma y el producto

- $z = 3 - 2i$, $u = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}i$, $v = -12 - i$, $w = -1 + 3i$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Practica con la suma y el producto

- $z = 3 - 2i$, $u = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}i$, $v = -12 - i$, $w = -1 + 3i$
- $z - u =$ $z + w =$...

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Practica con la suma y el producto

- $z = 3 - 2i$, $u = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}i$, $v = -12 - i$, $w = -1 + 3i$
- $z - u =$ $z + w =$...
- $uv =$ $zw =$...

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Practica con la suma y el producto

- $z = 3 - 2i$, $u = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}i$, $v = -12 - i$, $w = -1 + 3i$
- $z - u =$ $z + w =$...
- $uv =$ $zw =$...
- $\operatorname{Re}(zv) =$ $\operatorname{Re}(uw) =$ $\operatorname{Im}(zu) =$ $\operatorname{Im}(zw - uv) =$...

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas
- El módulo del número $z = a + ib$ es $\sqrt{a^2 + b^2}$,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas
- El módulo del número $z = a + ib$ es $\sqrt{a^2 + b^2}$,
- se denota $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas
- El módulo del número $z = a + ib$ es $\sqrt{a^2 + b^2}$,
- se denota $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Se cumple:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas
- El módulo del número $z = a + ib$ es $\sqrt{a^2 + b^2}$,
- se denota $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Se cumple:
 - $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas
- El módulo del número $z = a + ib$ es $\sqrt{a^2 + b^2}$,
- se denota $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Se cumple:
 - $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$
 - $|z| = |\bar{z}|$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Conjugación y módulo

- El conjugado del número $z = a + ib$ es $a - ib$,
- se denota $\bar{z} = a - ib$
- Se cumple:
 - $\overline{\bar{z}} = z$
 - $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
 - $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$
- z y \bar{z} son simétricos respecto al eje de abscisas
- El módulo del número $z = a + ib$ es $\sqrt{a^2 + b^2}$,
- se denota $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Se cumple:
 - $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$
 - $|z| = |\bar{z}|$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso

- Sea $z = a + ib$ es un número complejo no nulo ($a \neq 0$ o $b \neq 0$),

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso

- Sea $z = a + ib$ es un número complejo no nulo ($a \neq 0$ o $b \neq 0$),
- busquemos su inverso respecto del producto; es decir, un $w \in \mathbb{C}$ tal que

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso

- Sea $z = a + ib$ es un número complejo no nulo ($a \neq 0$ o $b \neq 0$),
- buscamos su inverso respecto del producto; es decir, un $w \in \mathbb{C}$ tal que $zw = 1$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso

- Sea $z = a + ib$ es un número complejo no nulo ($a \neq 0$ o $b \neq 0$),
- buscamos su inverso respecto del producto; es decir, un $w \in \mathbb{C}$ tal que $zw = 1$.
- ¿Cómo encontrarlo?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso

- Sea $z = a + ib$ es un número complejo no nulo ($a \neq 0$ o $b \neq 0$),
- buscamos su inverso respecto del producto; es decir, un $w \in \mathbb{C}$ tal que $zw = 1$.
- ¿Cómo encontrarlo?
- En la igualdad $(a + bi)w = 1$ multiplicamos por el conjugado de z :

$$(a - bi)(a + bi)w = 1 = a - bi,$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso

- Sea $z = a + ib$ es un número complejo no nulo ($a \neq 0$ o $b \neq 0$),
- buscamos su inverso respecto del producto; es decir, un $w \in \mathbb{C}$ tal que $zw = 1$.
- ¿Cómo encontrarlo?
- En la igualdad $(a + bi)w = 1$ multiplicamos por el conjugado de z :

$$(a - bi)(a + bi)w = 1 = a - bi,$$

- y despejamos:

$$w = \frac{1}{a^2 + b^2}(a - bi)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso (2)

- Igual que para los números reales utilizaremos cualquiera de las dos expresiones siguientes para el inverso de z :

$$w = \frac{1}{z} = z^{-1}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso (2)

- Igual que para los números reales utilizaremos cualquiera de las dos expresiones siguientes para el inverso de z :

$$w = \frac{1}{z} = z^{-1}$$

- Una forma compacta de expresar z^{-1} es

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

El inverso (2)

- Igual que para los números reales utilizaremos cualquiera de las dos expresiones siguientes para el inverso de z :

$$w = \frac{1}{z} = z^{-1}$$

- Una forma compacta de expresar z^{-1} es

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

- Observamos que

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento de un complejo

- Dado $z = x + yi \neq 0$, se pueden encontrar valores de $\theta \in \mathbb{R}$ tales que

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; \quad \text{sen } \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento de un complejo

- Dado $z = x + yi \neq 0$, se pueden encontrar valores de $\theta \in \mathbb{R}$ tales que

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; \quad \text{sen } \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

- Por ejemplo, si $z = 1 + i$,

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \text{sen } \theta$$

una solución posible es $\theta = \pi/4$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento de un complejo

- Dado $z = x + yi \neq 0$, se pueden encontrar valores de $\theta \in \mathbb{R}$ tales que

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; \quad \text{sen } \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

- Por ejemplo, si $z = 1 + i$,

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \text{sen } \theta$$

una solución posible es $\theta = \pi/4$.

