



UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO
INGENIERÍA DE CAMINOS
INGENIERÍA MARÍTIMA Y COSTERA

TEMA 2 – PROPAGACIÓN DEL OLEAJE
TEMA 3 – CARACTERIZACIÓN DEL OLEAJE



INDICE

TEMA 1. – PROPAGACIÓN DEL OLAJE.....	2
1.1 Ecuaciones de partida.....	2
1.2 Teoría lineal de ondas	4
1.3 Propagación del oleaje regular	7
1.4 Energía del oleaje	11
1.5 Asomeramiento y refracción	14
1.6 Difracción.....	20
1.7 Rotura.....	25
1.8 Reflexión	28
1.9 Teorías no lineales de oleaje	29
1.10 Modelos numéricos de propagación de oleaje	30
1.11 Referencias	31
TEMA 2. – CARACTERIZACIÓN DEL OLAJE.....	33
2.1 Análisis estadístico de un estado de mar	33
2.2 El espectro del oleaje	39
2.3 Análisis espectral de un estado de mar.....	41
2.4 El espectro direccional	46
2.5 Espectros paramétricos.....	47
2.6 Propagación del oleaje irregular.....	49
2.7 Caracterización estadística de oleajes medios.....	50
2.8 Caracterización estadística de oleajes extremos.....	60
2.9 Ajuste a funciones de distribución	67
2.10 Referencias	70



TEMA 1. – PROPAGACIÓN DEL OLAJE

Partiendo de la hipótesis de considerar el oleaje como la superposición de varias ondas, su estudio puede hacerse con ayuda de una teoría ondulatoria. En este capítulo estudiaremos la propagación del *oleaje regular* según la teoría lineal de ondas, entendido como tal aquel compuesto por una única onda plana caracterizada por su periodo T y su altura de ola H . El estudio del oleaje irregular, más representativo de la realidad, se hará en el capítulo siguiente.

1.1 Ecuaciones de partida

Operadores matemáticos

Antes de comenzar este apartado nos interesa hacer un repaso de algunos operadores matemáticos

- Gradiente de un campo escalar. Es un vector normal a la superficie equipotencial

$$\nabla \phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)$$

- Divergencia de un campo vectorial $\vec{u} = (u, v, w)$. Es el producto escalar entre el operador gradiente y el vector velocidad, por lo que el resultado es un escalar

$$\nabla \cdot \vec{u} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (u, v, w) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

- Rotacional de un campo vectorial $\vec{u} = (u, v, w)$. Es un producto vectorial entre el operador gradiente y el vector velocidad, por lo que el resultado es un vector

$$\nabla \times \vec{u} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (u, v, w) = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix}$$

- Laplaciano de un campo escalar. Equivale a la divergencia del gradiente del campo escalar. El resultado es un escalar

$$\Delta \phi = \nabla^2 \phi = \nabla \cdot (\nabla \phi) = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

Campo potencial de velocidades

Dado un campo vectorial de velocidades de un fluido $\vec{u} = (u, v, w)$, si se desprecia el efecto de las fuerzas viscosas, y dado que las fuerzas exteriores (gravedad y presión) son conservativas, existe un campo escalar denominado potencial de velocidades ϕ , cuyo gradiente es dicho campo vectorial



$$\vec{u} = \nabla \phi \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{cases} \quad (1.1)$$

Ecuación de continuidad y ecuación de Laplace

La ecuación de conservación de la masa da lugar, en el caso de un fluido incompresible, a la ecuación de continuidad. Esta ecuación escalar expresa que el caudal que entra a un elemento diferencial de fluido, de dimensiones dx, dy, dz, ha de ser igual al caudal que sale

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

La ecuación de continuidad da lugar, si existe un campo potencial de velocidades, a la ecuación de Laplace. Usando la ecuación (1.1)

$$\Delta \phi = 0$$

Ecuaciones de conservación del momento lineal, de Navier-Stokes y de Euler

La segunda ley de Newton ó ecuación de conservación del momento lineal ($\vec{a} = \vec{F} / m$) puede ser aplicada a un elemento diferencial de fluido, considerando las fuerzas debidas a gravedad, presión, viscosidad y turbulencia. La ecuación se expresa en términos de aceleración igual a fuerza por unidad de masa

