FUNDAMENTOS DE FÍSICA II
PRIMER CURSO DEL GRADO EN FÍSICA.
CURSO 2016/17

Tema 1: CAMPO ELÉCTRICO

1. Imaginen un tubo hueco horizontal de longitud L, con cargas positivas $+Q_1$ y $+Q_2$ en los extremos. Una bolita cuyo diámetro es igual al del tubo y con carga $+Q$, puede moverse sin rozamiento por el interior del tubo.
   a) Hallen la posición de equilibrio de la bolita.
   b) ¿Es el equilibrio estable? ¿Por qué?
   c) ¿Sería estable el equilibrio si no existiese el tubo?
   d) Si la carga de la bolita fuera negativa, ¿sería posible encontrar una posición de equilibrio?

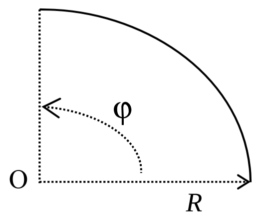
   Solución: a) $\dfrac{\sqrt{Q_1}}{\sqrt{Q_1}+\sqrt{Q_2}}L$ ¸ b) Si; c) No; d) Si, pero sería un equilibrio inestable.

2. Una carga puntual positiva $q_1 = 10^{-9}$ C está situada en el origen de coordenadas y otra carga puntual negativa $q_2 = 2x10^{-8}$ C, está situada sobre el eje de ordenadas a 1 m del origen. Determinen:
   a) La intensidad de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas mencionadas, en el punto A de coordenadas (2, 0,0) m.
   b) Las componentes del campo total existente en A.

   Solución: a) $\left|\vec{E}_1\right| = 2.25 N/C$, $\left|\vec{E}_2\right| = 36 N/C$; b) $(-29.94\,\vec{i} + 16.1\,\vec{j}) N/C$

3. Una barra de longitud L tiene una densidad de carga positiva y uniforme, λ y una carga total Q. Calculen el campo eléctrico en un punto P situado fuera de la barra y sobre su eje a una distancia d de un extremo.

   Solución: $\vec{E} = \dfrac{kQ}{d(L+d)}\vec{i}$

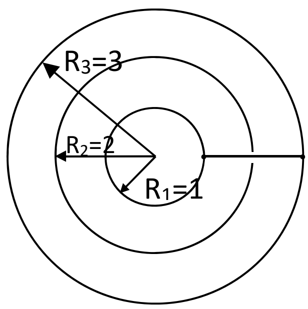


4. Calculen el campo eléctrico creado por el conductor de la figura en el punto O. La densidad lineal de carga es $\lambda = n\cdot\varphi$ (C/m). Datos: R=1 m, n=$5\cdot10^6$ unidades del sistema internacional.

   Solución: $\vec{E} = -\dfrac{Kn}{R}\left[\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)\vec{i} + \vec{j}\right]$

5. Cuatro cargas iguales de q =10 nC, se encuentran en los vértices de un cuadrado de lado L = 10 cm. Las cargas se van dejando en libertad una a una siguiendo el sentido de las agujas del reloj y de manera que se permita que cada carga alcance su velocidad límite a una gran distancia del cuadrado antes de liberar la siguiente.
   a) Determínese la energía potencial del sistema de cargas en su configuración inicial.
   b) Determínese la energía cinética final de la primera carga liberada.
   c) Determínese la energía cinética final de la segunda carga liberada.
   d) Determínese la energía cinética final de la tercera carga liberada.
   e) Determínese la energía cinética final de la cuarta carga liberada.
   f) Compárese la suma de todas las energías cinéticas anteriores con la energía potencial de la configuración inicial.

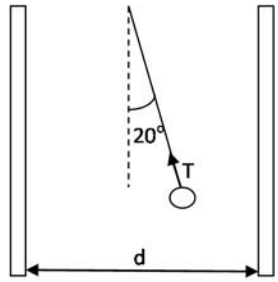
   Solución: a) $4,88.10^{-5}$ J; b) $2,44.10^{-5}$ J; c) $1,54.10^{-5}$ J; d) $9,10^{-6}$ J; e) 0 J; f) $4,88.10^{-5}$ J



6. En la figura se muestra un dispositivo formado por tres cortezas esféricas concéntricas inicialmente descargadas. Los radios son 1, 2 y 3 cm. Al conductor intermedio se le practica un pequeño orificio a través del cual pasa un hilo metálico que conecta el conductor interno con el externo. Si al conductor intermedio se le coloca una carga Q = 4 μC, calculen:
   a) Potencial eléctrico en cada una de las esferas.
   b) Carga inducida en el conductor de radio R_1.

