

ARITMÉTICA ENTERA

Sistemas de numeración

- 1) Halla la representación en las bases 2, 7 y 11 de los siguientes números expresados en base decimal: 137, 6243, 762, 1995.
- 2) Sabiendo que x_m significa que el número natural x está escrito en base m
 - a) Demuestra que $121_m = (m+1)_{10}^2$ para $m \geq 3$.
 - b) Expresa 169_m en base 10 para $m \geq 10$.
- 3) Halla la representación usual (en base 10) de 11011101_2 , 4165_7 , 1995_{11} , 1213_7 , 1213_5 .
- 4) Halla x en la expresión $331_x = 106_{11}$.

Aritmética entera

- 1) Usa el Algoritmo de Euclides para calcular $d = \text{mcd}(a, b)$, y encuentra x e y tales que $d = ax + by$.
 - a) $a = 1312$, $b = 800$
 - b) $a = 322$, $b = 406$.
- 2) Se dispone de un suministro ilimitado de agua, un gran cubo con un desagüe y dos garrafas que contienen 7 y 9 litros respectivamente, ¿cómo podría ponerse un litro de agua en el cubo?
- 3) Calcula las soluciones enteras de las siguientes ecuaciones diofánticas:
 - a) $28x + 36y = 44$.
 - b) $66x + 550y = 88$
 - c) $966x + 686y = 70$.
- 4) Determina los valores de $c \in \mathbb{Z}^+$, $10 < c < 20$, para los que la ecuación diofántica $84x + 990y = c$ tiene solución y determínala, en su caso.
- 5) Un turista tiene 1000 coronas checas y quiere cambiar ese dinero en una cantidad exacta de libras chipriotas y zlotys polacos. El cambio que le ofrece una cierta Oficina de Cambio es el siguiente: un zloty polaco = 13 coronas checas y una libra chipriota = 18 coronas checas. La oficina no proporciona fracciones de ninguna moneda, ¿de cuántas formas diferentes puede hacerlo? Describe una de dichas formas.
- 6) Un agente de Cambio y Bolsa tiene invertido dinero en acciones de Azucarera y Repsol. Las acciones de Azucarera se cotizan a 89 euros y las de Repsol a 614 euros cada una. Necesita hacer una transacción para disponer exactamente de 1000 euros en efectivo. ¿Puede hacerlo comprando acciones de Repsol y vendiendo acciones de Azucarera, solamente? En caso afirmativo, ¿cuántas acciones de cada tipo, como mínimo, comprará y venderá?
- 7) Halla todos los múltiplos de 28 cuyas dos últimas cifras sean 16.
- 8) Una comitiva de 12 personas acarrea 12 panes: cada hombre lleva dos panes; cada mujer, medio pan y cada niño, un cuarto de pan ¿Cuántos hombres mujeres y niños componen la comitiva?
- 9) Si a y b son enteros tales que $\text{mcd}(a, b) = 1$, demuestra que $\text{mcd}(2a + b, a + 2b) = 1$ ó 3
- 10) Demuestra que el cubo de todo número entero es de la forma $9k$ ó $9k + 1$ ó $9k + 8$.
- 11) Demuestra que si p es primo distinto de 2 y de 5 entonces, o bien $p^2 - 1$, o bien $p^2 + 1$ es divisible por 10.
- 12) Demuestra que todo número primo $p > 3$ se puede escribir de la forma
 - a) $4n + 1$ ó $4n + 3$ para algún $n \in \mathbb{N}$
 - b) $6n + 1$ ó $6n + 5$ para algún $n \in \mathbb{N}$.
- 13) Estudia si son o no primos, los números 811, 493 y 911. Halla todos los primos p entre 100 y 300.