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \vec{F}_{visc} + \vec{F}_{turb}$$

donde p es el campo potencial de presiones en el interior del fluido, g es la aceleración de la gravedad, y ρ es la densidad del fluido. Las tres componentes de esta ecuación son

$$\begin{aligned} \text{x)} \quad & \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_{visc,x} + F_{turb,x} \\ \text{y)} \quad & \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + F_{visc,y} + F_{turb,y} \\ \text{z)} \quad & \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + F_{visc,z} + F_{turb,z} \end{aligned}$$

Estas ecuaciones toman el nombre de ecuaciones de Navier-Stokes si se consideran las siguientes expresiones para las fuerzas viscosas

$$\begin{aligned} \text{x)} \quad & F_{visc,x} = \nu \cdot \nabla^2 u \\ \text{y)} \quad & F_{visc,y} = \nu \cdot \nabla^2 v \\ \text{z)} \quad & F_{visc,z} = \nu \cdot \nabla^2 w \end{aligned}$$

Si en cambio se desprecian las fuerzas viscosas y turbulentas se obtienen las ecuaciones de Euler.



1.2 Teoría lineal de ondas

Hay diversas teorías de ondas que han sido aplicadas al estudio del oleaje. La más sencilla de ellas es la teoría lineal, también denominada teoría de ondas de pequeña amplitud. Esta teoría fue presentada por Airy en 1845, aunque no fue aplicada al estudio del oleaje hasta principios del siglo XX.

La teoría lineal considera las ecuaciones de Laplace y de Euler en dos dimensiones, aplicadas al fluido en un dominio cuyos contornos superior e inferior son la superficie libre y el fondo del mar considerado plano, y plantea una solución a las mismas partiendo de las siguientes hipótesis:

- La amplitud es pequeña en relación con la longitud de onda.
- El fluido no viscoso, homogéneo, incompresible e irrotacional.
- Se desprecian las fuerzas de tensión superficial y de coriolis.
- Se considera onda plana (de cresta larga), de modo que su estudio se puede hacer en dos dimensiones.
- No existe interacción con otras ondas.

Solución onda progresiva

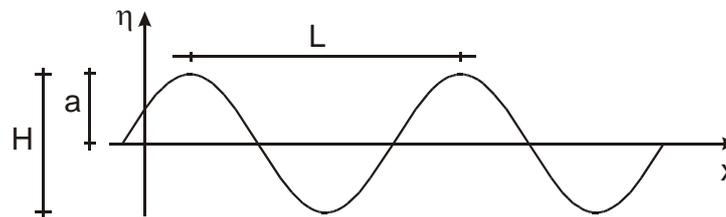
La solución al problema viene expresada en función de la variable potencial de velocidades antes definida. Se demuestra que una de las infinitas soluciones es la correspondiente a una onda progresiva

$$\phi = \frac{H}{2} \cdot \frac{g}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h+z)]}{\cosh[k \cdot h]} \cdot \text{sen}(kx - \omega t)$$

A partir de la expresión anterior se puede obtener la sobreelevación de la superficie libre

$$\eta = \frac{1}{g} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=0} = \frac{H}{2} \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (1.2)$$

Así pues, se observa que la superficie libre del mar describe un movimiento ondulatorio caracterizado por las siguientes variables:



Sobreelevación η = Elevación de la superficie libre respecto de la superficie libre en reposo (positiva hacia arriba y negativa hacia abajo)

Amplitud a = Sobreelevación máxima

Altura de ola $H = 2a$

Longitud de onda L = Distancia entre dos crestas sucesivas

Número de onda $k = 2\pi/L$

Peralte $s = H/L$



Periodo $T =$ Tiempo necesario para que la cresta avance una longitud de onda

Frecuencia $f = 1/T$

Frecuencia angular $\omega = 2\pi/T$

A la velocidad con la que se ve avanzar la cresta de una onda se la denomina *celeridad de fase*, ó simplemente *celeridad*. En base a la propia definición de periodo de la onda (tiempo necesario para que la cresta avance una longitud de onda), se tiene que la celeridad de fase viene dada por

$$C = L/T \quad (1.3)$$

La velocidad de las partículas de fluido en un punto cualquiera del dominio de cálculo se puede obtener mediante las ecuaciones (1.1)

$$u = \frac{H}{2} \cdot \frac{g}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h+z)]}{\cosh[k \cdot h]} \cdot k \cdot \cos(-kx + \omega t) \quad (1.4)$$

$$w = -\frac{H}{2} \cdot \frac{g}{\omega} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h+z)]}{\cosh[k \cdot h]} \cdot k \cdot \sin(-kx + \omega t) \quad (1.5)$$

