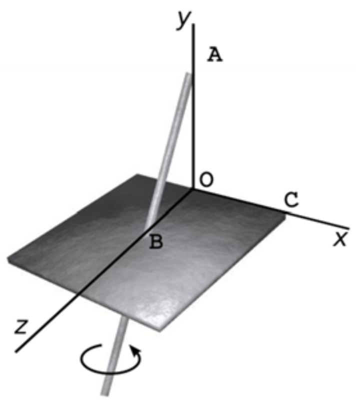
PROBLEMAS DE MECÁNICA
TEMA: CINEMÁTICA

2º Curso, Ingeniería de Organización Industrial

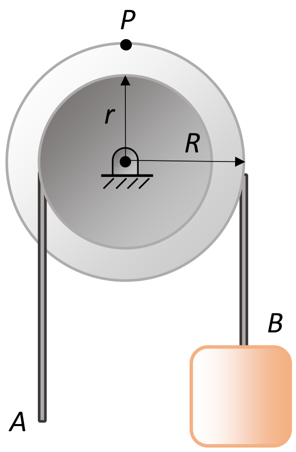
CENTRO UNIVERSITARIO DE LA DEFENSA



1.- La placa rectangular de la figura, cuyos lados miden 60 cm, está soldada a un eje fijo que pasa por un punto A a una altura de 40 cm del origen y por el centro de la placa (punto B). La placa rota alrededor del eje AB con una velocidad angular constante de 25 rad/s en el sentido mostrado en la figura. Si en el instante mostrado la placa está justo en el plano xz, encuentre la velocidad y la aceleración del punto C.

Solución:
$\mathbf{V}_D$=(-6.0 $\mathbf{i}$ – 4.5 $\mathbf{j}$ -6.0 $\mathbf{k}$) m/s $\mathbf{a}_D$=(-188 $\mathbf{i}$ +90 $\mathbf{j}$ +120 $\mathbf{k}$) m/s^2

2.- La doble polea que se muestra en la figura rota solidariamente bajo la acción de dos cables. El extremo *A* se encuentra libre mientras que del extremo *B* cuelga una carga. El extremo *A* tiene una aceleración constante de 0.3 m/s^2 y una velocidad inicial de 0.24 m/s ambas hacia abajo. Determine:

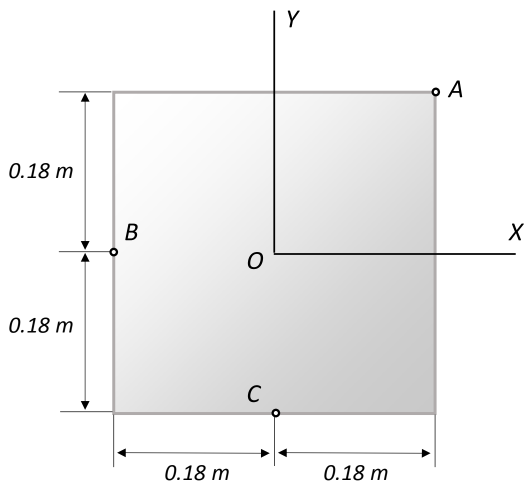


a) El número de revoluciones ejecutadas por la polea en 5 segundos
b) La velocidad y posición de la carga *B* después de 5 segundos
c) La aceleración del punto *P* sobre el aro de la polea en el tiempo t=0

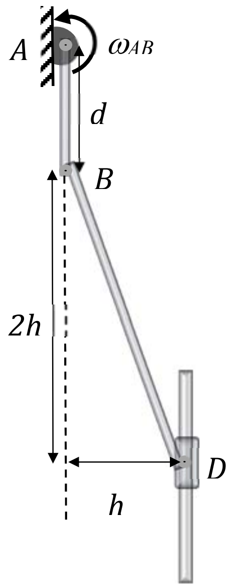
Solución:
a) 0.78/r   b) $\mathbf{v}_B$ =1.74(R/r)$\mathbf{j}$; y=y_0+4.95(R/r)
c) $\mathbf{a}_P$ = -0.3 (R/r) $\mathbf{i}$ – R(0.24/r)^2 $\mathbf{j}$

