## Tema 5: Campos creados por cargas en movimiento. Radiación.

Solución de la ecuación de ondas. Potenciales retardados. Potenciales de Liénard-Wiechert. Campos creados por cargas en movimiento: campos de velocidad y aceleración. Campos creados por una carga en movimiento uniforme. Radiación emitida por una carga acelerada. Radiación dipolar eléctrica. Radiación dipolar magnética. Radiación de fuentes arbitrarias.

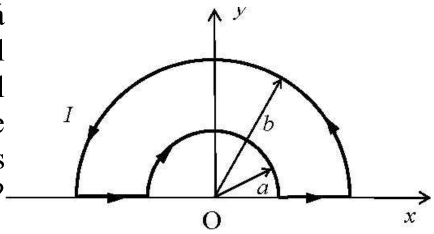
## Problemas

1. Se tiene un alambre conductor infinito a lo largo del eje Z. A partir del instante $t = 0$, se aplica una corriente constante en todo el alambre, es decir:

$$I(z,t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ I, & t \geq 0 \end{cases}$$

Hallar los campos $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ y el vector de Poynting $\boldsymbol{S}$ en todo el espacio.

2. Una espira de alambre, con la forma indicada en la figura, está recorrida por una corriente que aumenta linealmente con el tiempo $I(t) = kt$ . Hallar el potencial vector retardado $\boldsymbol{A}$ en el centro O. Hallar el campo eléctrico $\boldsymbol{E}$ en O. ¿Por qué el alambre neutro produce un campo eléctrico? ¿Por qué no podemos determinar el campo $\boldsymbol{B}$ a partir de la expresión encontrada para $\boldsymbol{A}$?




3. A partir de los campos de una carga puntual $q$ en movimiento uniforme, hallar los campos creados por una línea de carga a lo largo del eje $x$, con densidad $\lambda$, moviéndose en la dirección $x$ con velocidad $v$.

4. Una partícula cargada con velocidad $\boldsymbol{v}_0$ impacta sobre un medio, frenándose con una fuerza proporcional a la velocidad $\boldsymbol{F} = -\alpha \boldsymbol{v}$, hasta el reposo. Hallar la energía total emitida en forma de radiación (suponer que el medio actúa prácticamente como el vacío para la radiación).

Ayuda: $\int_{-1}^{1} \frac{1-x^2}{(1+\beta x)^5} dx = \frac{4}{3}\gamma^6$

5. En un modelo clásico del átomo de hidrógeno de tipo planetario, un electrón girando en una órbita circular de radio $r_0$ en torno a un protón emitiría energía en forma de radiación, lo que provocaría que acabase cayendo en espiral sobre el núcleo atómico.

a) Discutir si para analizar el problema es válida la aproximación no-relativista ($v \ll c$).

b) Admitiendo que es válida, ¿cuánto tiempo tardaría el sistema en colapsar?

($Datos$: $r_0 = 0.0526\, nm$ ; $m_e = 9.11\; 10^{-31}\, kg$ ; $q_e = 1.6\; 10^{-19}\, C$)

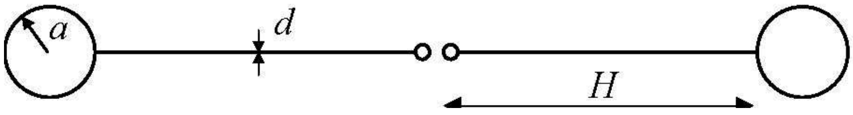

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

8. Experimento de Hertz: Se tiene un dipolo formado por dos hilos rectos de diámetro $d = 5$ mm y longitud $H = 80$ cm cada uno. Los hilos están terminados en sus extremos más alejados por esferas de radio $a = 15$ cm.




a) Hallar la capacidad y la autoinducción del sistema, así como su frecuencia de resonancia.

b) Hallar también su directividad y resistencia de radiación utilizando la aproximación de dipolo elemental eléctrico.