Finalmente, la presión en un punto del fluido tiene una componente hidrostática

$$P_{estatica} = -\rho g z \quad (1.6)$$

y otra hidrodinámica

$$P_{dinamica} = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho g \eta \frac{\cosh[k(h+z)]}{\cosh(kh)} \quad (1.7)$$

Principio de superposición. Solución onda estacionaria

La ecuación diferencial de Laplace y las condiciones de contorno consideradas son lineales, lo cual quiere decir que cualquier combinación lineal de varias soluciones al problema es también solución del mismo. Este es el denominado principio de superposición.

Consideremos dos ondas con igual periodo y amplitud viajando en direcciones opuestas, como son por ejemplo un oleaje que incide perpendicularmente sobre una estructura de paramento vertical y el oleaje reflejado en dicho paramento. La superposición de ambas ondas da lugar a lo que se denomina una onda estacionaria cuyo campo potencial de velocidades es igual a la diferencia de los potenciales de velocidades de cada una de las ondas que la componen

$$\phi_1 := \frac{1}{2} \frac{H g \cosh(k(d+z)) \sin(kx - \omega t)}{\omega \cosh(kd)}$$

$$\phi_2 := \frac{1}{2} \frac{H g \cosh(k(d+z)) \sin(kx + \omega t)}{\omega \cosh(kd)}$$

$$\phi := \phi_1 - \phi_2 = -\frac{H g \cosh(k(d+z)) \cos(kx) \sin(\omega t)}{\omega \cosh(kd)}$$

En este caso la superficie libre viene dada por



$$\eta = \frac{1}{g} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=0} = H \cdot \cos(kx) \cdot \cos(\omega t)$$

Por tanto, la superficie libre de una onda estacionaria muestra puntos en los que la amplitud es siempre nula, los cuales se denominan nodos. Asimismo, se denomina antinodos a los puntos en los que la amplitud es máxima en determinados instantes de tiempo. La posición de estos puntos en función de la longitud de onda de cualquiera de las ondas (incidente ó reflejada), viene dada por

Nodos	$k \cdot x = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$
	$x = L/4, 3L/4, 5L/4, \dots$
Antinodos	$k \cdot x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$
	$x = 0, L/2, L, 3L/2, \dots$

El campo de velocidades de la onda estacionaria se obtiene mediante las ecuaciones (1.1)

$$u := \frac{H g \cosh(k(d+z)) \sin(kx) k \sin(\omega t)}{\omega \cosh(kd)}$$

$$w := - \frac{H g \sinh(k(d+z)) k \cos(kx) \sin(\omega t)}{\omega \cosh(kd)}$$

Finalmente, la componente dinámica de la presión en un punto del fluido viene dada por

$$p_{dinamica} = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho g \eta \frac{\cosh[k(h+z)]}{\cosh(kh)} \quad (1.8)$$

Relación de dispersión

Además de las expresiones antes presentadas, la teoría lineal también permite deducir que se verifica la siguiente expresión, denominada relación de dispersión lineal

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) \quad (1.9)$$

La relación de dispersión lineal permite determinar la longitud de onda del oleaje a partir de su periodo y la profundidad

Existen varias aproximaciones explícitas a la ecuación implícita anterior. Una de ellas es la aproximación de Fenton y McKee (1990), exacta en profundidades reducidas e indefinidas, y con un error máximo del 1,7% en profundidades intermedias