   Solución: a) $V(R_3) = V(R_1) = 12.10^5$ V y $V(R_2) = 16,5.10^5$ V; b) q=-1 μC

7. (*) Examen (2011-12): Dos placas paralelas separadas una distancia d = 5 cm están uniformemente cargadas con cargas iguales y de signo opuesto. Colgando de un hilo muy fino en el centro entre las placas se coloca un objeto pequeño de masa m = 15 g y con carga Q = 17 nC. Si el hilo que sostiene el objeto forma un ángulo de 20º con la vertical, calcular:



a) densidad superficial de carga en las placas,
b) diferencia de potencial entre las placas y
c) tensión T del hilo.

Solución: a) σ=28 μC/m^2, b) V= 157.5 KV, c) T= 0.156 N

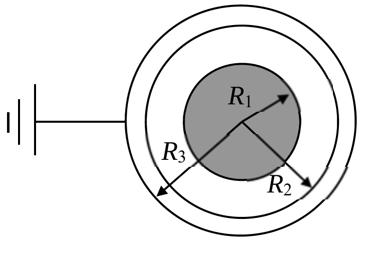
8. (*) Examen (2011-12) : Una esfera maciza conductora, de radio R_1 = 9 cm, se carga mediante una batería de fem ξ= 100V.

a) ¿Qué carga adquiere la esfera y como se reparte esa carga? ¿Cuál es la densidad de carga?
b) La esfera anterior se introduce dentro de una esfera metálica hueca descargada, de radio interior R_2 = 18 cm y radio exterior R_3 = 27 cm. ¿Hay carga en alguna parte de la esfera hueca? Si es así ¿Cuál es su valor? ¿Cuál es la densidad de carga?
c) Se conecta a tierra la esfera hueca (por su parte externa). ¿Hay carga en alguna parte de la esfera hueca? Si es así ¿Cuál es su valor? ¿Cuál es la densidad de carga?
d) Se desconecta la esfera hueca de tierra y se extrae la esfera maciza de su interior. ¿Hay carga en alguna parte de la esfera hueca? Si es así ¿Cuál es su valor? ¿Cuál es la densidad de carga?

Solución: a) Q=1nC, uniforme en la superficie de la esfera de radio R_1, σ=9,82 nC/m^2, b) Q=-1nC en la superficie interior con σ=- 2,46 nC/m^2 y Q=1nC en la superficie exterior con σ=1,09 nC/m^2, c) Q=-1nC en la superficie interior con σ=- 2,46 nC/m^2, d) Q=-1nC en la superficie exterior con σ=- 1,09 nC/m^2

9. Se tiene una corteza esférica metálica descargada de radios R_2 = 10 cm y R_3 = 12 cm, unida a tierra. En su interior se introduce una esfera metálica cargada con 10^{-6} C y de radio R_1= 6 cm.

a) Calcúlese el campo en cualquier punto del espacio.
b) Calcúlese el potencial en todos los puntos del espacio.
c) Represéntese gráficamente ambas funciones.



Solución: a) $\vec{E}$ =0 en r<R_1, R_2<r< R_3 y r≥R_3; $\vec{E}(r) = k\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$ en R_1≤r≤R_2; b) ($R_2 \le r < R_3$ y $r \ge R_3$): V=0; (R_1≤r<R_2): $V(r) = k\frac{Q}{r} - k\frac{Q}{R_2}$; (r<R_1) V(r) = 6.10^4 V

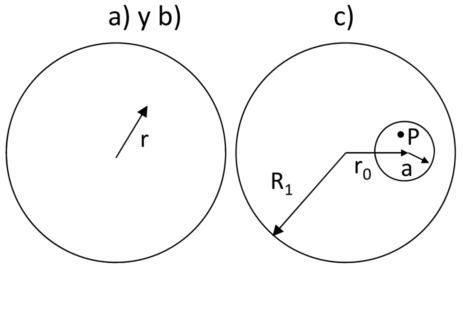
10. Examen (Jun. 2010-11): Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 V en su superficie. A una distancia radial de 20 cm de esta superficie, el potencial es 150 V.