3.- La placa que se muestra en la figura se mueve en el plano *XY*. En el instante mostrado se conoce que v_{Ay}=-0.06 m/s, v_{Bx}=0.12 m/s y v_{Cy}=0.3 m/s. Determine:

a) El vector velocidad del punto *C*
b) La velocidad angular de la placa
c) La posición del CIR



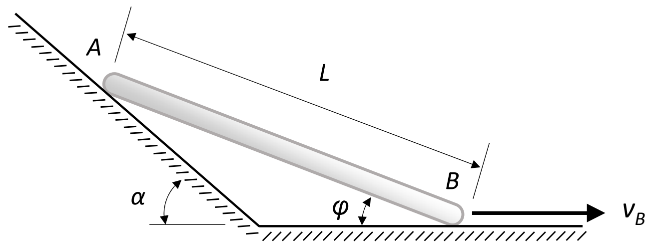
Solución:
a) $\mathbf{v}_C$ = -0.24 $\mathbf{i}$ + 0.30 $\mathbf{j}$ m/s
b) $\boldsymbol{\omega}$ = -2.0 rad/s $\mathbf{k}$
c) (0.15, -0.06) m



4.- El brazo AB tiene una velocidad angular constante ω_{AB} en sentido contrario al de las agujas del reloj. En el instante mostrado en la figura, determine el vector velocidad del punto *D* y la velocidad angular de la barra *BD*

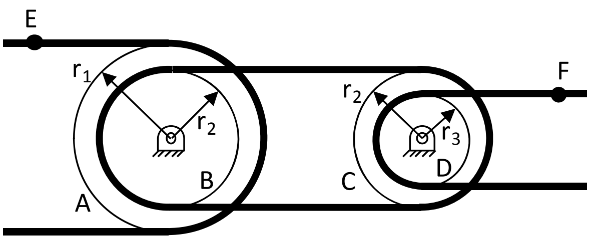
Solución: $\overrightarrow{v_D} = -\frac{\omega_{AB} d}{2}\hat{\jmath};\ \vec{\omega}_{BD} = -\frac{\omega_{AB} d}{2h}\hat{k}$

5.- La barra *AB* se desliza por el suelo y la pared inclinada. Para el instante mostrado en la figura, en el que el punto B tiene una velocidad v_B, encuentre:



a) La velocidad el extremo *A*
b) La velocidad angular de la barra

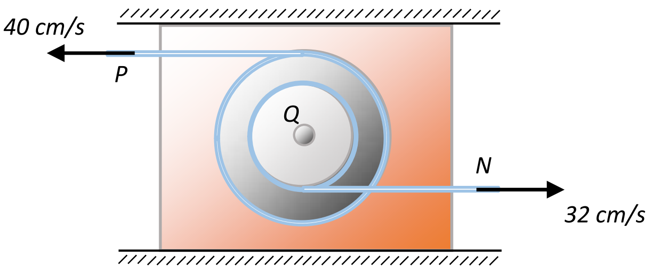
Solución: a) $v_A = \dfrac{v_B}{\cos\alpha(tg\alpha\ tg\varphi + 1)}$; b) $\omega = \dfrac{v_B}{L\cos\varphi\left(tg\varphi + \dfrac{1}{tg\alpha}\right)}$



6. El sistema mostrado en la figura se denomina reductor. Está formado por dos poleas dobles *AB* y *CD* de tal forma que tanto *A* y *B* como *C* y *D* están unidas rígidamente entre sí. Determinar el vector velocidad del punto *F* si se conoce la velocidad del punto *E* (v_E).