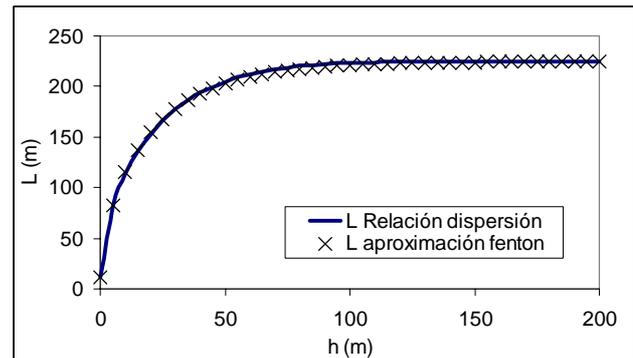
$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \left(\tanh \left[\left(\frac{\omega^2 h}{g} \right)^{\frac{3}{4}} \right] \right)^{\frac{2}{3}} \quad (1.10)$$



Ejemplo 1.1: Cálculo de la longitud de onda

La longitud de onda del oleaje depende únicamente de la profundidad y del periodo. Su cálculo exacto exige resolver la ecuación implícita (1.9), lo cual puede ser realizado por iteraciones sucesivas. No obstante, de no disponerse de medios para su cálculo automatizado es en general siempre preferible utilizar alguna de las aproximaciones disponibles, por ejemplo la de Fenton (1.10), con las que se comete un error despreciable a efectos prácticos.

Como muestra de ello, la gráfica muestra la longitud de onda de un oleaje con periodo 12 s en función de la profundidad, calculada por ambos métodos. En este caso, el error máximo cometido con la aproximación de Fenton es del 1.4 %.



1.3 Propagación del oleaje regular

Fenómenos considerados

En ausencia de viento, y despreciando las pérdidas de energía, cuando una onda viaja en mar abierto a gran profundidad sus características se mantienen prácticamente constantes. Sin embargo, cuando esta onda se aproxima a la costa, dichas características se ven modificadas en función de la profundidad, de la misma manera que las ondas de sonido, por ejemplo, viajan a distinta velocidad en función del medio en el que se propagan.

Así, cuando una onda se aproxima a la costa, sufre una serie de transformaciones físicas:

- La presencia del fondo produce la *refracción* y el *asomeramiento* (shoaling).
- Al disminuir la profundidad hasta un valor crítico, o bien al aumentar mucho la altura de ola del oleaje en relación con la longitud de onda, se produce la *rotura* del mismo.
- Los gradientes de energía en el plano horizontal, debidos a la presencia de obstáculos al avance del oleaje, o al efecto de la refracción y el shoaling, provocan la *difracción*.

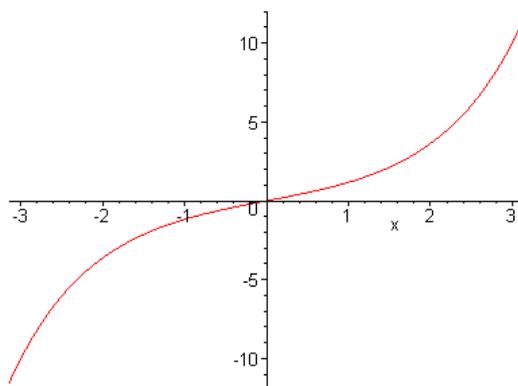
Otros fenómenos físicos, como la pérdida de energía por fricción de fondo o por disipación térmica, son en general despreciables en lo que respecta al estudio de la propagación del oleaje.

Funciones hiperbólicas

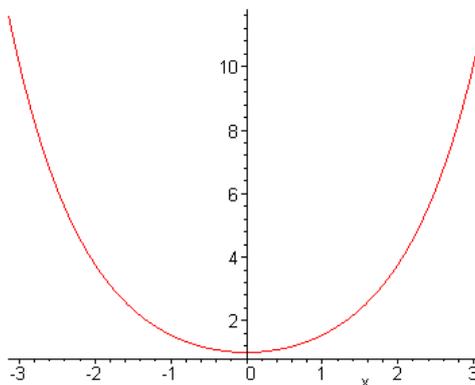
En este punto resulta interesante hacer un inciso para presentar las expresiones y gráficas del seno, coseno y tangente hiperbólicos.