a) Suponiendo que la esfera es conductora, ¿cuánto valen el radio de la esfera, la carga y el potencial en su centro y la carga total de la esfera?
b) Si la esfera fuese dieléctrica, de permitividad la del vacío, y con la misma carga pero distribuida uniformemente en su interior ¿cuánto vale su radio y el potencial en su centro?

Solución: a) R = 0.1 m, Q_{centro}=0, Q_{total} =Q_{superf}= 5 nC, $V_{centro=}$ 450 V; b) R = 0.1 m, V= 675 V

11. Calculen el campo eléctrico creado por un cilindro infinito de radio R_1, cargado con una densidad de volumen ρ, a las distancias:

a) r > R_1
b) r < R_1
c) Conocido el resultado anterior, con los datos que aparecen en la figura, calculen el campo en cualquier punto P del interior de una cavidad cilíndrica infinita de radio *a* practicada en el cilindro anterior a una distancia r_0 del centro de este último.



Solución: a) $\frac{\rho R_1^2}{2r\varepsilon_0}$, b) $\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$; c) $\frac{\rho r_0}{2\varepsilon_0}$

12. (*) Examen (2012-13): Considerar una lámina infinita de espesor 2*d* que tiene una carga positiva ρ por unidad de volumen.

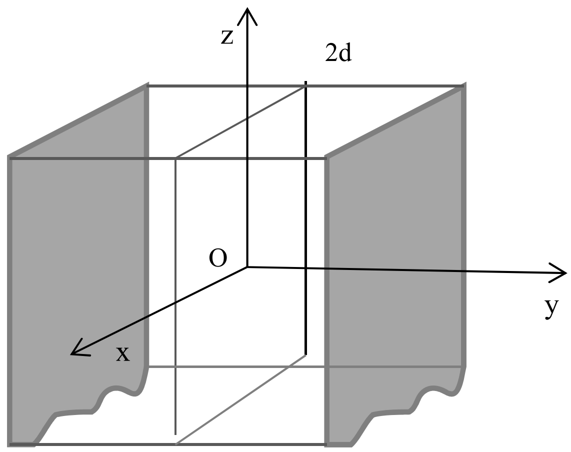
a) Calcular el campo eléctrico *E* en las diferentes regiones del espacio dentro y fuera de la lámina.

b) Calcular el potencial en todas las regiones.

c) Dibujar de una forma cualitativa, en función de la distancia, *y*, al plano central de la placa, el campo eléctrico, el potencial.

d) Una partícula de masa *m* y carga *q'* (*q'* > 0) se encuentra a una distancia *l* (*l* > *d*) del plano central de dicha lámina. ¿Qué velocidad debemos imprimir a la partícula para que sea capaz de llegar hasta la superficie de la lámina?

Nota: Tome origen de potenciales en el plano central de la lámina.



Solución: a) (dentro de la lámina): $\frac{\rho}{\varepsilon_0} y \quad (\vec{j})$

(fuera de la lámina): $\frac{\rho}{\varepsilon_0} d \quad (\vec{j})$,

b) (dentro de la lámina): $-\frac{\rho}{2\varepsilon_0} y^2$

(fuera de la lámina): $-\frac{\rho d}{\varepsilon_0} y + \frac{\rho d^2}{2\varepsilon_0}$,

d) $\left[\frac{2\rho d}{m\ \varepsilon_0} q'(l-d)\right]^{1/2}$

13. (*) En un espacio vacío de 1 m^3, entre las placas de un condensador plano paralelo, deseamos tener acumulada una energía potencial electrostática de 20 J.

a) ¿Qué campo eléctrico será necesario crear?

b) ¿Qué campo eléctrico será necesario crear para tener en el mismo volumen una densidad de energía doble de la anterior?