(Ayuda: La autoinducción de un hilo de diámetro $d$ y longitud $2H$ viene dada por la expresión:
$L = 4\times 10^{-7}\, H\,\{\ln(8H/d) - 0.75\,\}$

9. Una antena dipolar magnética de una emisora de radio se encuentra en el extremo de una torre de altura $h$ sobre la tierra horizontal. La espira tiene radio $a$ y está colocada con su eje vertical. Emite con frecuencia $\omega$ una potencia media total $P_{av}$. Los vecinos se quejan de interferencias varias y problemas médicos sospechosos. El técnico que ha medido el nivel de radiación ha encontrado valores inferiores a los límites establecidos por la normativa.

a) Hallar la intensidad de radiación al nivel del suelo, a distancia $R$ de la base de la torre (puede suponerse $a \ll c/\omega \ll h$ ).

b) ¿A qué distancia de la base de la torre debería el técnico haber tomado las medidas? ¿Cuál es la intensidad en este punto?

c) La potencia de salida de la antena es de 35 kW, su frecuencia 90 MHz, el radio de la antena 6 cm y la altura de la torre 200 m. ¿Cumplen los niveles de emisión la normativa (que supondremos establece un límite de 200 $\mu$W/cm$^2$)?

**Material complementario**

**Cuestiones**

1. Una partícula de carga $q$ se mueve en una circunferencia, en el plano $XY$, centrada en el origen y de radio $a$, con velocidad angular constante $\omega$. En el instante inicial la carga está en ($a$, 0, 0). Demostrar que los potenciales de Liénard-Wiechert para puntos sobre el eje $z$ son:

$$V(z,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{a^2+z^2}}, \quad \boldsymbol{A}(z,t) = \frac{q\omega a\mu_0}{4\pi\sqrt{a^2+z^2}}\left[-\mathrm{sen}\left(\omega t_r\right)\boldsymbol{u}_x + \cos\left(\omega t_r\right)\boldsymbol{u}_y\right], \quad t_r = t - \frac{\sqrt{a^2+z^2}}{c}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

**Problemas**

1. Una partícula α se acelera, partiendo del reposo, por un potencial $V$ correspondiente a una energía de 7.12 MeV.

a) Hallar la velocidad final de la partícula. (Ayuda: la energía de una partícula de masa $m$ con velocidad $v$ es $E = \gamma mc^2$).

b) Repetir el cálculo para el caso de que la partícula sea un electrón.

Las partículas siguen con movimiento uniforme:

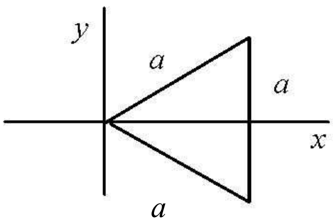
c) Calcular el producto escalar $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B}$ de los campos producidos por las partículas.

Si, finalmente, las partículas se frenan con aceleración constante paralela a la velocidad, de valor $10^{28}$ $\mathrm{ms}^{-2}$:

d) Hallar la potencia radiada por la partícula α.

e) Hallar la energía radiada por unidad de ángulo sólido por el electrón en direcciones que forman ángulos 0, π/100 y π/4 con la dirección de movimiento.

2. Una pequeña espira con la forma de triángulo equilátero de lados de longitud $a$ está recorrida por una corriente $I_0$ de frecuencia angular $\omega$. Debido a que $\omega\, a \ll c$, se puede suponer que la corriente en cualquier instante es la misma en toda la espira. Hallar el diagrama de radiación, la potencia media total radiada y la resistencia de radiación.




3. Un hilo conductor se coloca a lo largo el eje z con su centro en el origen, y es alimentado por una corriente $I_0 \, sen\, \omega t$, donde $\omega = 5{\times}10^{10}$ rad/s, $I_0 = 1$A.

a) Determinar la máxima longitud del hilo para que la aproximación de dipolo elemental sea válida y hallar su momento dipolar.

b) Calcular la resistencia de radiación.

4. Una pequeña esfera de masa $m$ y carga $q$ está unida a un resorte de constante $k$ que cuelga verticalmente del techo de una sala. En el equilibrio la partícula está a una distancia $h$ del suelo. El resorte se estira una longitud $d$ desde el equilibrio y se suelta, oscilando libremente.
a) Suponiendo $d << \lambda << h$, calcular la potencia por unidad de área que incide sobre el suelo, a una distancia $L$ desde la base de la vertical bajo $q$ (despréciese cualquier efecto de carga imagen debida al suelo). ¿Para qué valor de $L$ es máxima dicha intensidad de radiación?
b) Si el suelo es de extensión infinita, calcular la potencia media que llega globalmente al suelo. Compararla con la potencia media total que emite el dipolo (en todas direcciones).

Ayuda: $\int^{\infty} \frac{x\, dx}{(\cdots)^{5/2}} = \frac{4}{\cdots}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.