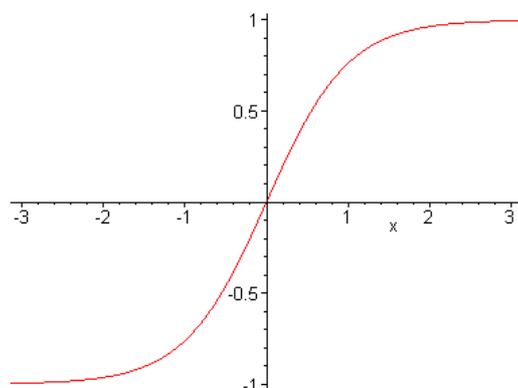
$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$



$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$



$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$$



Profundidades indefinidas, intermedias y reducidas

Según la teoría lineal, de entre las variables que caracterizan una onda: periodo, amplitud, longitud de onda y dirección de propagación, únicamente el periodo se mantiene siempre constante, mientras que las demás variables sufren modificaciones a lo largo de la propagación.

Durante la propagación, el periodo del oleaje se mantiene siempre constante.

La variación de la longitud de onda, y por lo tanto de la celeridad del oleaje, en función de la profundidad y del periodo, viene definida por la relación de dispersión lineal (1.9). En esta expresión, para profundidades muy grandes (denominadas *profundidades indefinidas* ó *aguas profundas*) o muy pequeñas (*profundidades reducidas* ó *aguas someras*), el término $\tanh(2\pi h/L)$ tiende asintóticamente a los siguientes valores

$$\text{Profundidades indefinidas} \quad 2\pi h/L > \pi \quad \Rightarrow \quad \tanh(2\pi h/L) \rightarrow 1$$



$$\text{Profundidades reducidas} \quad 2\pi h/L \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \tanh(2\pi h/L) \rightarrow 2\pi h/L$$

Las profundidades que no son tan grandes como para ser consideradas *indefinidas* ni tan pequeñas como para ser consideradas *reducidas* se denominan *profundidades intermedias*¹.

De las expresiones anteriores se deduce que la longitud de onda del oleaje en aguas profundas, L_0 , tiene un valor constante

$$L_0 = gT^2/2\pi \quad (1.11)$$

Es decir...

En profundidades indefinidas ($h > L_0/2$), la longitud de onda L_0 y la celeridad L_0/T se mantienen constantes, mientras que en las zonas de profundidades intermedias o reducidas, la longitud de onda decrece al hacerlo la profundidad.

Por otro lado, la celeridad con la que viaja una onda depende de la profundidad y del periodo $C = L(T,h)/T$, siendo más rápidos los oleajes con periodo más largo. Sin embargo, la zona de aguas someras se caracteriza por que la celeridad (1.3) tiende asintóticamente a $C = L/T = \sqrt{gh}$, por lo que en esta zona depende únicamente de la profundidad. Cuando una onda está en la zona de aguas someras se denomina *onda larga*.

Resumiendo, las funciones que se indican a continuación tienen los siguientes rangos de variación y límites asintóticos en profundidades reducidas e indefinidas (se incluyen también en esta tabla la celeridad de grupo y el parámetro G, que serán expuestos en el apartado siguiente).

	Profundidades reducidas	Profundidades Indefinidas
$2\pi h/L$	$\ll 1$	$> \pi$
h	$< L/25$	$> L_0/2$
$\tanh(2\pi h/L)$	$2\pi h/L$	1
$\sinh(2\pi h/L)$	$2\pi h/L$	-
$\cosh(2\pi h/L)$	1	-
$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)$	$T\sqrt{gh}$	$L_0 = gT^2/2\pi$
$C = L/T$	\sqrt{gh}	L_0/T
$G = 2kh/\sinh(2kh)$	1	0
$C_g = C/2 * (1+G)$	C	C/2

Tabla 1.1 - Rangos de variación y límites asintóticos de algunas funciones

Los límites indicados para la profundidad no deben tomarse como límites exactos, sino como valores a partir de los cuales la desviación entre las expresiones indicadas y sus límites asintóticos es despreciable. Se hace notar que los límites de profundidad dados no son en ningún caso absolutos, sino que están en relación con el periodo del oleaje.

¹ La profundidad que separa la zona de aguas profundas y la de aguas someras se denomina límite de aguas profundas: $2\pi h/L = \pi \Rightarrow h = L_0/2 = gT^2/4\pi$



Ejemplo 1.2: Profundidades indefinidas, reducidas e intermedias

La definición de profundidades indefinidas (aguas profundas), reducidas (aguas someras), ó intermedias no es en ningún caso absoluta, sino que se hace siempre en relación con el periodo del oleaje. A continuación se definen las zonas de profundidades indefinidas, reducidas, e intermedias para dos oleajes regulares, con periodos $T = 20$ s y $T = 6$ s.