Solución: a) $2.10.10^6$ V/m; b) 3.10^6 V/m

14. Un condensador plano tiene sus armaduras de 500 cm^2 separadas 5 mm, entre ellas se establece una diferencia de potenciales V_0= 2000V. Al intercalar una lámina dieléctrica la diferencia de potencial es solamente *V*= 1000V. Se pide:

a) Capacidad del condensador después de introducir el dieléctrico y su permitividad relativa.

b) La carga q_i inducida sobre cada cara del dieléctrico y el campo eléctrico entre las láminas del condensador.

Solución: a) C=177 pF, χ=2; b) q_i=$8.85.10^{-8}$ C, E= 2.10^5 V/m

15. (*) Un condensador está formado por dos discos metálicos plano paralelos de *r* =20 cm de radio, colocados en el vacío a *d* = 2 mm de distancia.

a) Si se carga el condensador a *V* = 3600 V, calculen el campo eléctrico entre las armaduras, la carga de cada disco y la energía total del condensador.

b) Después de cargado se conecta con hilos conductores uno de los discos con otra armadura de un condensador descargado de igual capacidad y el otro disco con la otra armadura del mismo. ¿Cuánto vale la nueva diferencia de potencial *V′* entre las armaduras y cuál es la energía del conjunto de los dos condensadores?

Solución: a) $E = 1.8.10^6$ V/m, q=$\pm$2 μC, $U = 3.6.10^{-3}$ J; b) $V' = 1800$ V, $U' = 1.8.10^{-3}$ J

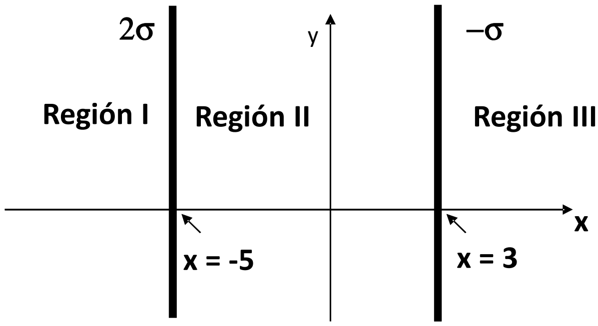
16. (*) Un condensador plano formado por dos placas de superficie *S* separadas por una distancia *d* se carga con una carga Q_o conectándolo a una batería de V_o voltios. A continuación se desconecta de la batería quedando, por lo tanto, aislado.

a) Manteniendo el condensador aislado, se introduce ahora entre las placas del condensador y paralela a las mismas una plaquita metálica de espesor *d' (d'< d).* Calcúlese en estas condiciones la carga *Q* de las placas y la diferencia de potencial *V* entre las mismas.

b) Repita la operación anterior pero introduciendo ahora una plaquita de dieléctrico de permitividad relativa ε_r y de iguales características. ¿Cuál serán ahora los valores de *Q* y *V*?

Solución: a) $V = V_0\left(1-\frac{d'}{d}\right)$; b) $V = \frac{V_0}{d}\left(d - d'\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right)$

17. Se tienen dos distribuciones planas e indefinidas de carga, la primera densidad superficial 2σ, situada en el plano *x* = -5, y la segunda densidad superficial $-\sigma$, situada en l plano *x* = +3. Calcular:



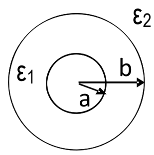
a) El campo eléctrico en las tres regiones que se definen así: I (x < -5), II (-5< x< 3) y III (x >3).

b) La diferencia de potencial entre los puntos A (-7, 9, 0) y B (8, -6, 0).

c) La energía electrostática almacenada dentro de una esfera de radio 2, centrada en el punto (-1, -4, 0).