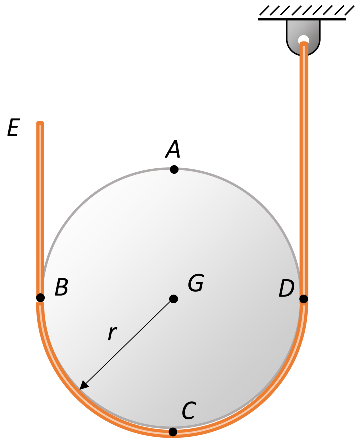
Solución: $v_F = v_E \frac{r_3}{r_1}$

7. (c) - Un bloque corredizo se fija a una polea doble mediante un pasador en *Q*. Los diámetros de las poleas interna y externa son 6 y 12 cm respectivamente. Si cada una de las cuerdas tiene una velocidad constante como se muestra en la figura, determine:



a) El centro instantáneo de rotación de la doble polea
b) La velocidad del bloque corredizo

Solución: a) 1 cm por encima de Q; b) **v** = 8 cm/s **i**



8. (c)- El cilindro de radio *r* de la figura rueda sobre la cuerda. Si en el instante mostrado el punto *E* de la cuerda tiene una velocidad v_0 y una aceleración a_0, ambas hacia arriba, determine las aceleraciones de los puntos *A*, *B*, *C* y *D*.

Solución:

$$\vec{a}_A = \frac{a_0}{2}\hat{\imath} + \left(\frac{a_0}{2} - \frac{v_0^2}{4r}\right)\hat{\jmath} \;;\; \vec{a}_B = \frac{v_0^2}{4r}\hat{\imath} + a_0\hat{\jmath}$$

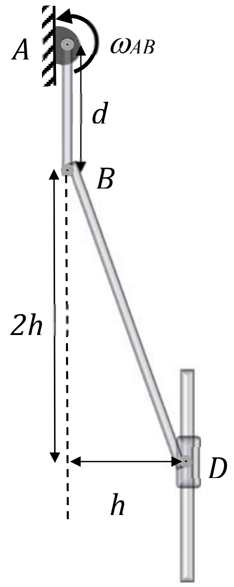
$$\vec{a}_C = -\frac{a_0}{2}\hat{\imath} + \left(\frac{a_0}{2} + \frac{v_0^2}{4r}\right)\hat{\jmath} \;;\; \vec{a}_D = -\frac{v_0^2}{4r}\hat{\imath}$$

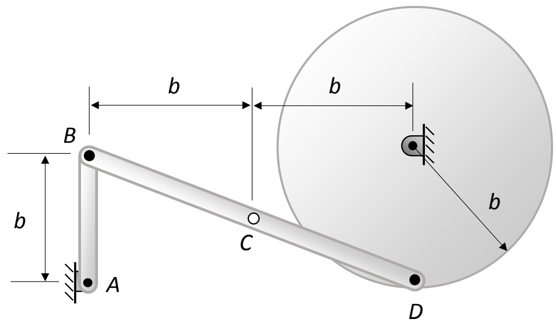
9.- El brazo *AB* tiene una velocidad angular constante ω_{AB} en sentido contrario al de las agujas del reloj. En el instante mostrado en la figura, determine:

a) el vector aceleración del punto D
b) la aceleración angular de la barra BD.

Solución:

$$\vec{a}_D = \omega_{AB}^2 d\left(1 + \frac{5d}{8h}\right)\hat{\jmath};\;\; \vec{\alpha}_{BD} = \frac{1}{8}\left(\frac{\omega_{AB} d}{h}\right)^2 \hat{k}$$



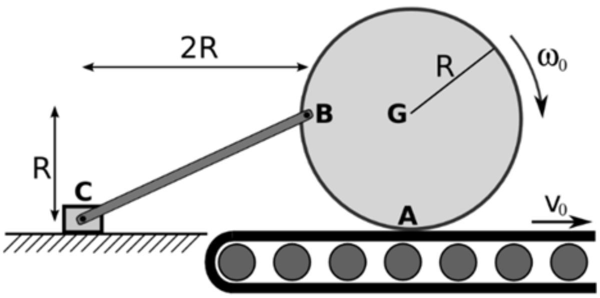


10. (c) - En el instante que muestra la figura la barra *AB* tiene una velocidad angular ω_{AB} en el sentido horario y aceleración angular nula. Determine:

a) La aceleración angular del disco
b) La aceleración del punto *D*
c) La aceleración del punto *C*