- Entonces

$$1 + i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \text{sen } \frac{\pi}{4} \right)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.
- El que está en el intervalo $[0, 2\pi)$ se llama **ángulo polar**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.
- El que está en el intervalo $[0, 2\pi)$ se llama **ángulo polar**.
- Geométricamente, el ángulo polar de z corresponde al ángulo, medido en sentido contrario a las agujas del reloj, que forma con el eje de abscisas el vector que representa a z .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.
- El que está en el intervalo $[0, 2\pi)$ se llama **ángulo polar**.
- Geométricamente, el ángulo polar de z corresponde al ángulo, medido en sentido contrario a las agujas del reloj, que forma con el eje de abscisas el vector que representa a z .
- La expresión $z = |z|(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$ se llama *forma trigonométrica* de z .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.
- El que está en el intervalo $[0, 2\pi)$ se llama **ángulo polar**.
- Geométricamente, el ángulo polar de z corresponde al ángulo, medido en sentido contrario a las agujas del reloj, que forma con el eje de abscisas el vector que representa a z .
- La expresión $z = |z|(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$ se llama *forma trigonométrica* de z .
- Si θ es un valor del argumento de un número complejo z , entonces

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.
- El que está en el intervalo $[0, 2\pi)$ se llama **ángulo polar**.
- Geométricamente, el ángulo polar de z corresponde al ángulo, medido en sentido contrario a las agujas del reloj, que forma con el eje de abscisas el vector que representa a z .
- La expresión $z = |z|(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$ se llama *forma trigonométrica* de z .
- Si θ es un valor del argumento de un número complejo z , entonces
 - $-\theta$ es un valor del argumento de \bar{z} .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Argumento principal y ángulo polar

- Hay muchas elecciones de θ ya que las funciones seno y coseno son periódicas de período 2π .
- Cada uno de esos valores se llama **argumento** del número complejo
- El **argumento principal** de z es el único que pertenece al intervalo $(-\pi, \pi]$.
- El que está en el intervalo $[0, 2\pi)$ se llama **ángulo polar**.
- Geométricamente, el ángulo polar de z corresponde al ángulo, medido en sentido contrario a las agujas del reloj, que forma con el eje de abscisas el vector que representa a z .
- La expresión $z = |z|(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$ se llama *forma trigonométrica* de z .
- Si θ es un valor del argumento de un número complejo z , entonces
 - $-\theta$ es un valor del argumento de \bar{z} .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Practica con el argumento

- Calcula el argumento principal y el ángulo polar de

- $z_1 = 1 - i, \quad z_2 = -i \quad z_3 = 6 + \sqrt{3}i,$

- $z_4 = 1 - \sqrt{3}i, \quad z_5 = -3 - 3i, \quad z_6 = -\sqrt{3} + 3i$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Las potencias

- Las conocidas fórmulas

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta,$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \cos \alpha \operatorname{sen} \beta$$

tienen la siguiente consecuencia:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Las potencias

- Las conocidas fórmulas

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta,$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \cos \alpha \operatorname{sen} \beta$$

tienen la siguiente consecuencia:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Las potencias

- Las conocidas fórmulas

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta,$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \cos \alpha \operatorname{sen} \beta$$

tienen la siguiente consecuencia:

- Dados z y w en forma trigonométrica

$$z = |z|(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta), \quad |w|(\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi)$$

su producto es

$$zw = |z||w|(\cos(\theta + \varphi) + i \operatorname{sen}(\theta + \varphi)).$$

Es decir, que **el argumento del producto es la suma de los argumentos**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Las potencias

- Las conocidas fórmulas

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta,$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \cos \alpha \operatorname{sen} \beta$$

tienen la siguiente consecuencia:

- Dados z y w en forma trigonométrica

$$z = |z|(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta), \quad |w|(\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi)$$

su producto es

$$zw = |z||w|(\cos(\theta + \varphi) + i \operatorname{sen}(\theta + \varphi)).$$

Es decir, que **el argumento del producto es la suma de los argumentos**

- En particular,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Fórmula de De Moivre. Notación de Euler

- $\theta \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$, se tiene que

$$(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)^n = \cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta.$$

(Donde para n negativo se entiende potencia $-n$ del inverso).

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Fórmula de De Moivre. Notación de Euler

- $\theta \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$, se tiene que

$$(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)^n = \cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta.$$

(Donde para n negativo se entiende potencia $-n$ del inverso).

- Adoptamos la notación

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad e^{i\theta} := \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Fórmula de De Moivre. Notación de Euler

- $\theta \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$, se tiene que

$$(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)^n = \cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta.$$

(Donde para n negativo se entiende potencia $-n$ del inverso).

- Adoptamos la notación

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad e^{i\theta} := \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$$

- Que simplifica la expresión de las potencias

$$(re^{i\theta})^n = r^n e^{in\theta}.$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Practica con las potencias

- Calcula el argumento principal de

$$w_1 = -i, w_2 = -1 + \sqrt{3}i$$

- Calcula el módulo y el ángulo polar

$$w_3 = (1 + i)^8, w_4 = (1 + \sqrt{3}i)^2$$

- Resuelve la ecuación $z^2 = 1 + i$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Y para terminar...

- Apunta tus resultados de los ejercicios propuestos:

$$z + w = \dots, \quad \text{Im}(zu) = \dots,$$

- El argumento principal de z_4 es ...
- Repasa el apéndice de números complejos de los apuntes (página 204)
- Haz los ejercicios 1, 2 3 y 4 de la página 214.
- Algunos de estos resultados tendrás que escribirlos en un cuestionario de Moodle que se abrirá el día 22 por la tarde.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70