Solución: a) $\vec{E}_I = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$, $\vec{E}_{II} = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$, $\vec{E}_{III} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$; b) $\frac{27}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$; c) $\frac{12\pi\sigma^2}{\varepsilon_0}$

18. Una esfera hueca con carga q y radio *a* está recubierta con una capa dieléctrica esférica de radio exterior *b* y permitividad ε_1. El conjunto está inmerso en un medio de extensión infinita de permitividad ε_2, tal y como se muestra en la figura. Si los dos medios dieléctricos son simples (homogéneos, lineales e isótropos), calcular



a) Los vectores campo $\vec{D}$, $\vec{E}$ y $\vec{P}$ en todo punto del espacio

b) Las densidades superficiales de carga de polarización y real en r = a, r = b y r = 2b

c) Las cargas totales de polarización de ambas regiones dieléctricas

Solución: a) $\vec{D}(r) = \frac{q}{4\pi r^2}\vec{u}_r$ en r>a; $\vec{D}=0$ en r<a; $\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}\vec{u}_r$ en r>b; $\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r^2}\vec{u}_r$ en a<r<b; $\vec{E}=0$ en r<a;

$\vec{P}(r) = \frac{\varepsilon_2-\varepsilon_o}{\varepsilon_2}\frac{q}{4\pi r^2}\vec{u}_r$ en r>b; $\vec{P}(r) = \frac{\varepsilon_1-\varepsilon_o}{\varepsilon_1}\frac{q}{4\pi r^2}\vec{u}_r$ en a<r<b; $\vec{P}=0$ en r<a.

b) $\sigma_P = -\frac{q}{4\pi a^2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\right)$ en r=a ; $\sigma_P = \frac{q}{4\pi b^2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\right) - \frac{q}{4\pi b^2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_{r2}}\right)$ en r=b; $\sigma_P = 0$ en r=2b; $\sigma_r = \frac{q}{4\pi a^2}$ en r=a;

$\sigma_r = 0$ en r=b y r=2b;

c) $q_{total,\varepsilon1}$=0 y $q_{total,\varepsilon2}$=0 (no se puede crear carga, el dieléctrico sigue siendo neutro: en el ∞ existe $+q_i = q\left(1-\frac{1}{\varepsilon_{r2}}\right)$).

19. (*) Examen (2013-14): Un condensador de placas cuadradas paralelas de área 100 cm^2 y separación entre placas *d* = 5 cm, está cargado con *Q* = 8.9x10^{-7} C. Al colocar un material dieléctrico que llena el espacio entre las placas, la intensidad del campo eléctrico en su interior es de 1.4x10^6 V/m. Calcular:

a) La permitividad eléctrica relativa del material.

b) La densidad superficial de carga inducida en cada una de las caras del material dieléctrico.

c) El campo eléctrico creado por las cargas inducidas en el dieléctrico.

d) La energía eléctrica almacenada en el condensador.

Solución: a) 7.14; b) 7.61. 10^{-5} C/m^2; c) 8.6. 10^6 V/m; d) 3.1. 10^{-2} J

20. (*) Un campo eléctrico en el vacío tiene simetría esférica y su valor (componente radial), en unidades SI, viene dado por:

$$E_r = \frac{10^{-6}}{\varepsilon_0}\left(r - \frac{r^2}{a}\right) \qquad \text{para } r \le a$$

$$E_r = 0 \qquad \text{para } r \ge a$$

Donde a =1 m. Se pide:

a) La carga total encerrada en el interior de la esfera conductora de radio a con centro en el origen. ¿Cómo explica el resultado?

b) El potencial en el origen de coordenadas si la superficie esférica de radio a está a potencial nulo.

c) La energía eléctrica almacenada en el interior de la esfera de radio a.

Solución: a) q_{enc}=0 C; b) $18.8.10^{+3}$ V; c) $6.7.10^{-3}$ J

21. (*) Una esfera maciza de radio R_1=10 cm tiene distribuida uniformemente en su volumen una carga Q = 10nC. Concéntrica con ella hay una superficie esférica de radio R_2=20 cm con una carga –Q también distribuida uniformemente sobre la superficie. El resto del espacio está vacío.

a) Calcular el campo electrostático en todas las regiones del espacio.

b) Calcular el potencial electrostático en todo punto del espacio.

c) Calcular la energía electrostática almacenada en el sistema.

d) ¿Cómo se modifica el valor del campo eléctrico en la región entre R_1 y R_2 si dicha región se llena completamente con un material dieléctrico de permitividad relativa ε_r=2?

Solución: a) ($r \ge R_2$): E = 0; ($R_1 < r < R_2$): E(r)= $90/r^{-2}$ N/C; ($r < R_1$): E(r) = 9.10^4 r N/C; b) ($r \ge R_2$): V(r) = 0 V; ($R_1 < r < R_2$): V(r) = (90/r -450) V; ($r < R_1$): V(r) = (900- $4,5.10^4 r^2$) V; c) 3.15 μJ; d) $1/\varepsilon_r$ veces el que había en el vacío.