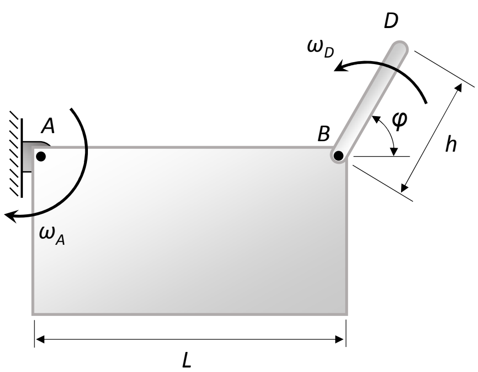
Solución: a) $\boldsymbol{\alpha}_{disco} = \omega_{AB}^2\mathbf{k}$; b) $\mathbf{a_D} = \omega_{AB}^2 b\ \mathbf{i} + \omega_{AB}^2 b\ \mathbf{j}$; c) $\mathbf{a_C} = \omega_{AB}^2 b/2\ \mathbf{i}$

11.- Un cilindro de radio *R* rueda sin deslizar sobre una cinta transportadora, la cual se mueve a velocidad constante v_0 hacia la derecha. Un punto *B* en el exterior del cilindro se une mediante una barra *BC* a un bloque. Este bloque se desplaza sobre una superficie fija horizontal. Si en el instante mostrado en la figura la velocidad angular del cilindro, ω_0, es constante y en sentido horario, determine:



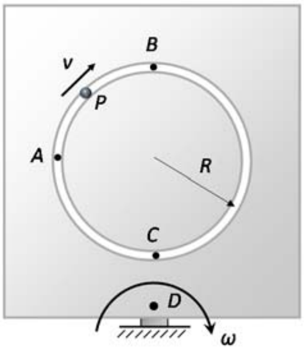
a) la velocidad del bloque
b) la aceleración del bloque.

Solución: $\vec{v}_C = \left(v_0 + \frac{3}{2}R\omega_0\right)\hat{\imath}$; $\vec{a}_C = \frac{13}{8}R\omega_0^2\,\hat{\imath}$



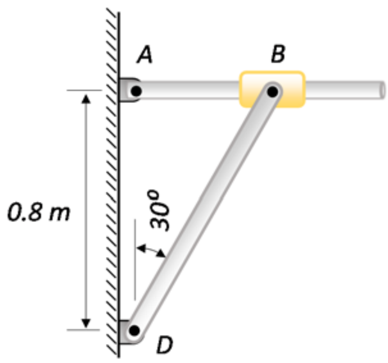
12.- La placa de la figura rota alrededor de A con una velocidad angular constante ω_A. Simultáneamente, la varilla *BD* gira alrededor de *B* con una velocidad angular constante ω_D respecto a la placa. Demuestre que si $\omega_D = 2\omega_A$, la aceleración del punto *D* tiene sentido hacia el punto *A* y que es independiente de *L*, *h* y φ.

13. (c) - Un pasador *P* se desliza por una ranura circular de radio 10 cm practicada en una placa rectangular que, al mismo tiempo, está rotando con velocidad angular constante ω = 3 rad/s en el sentido de las manijas del reloj alrededor de un eje perpendicular que pasa por *D*. Si la distancia CD es de 5 cm y la velocidad del pasador sobre la ranura v es constante y de valor 20 cm/s, determine la aceleración del pasador si éste estuviera en:



a) El punto *A*
b) El punto *B*
c) El punto *C*

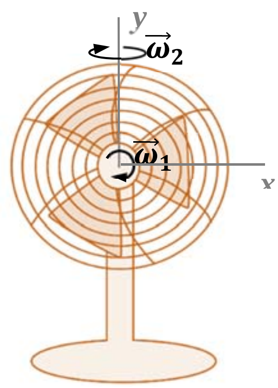
Solución:
a) **a** = 2.50 m/s^2 **I** - 1.35 m/s^2 **j**; b) **a** = -3.85 m/s^2 **j** c) **a** = 1,15 m/s^2 **j**