El oleaje con $T = 20$ s, tiene una longitud de onda en aguas profundas $L_0 = gT^2/2\pi = 624.5$ m y por tanto está en profundidades indefinidas si

$$h > L_0 / 2 = 312.3 \text{ m}$$

Sin embargo si el periodo es $T = 6$ s $\Rightarrow L_0 = 56.2$ m, estando en este caso el límite de aguas profundas a una profundidad

$$h > L_0 / 2 = 28.1 \text{ m}$$

De la misma forma, un oleaje está en profundidades reducidas siempre que se verifique $h < L / 25$, debiendo tenerse en cuenta que en esta última expresión L depende a su vez de h en base a la relación de dispersión lineal. Por ejemplo, empleando dicha relación (1.9) o bien su aproximación (1.10), comprobamos que para un oleaje con $T = 20$ s, una profundidad de 2 m corresponde a profundidades reducidas

$$h = 4 \text{ m} \Rightarrow L = 124.4 \text{ m} \Rightarrow L / 25 = 5.0 \text{ m} \Rightarrow \text{se cumple } h < L / 25 \Rightarrow \text{profundidades reducidas}$$

Tanteando con distintos valores de h se puede definir, para dicho oleaje, la zona de profundidades reducidas (se debe tener en cuenta que la longitud de onda siempre decrece al hacerlo la profundidad)

$$h = 6.15 \text{ m} \Rightarrow L = 153.7 \text{ m} \Rightarrow L / 25 = 6.15 \text{ m} \Rightarrow \text{profundidades reducidas si } h < 6.15 \text{ m}$$

Procediendo de la misma forma con el oleaje de $T = 6$ s

$$h = 0.55 \text{ m} \Rightarrow L = 13.8 \text{ m} \Rightarrow L / 25 = 0.55 \text{ m} \Rightarrow \text{profundidades reducidas si } h < 0.55 \text{ m}$$

Resumiendo

$T = 20$ s	Profundidades indefinidas	$h > 312.3$ m
	Profundidades intermedias	$312.3 \text{ m} > h > 6.15$ m
	Profundidades reducidas	$h < 6.15$ m
$T = 6$ s	Profundidades indefinidas	$h > 28.1$ m
	Profundidades intermedias	$28.1 \text{ m} > h > 0.55$ m
	Profundidades reducidas	$h < 0.55$ m

Ejemplo 1.3: Celeridad de fase en aguas someras

Para los dos oleajes considerados en el ejemplo anterior, se puede comprobar como la celeridad depende del periodo en profundidades indefinidas ó intermedias, mientras que es independiente del mismo en profundidades reducidas.

Así, a 50 m de profundidad viaja más rápido el oleaje con mayor periodo

$$T = 20 \text{ s} \Rightarrow L = 405.64 \text{ m} \Rightarrow C = L / T = 20.28 \text{ m/s}$$

$$T = 6 \text{ s} \Rightarrow L = 56.21 \text{ m} \Rightarrow C = L / T = 9.37 \text{ m/s}$$

Mientras que a 0.3 m de profundidad la celeridad en profundidades reducidas es prácticamente independiente del periodo

$$T = 6 \text{ s} \Rightarrow L = 10.24 \text{ m} \Rightarrow C = L / T = 1.706 \text{ m/s}$$

$$T = 20 \text{ s} \Rightarrow L = 34.29 \text{ m} \Rightarrow C = L / T = 1.714 \text{ m/s}$$

Esta celeridad resulta ser aproximadamente



$$C = \sqrt{gh} = \sqrt{9.81 \cdot 0.3} = 1.716 \text{ m/s}$$

Debe recordarse que este hecho está basado en que $\tanh(2\pi h/L)$ tiende a $2\pi h/L$ en profundidades reducidas, lo cual es una aproximación tanto más exacta cuanto más reducidas sean las profundidades.