22. Dos esferas conductoras muy pequeñas y de radios iguales se encuentran separadas 50 cm en un plano horizontal y tienen una carga total de 200 μC. Existe una fuerza atractiva entre ellas de 120 N. Calculen:

a) La carga de cada una de ellas.

b) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en el centro de la línea que une las dos cargas.

c) En un momento determinado se ponen en contacto las dos esferas, ¿cómo quedará distribuida la carga cuando vuelvan a separarse 50 cm?; ¿cuál será la fuerza entre ellas en esta última situación?

Solución: a) q_1= 215 μC, q_2= -15. μC; b) 33.10^6 V/m, $7,2.10^6$ V; c) q_1=q_2= 100 μC, 360 N

23. En cierta región del espacio, el potencial eléctrico viene dado por:

$$V = 5x - 3x^2y + 2\,yz^2 \text{ (en unidades SI).}$$

a) Calcule las expresiones de las componentes *x*, *y* y *z* del campo eléctrico en dicha región.

b) ¿Cuál es el módulo del campo en el punto P de coordenadas (1, 0, -2) m?

c) El punto P y el P', de coordenadas (2, 1, -3) m, están unidos por un conducto rígido, por el que se puede mover, sin rozamiento, una esfera pequeña de 2 g, que tiene una carga q desconocida. Cuando se abandona en reposo dicha esfera en el punto P, se observa que llega a P' con una velocidad de 5 m/s. ¿Cuál es el signo de la carga?, ¿y su valor? No considere el campo gravitatorio.

Solución: a) $(6xy-5)\vec{i} + (3x^2 - 2z^2)\vec{j} - 4yz\vec{k}$; b) $5\sqrt{2}$ N/C; c) $-2.27.10^{-3}$ C

24. (i) La intensidad de corriente en un hilo varía con el tiempo, según la relación:

$$I(t) = 3t^2 + 2$$

Donde I se mide en amperios y t en segundos.

a) ¿Cuántos culombios pasan por una sección transversal del hilo en el intervalo comprendido entre 1 y 5 segundos?

b) ¿Cuál es la intensidad media durante el mismo intervalo de tiempo?

Solución: a) 132 C; b) 33 A

(ii) (Cuestión Examen (2012-13): Un alambre de cobre de 10 m de largo y de radio 0.81 mm (sección $2.1.10^{-6}$ m^2) posee $1.78.10^{24}$ portadores de carga (un electrón por cada átomo). En una instalación eléctrica doméstica con este tipo de cable se recomienda una corriente máxima de 15 A. Calcular:

a) la velocidad de desplazamiento de los portadores en este caso; b) la densidad de corriente en el alambre.

Solución: a) $5.3.\ 10^{-4}$ m/s; b) $7.1.\ 10^6$ A/m^2

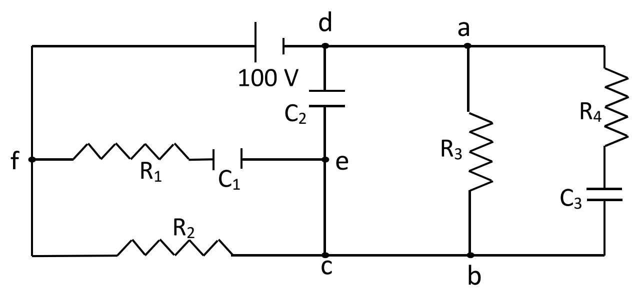
25. Realizamos un montaje que comprende: una batería, una resistencia y un amperímetro; entre los bornes de la batería conectamos un voltímetro. Para distintos valores de la resistencia, hacemos las siguientes lecturas para la corriente y para la diferencia de potencial entre bornes de la batería:

Amperímetro (A)	4.70	3.50	2.15	1.45	0
Voltímetro (V)	15.30	16.45	17.85	18.60	20

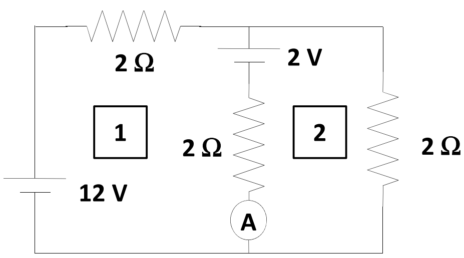
a) Construyan y estudien la curva que representa la diferencia de potencial en función de la intensidad.
b) Deduzcan la f.e.m de la batería.
c) Calculen la resistencia interna de la batería.
d) Montamos la anterior batería en serie con un motor, un amperímetro de resistencia despreciable y una resistencia *R*= 5 Ω, que sumergimos en un calorímetro. Si impedimos que el motor gire (es decir, que desarrolle una fuerza contraelectromotriz), observamos que en 5 minutos la resistencia desprende 1440 cal; mientras que si permitimos que el motor gire sólo se desprenden 90 cal en el mismo tiempo. Calculen la f.c.e.m del motor.
Solución: b) 20 V; c) 1 Ω; d) 15 V

26. (*) Una pila de de f.e.m *ξ* y resistencia interna r_i, se conecta a esta una resistencia variable exterior *R*.
a) Obtengan la potencia disipada por *R* en función de su valor.
b) ¿Para qué valor de *R* se transferirá a ella la máxima potencia? (“ajuste de impedancia”)

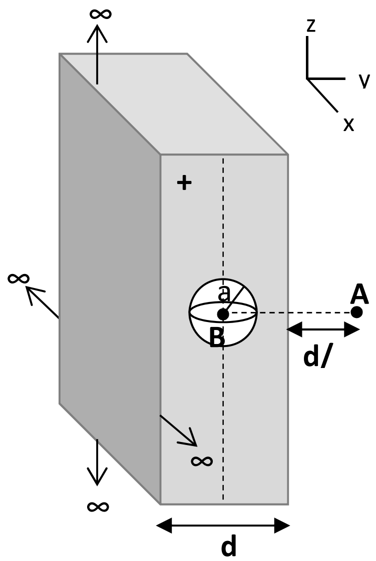
Solución: a) $P = \left(\frac{\varepsilon}{r_i + R}\right)^2 R$; b) R= r_i



27. Dado el esquema de la figura, calculen la carga de cada uno de los condensadores, en el estado estacionario.
Datos: R_1=40 Ω; R_2=30 Ω; R_3= 20 Ω; R_4=10 Ω;
C_1=3 μF; C_2=2 μF; C_3=1.5 μF.
Solución: Q_1 = 180 μC; Q_2 = 80 μC, Q_3 = 60 μC



28. Examen (Sep. 1996-97): Dado el circuito de la figura, tanto las baterías como el amperímetro tienen resistencias internas despreciables.
a) Determine la corriente que pasa por el amperímetro y la que sale de la batería de 12 V
b) Calcule la energía suministrada por la batería de 12 *V* en 3 *s*.
c) Encuentre el calor total disipado en dicho tiempo.
d) Explicar la diferencia en las respuestas de las partes b) y c).
Solución: a) I_A =4/3 A, I_{bat} =11/3 A; b) 132 J; c) 124 J; d) la diferencia es 8 J que es la energía empleada en cargar la batería de 2 V durante 3 s.



29. Examen (Parcial. 2015-16): En el centro de una placa no conductora de espesor d y de extensión infinita en las otras direcciones, existe un hueco esférico de radio a. Sobre la placa, excepto en el hueco esférico, se distribuye uniformemente una carga eléctrica con densidad ρ (C/m3).
Determinar:
a) la intensidad de campo eléctrico en el punto A situado a una distancia d/2 del borde de la placa; y
b) la intensidad de campo eléctrico en el centro B de la esfera.

Solución: a) $\vec{E}_{neto} = \vec{E}_{placa,\rho} + \vec{E}_{esfera,-\rho} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}\left(\frac{d}{2} - \frac{a^3}{3d^2}\right)\vec{u}_y$ *Vm*$^{-1}$;

b) $E_{esfera} = -\frac{\rho r}{3\varepsilon_o} = 0$

(*) Os animamos a resolver aquéllos problemas con asterisco que no se resuelvan en clase.