14.- En el instante mostrado en la figura, la varilla unida a *A* rota con velocidad angular constante ω_A de 0.76 rad/s en el sentido contrario a las agujas del reloj. Determine la velocidad angular y la aceleración angular de la barra *DB*.

Solución:
$\vec{\omega}_{BD} = 0.76\,\hat{k}\,rad/s$; $\vec{\alpha}_{BD} = -1.00\,\hat{k}\,rad/s^2$

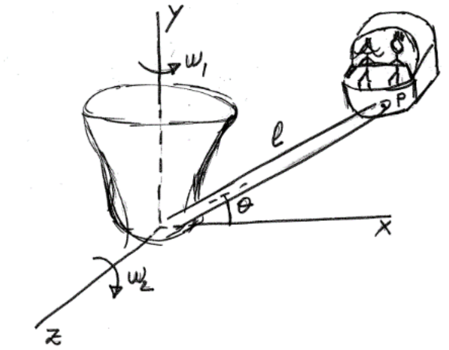
15. (c) - Las aspas de un ventilador oscilante giran en un determinado instante de tiempo con una velocidad $\boldsymbol{\omega}_1$= -(300 rpm) **k** y una aceleración $\boldsymbol{\alpha}_1$= 3 rad/s^2 **k**, con respecto a la carcasa del motor. Determine la aceleración angular de las aspas, si se sabe que en el mismo instante la velocidad y las aceleraciones angulares de la carcasa del motor son, respectivamente, $\boldsymbol{\omega}_2$= -(3 rpm) **j** y $\boldsymbol{\alpha}_2$= 0.



Solución:

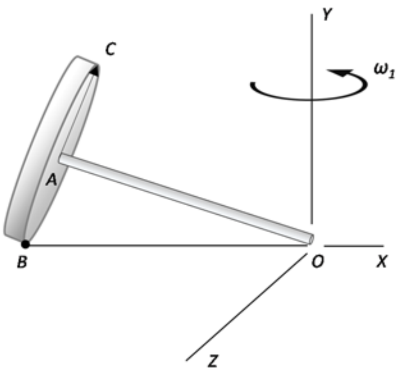
$\vec{\alpha} = \pi^2\,\hat{\imath} + 3\,\hat{k}\,rad/s^2$

16.- El Saltamontes es una famosa atracción de feria que hace las delicias de niños y adultos y provoca algún que otro mareo. Está formado por un cuerpo central que gira alrededor el eje vertical con una velocidad angular ω_1 antihoraria y constante, y de unos brazos mecánicos en cuyos extremos se encuentran los coches donde se montan los usuarios. Estos brazos realizan una rotación relativa al cuerpo central. En el instante que muestra la figura, los brazos rotan alrededor del eje Z en sentido horario con una velocidad angular ω_2 constante. Calcule la velocidad y aceleración del punto P en ese instante.



Solución:

$\vec{v}_P = \omega_2 l sen\theta\hat{\imath} - \omega_2 l cos\theta\hat{\jmath} - \omega_1 l cos\theta\hat{k}$;
$\vec{a}_P = -(\omega_1^2 + \omega_2^2) l cos\theta\hat{\imath} - \omega_2^2 l sen\theta\hat{\jmath} - 2\omega_1\omega_2 l sen\theta\hat{k}$



17.- Sobre un eje *OA* de 10 cm de longitud se monta un disco de 3 cm de radio de modo que el eje es perpendicular al plano del disco. El punto O del eje es un punto fijo mientras que el disco rueda sin deslizar sobre el suelo a una velocidad constante ω_1= 2.4 rad/s tal y como se indica en la figura. Determine:

a) La velocidad angular del sistema
b) La aceleración angular del sistema
c) La aceleración del punto *C*.

Solución: a) **ω** = 8.00 rad/s **i**; b) **α** = –19.20 rad/s^2 **k** c) $\mathbf{a_C}$ = 1.103 m/s^2 **i** – 2.005 m/s^2 **j**

18.- Un misil se lanza con dirección Sur desde una latitud de 45° N y con velocidad respecto a la Tierra de 600 m/s. Determine:

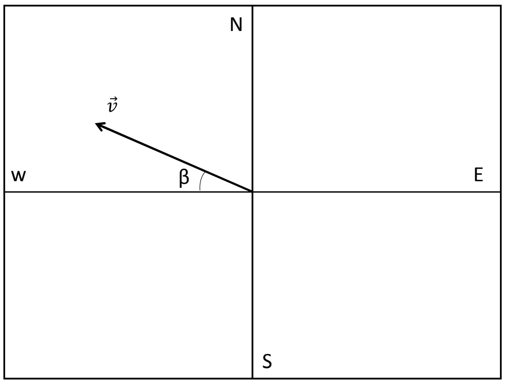
a) La aceleración centrífuga del proyectil vista por un observador sobre la Tierra
b) La aceleración de Coriolis del proyectil vista por un observador sobre la Tierra
c) Si la latitud es 45° S, repetir el problema

Solución: a) a_{cent} = 2.39 x 10^{-2} m/s^2; b) a_{Cor} = 6.17 x 10^{-2} m/s^2; c) Mismas magnitudes de ambas aceleraciones y el sentido cambia para la aceleración de Coriolis.

19.-En un punto sobre el hemisferio norte de la Tierra con latitud λ se mueve un misil con velocidad $\vec{v}$. Como se puede ver en la imagen, la dirección del vector velocidad del misil es noroeste formando un ángulo β con la dirección oeste. Determine los vectores aceleración de coriolis y aceleración centrífuga para un observador sobre la superficie de la Tierra.

Datos: El módulo de la velocidad angular de la Tierra es ω_T y el radio de la Tierra es R_T

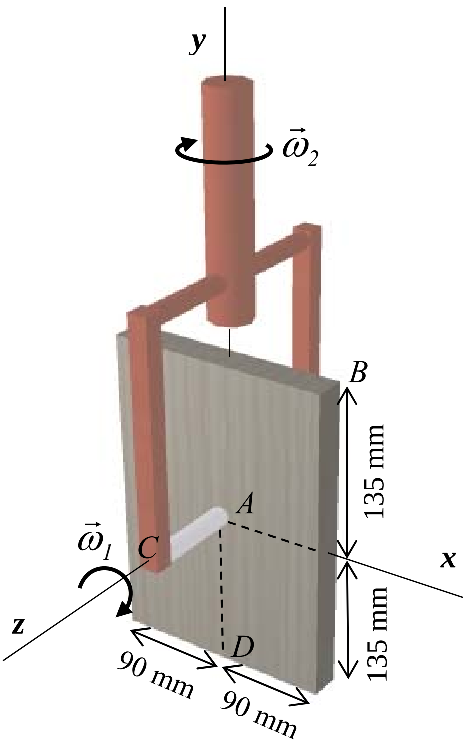
IMAGEN DEL PLANO DE LA SUPERFICIE DE LA TIERRA



Solución:

$\vec{a}_{Coriolis} = -2\left(-v\omega_T\, sen\lambda\, sen\beta\,\hat{\imath} + v\omega_T\, cos\lambda\, cos\beta\,\hat{\jmath} + v\omega_T\, sen\lambda\, cos\beta\,\hat{k}\right)$

$\vec{a}_{centrífuga} == \omega_T^2\, R_T\, cos^2\lambda\,\hat{\jmath} + \omega_T^2\, R_T\, sen\,\lambda cos\lambda$



20. (c) - La placa rectangular que se muestra en la figura está unida a la barra AC por un pasador en el punto A. Esta placa se encuentra girando con una velocidad angular constante ω_1 = 8 rad/s sobre eje AC. A su vez todo el sistema gira a razón constante ω_2 = 10 rad/s sobre el eje y. En el instante mostrado, determine la velocidad y la aceleración de los siguientes puntos de la placa:

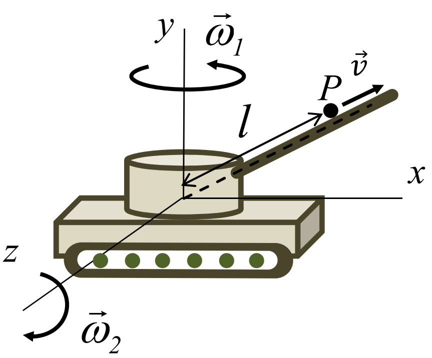
a) Esquina B
b) Punto D

Solución:

a) $\vec{v}_B = 1.08\,\hat{\imath} - 0.72\,\hat{\jmath} + 0.90\,\hat{k}$;
$\vec{a}_B = -14.76\,\hat{\imath} - 8.64\,\hat{\jmath} + 21{,}6\ \hat{k}$

b) $\vec{v}_D = -1.08\,\hat{\imath}$
$\vec{a}_D = 8.64\,\hat{\jmath} - 21{,}6\ \hat{k}$

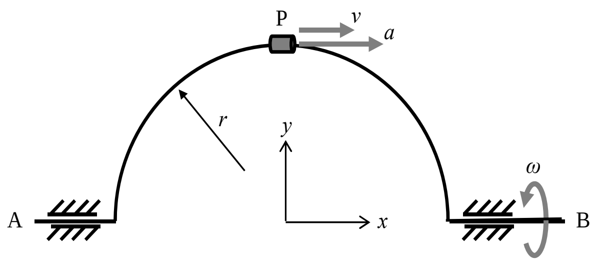
21.- Un ratón se desplaza a razón v = 0.3 m/s hacia el extremo del cañón que se muestra en la figura. La torreta gira a la razón constante ω_1 = 0.25 rad/s en sentido antihorario; simultáneamente, el cañón desciende a una razón constante ω_2 = 0.40 rad/s. Si se sabe que en el instante mostrado el cañón forma un ángulo de 30º con la horizontal y que el ratón se encuentra en el punto P a una distancia l = 2.0 m de la base de cañón, determine la velocidad y aceleración del ratón.



Solución:

v

$\mathbf{v_B}$ = 0.660 m/s **i** -0.543 m/s **j** –0.433 m/s **k** ; $\mathbf{a_B}$ = -0.265 m/s^2 **i** – 0.368 m/s^2 **j** – 0.330 m/s^2 **k**



22.- En el instante que se muestra en la figura el collarín *P* se mueve con una velocidad v y una componente *x* de la aceleración a relativas a una barra semicircular *AB,* tal y como se indica en la figura. A su vez, la barra *AB* rota con velocidad angular *ω* constante alrededor del eje *x* en sentido positivo. Determine el vector de aceleración absoluta del collarín *P*.

Solución: $\vec{a}_P = a\,\hat{\imath} - \left(\frac{v^2}{r} + \omega^2 r\right)\hat{\jmath}$

23.- En el instante que se muestra en la figura el collarín *P* se mueve hacia abajo con una velocidad constante *v* respecto a la barra *AB*. A su vez, la barra *AB* rota con velocidad angular *ω* y aceleración α alrededor del eje vertical en los sentidos indicados en el dibujo.

Determine el vector de aceleración absoluta del collarín en ese instante.

Solución: $\vec{a}_P = -l\omega^2 sen\theta\hat{\imath} + sen\theta(l\alpha + 2v\omega)\hat{k}$