1.4 Energía del oleaje

Densidad superficial de energía

Dejando a un lado la acción del viento y la fricción con el fondo, las fuerzas que actúan sobre las partículas de agua en el mar son la gravedad y la presión ejercida por las partículas adyacentes. La energía mecánica de una partícula de fluido viene dada por

$$E_{mec} = E_c + E_{pp} + E_{pg} = \frac{\rho(u^2 + v^2 + w^2)}{2} + p + \rho gz \quad (1.12)$$

donde $\rho(u^2 + v^2 + w^2)/2$ es la energía cinética por unidad de volumen, la presión p equivale a la energía potencial de la fuerza de presión por unidad de volumen, y ρgz es la energía potencial gravitatoria por unidad de volumen (pudiendo z estar z referida a un nivel arbitrario, en este caso a la superficie del mar en reposo).

Estando el mar en reposo, las energías potenciales gravitatoria y de presión se anulan entre sí, ya que la ley hidrostática de presiones viene dada por $p = -\rho gz$. Por lo tanto, teniendo en cuenta que la energía cinética también se anula, la energía mecánica de cualquier partícula de agua resulta ser igual a cero. Sin embargo, en presencia del oleaje la energía mecánica de las partículas toma un valor no nulo.

Considerando un cierto dominio de cálculo de anchura unidad y longitud igual a una longitud de onda, abarcando toda la profundidad, la energía mecánica total que por causa del oleaje existe en dicho dominio es

$$E_{mec} = \iint_{\text{dominio}} \left[\frac{\rho(u^2 + v^2 + w^2)}{2} + p + \rho gz \right] \cdot dx \cdot dz$$

Se toman las velocidades u , v y w , y la presión p , dadas por la teoría lineal, la cual considera la superficie libre situada en $z = 0$, por lo que el dominio de cálculo se extiende en vertical hasta este punto. En lo que respecta a la energía potencial gravitatoria, sin embargo, no se asume ninguna simplificación respecto a la superficie libre, por lo que el dominio de cálculo se extiende hasta $z = \eta$.

$$E_{mec} = \int_0^L \left\{ \int_{-d}^0 \left[\frac{\rho(u^2 + v^2 + w^2)}{2} + p \right] \cdot dz + \int_{-d}^{\eta} \rho gz \cdot dz \right\} \cdot dx$$

$$E_{mec} = \int_0^L \left\{ \int_{-d}^0 \left[\frac{\rho(u^2 + v^2 + w^2)}{2} + (p_{dinamica} - \rho gz) \right] \cdot dz + \int_{-d}^{\eta} \rho gz \cdot dz \right\} \cdot dx$$

$$E_{mec} = \int_0^L \left\{ \int_{-d}^0 \left[\frac{\rho(u^2 + v^2 + w^2)}{2} + p_{dinamica} \right] \cdot dz + \int_0^{\eta} \rho gz \cdot dz \right\} \cdot dx$$



Considerando las expresiones (1.4) y (1.5) para una onda progresiva, e integrando, se obtiene la energía mecánica existente en todo el dominio de cálculo debido al oleaje

$$E_{mec} = \frac{\rho g H^2 L}{16} + 0 + \frac{\rho g H^2 L}{16} = \frac{\rho g H^2 L}{8}$$

Finalmente, se define la *densidad superficial de energía* del oleaje, o simplemente *energía* del oleaje, como la energía por unidad de superficie (en planta), promediada a lo largo de una longitud de onda. Dado que el dominio de cálculo escogido para el desarrollo anterior abarca una superficie en planta igual a L, la energía por unidad de superficie depende únicamente de la altura de ola

$$E = \frac{E_{mec}}{L} = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad (1.13)$$

Para una onda estacionaria la energía existente por unidad de superficie es igual a la suma de las energías de dos ondas progresivas (incidente y reflejada)

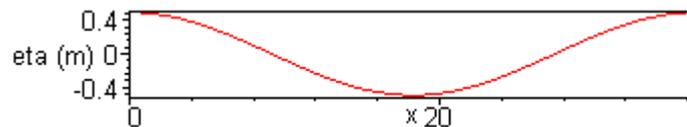
$$E = \frac{E_{mec}}{L} = \frac{1}{4} \rho g H^2$$

Ejemplo 1.4: Energía del oleaje

La densidad de energía de una onda progresiva de altura 1 m en agua de mar es

$$E = \frac{1}{8} \rho g H^2 = \frac{1}{8} \cdot 1025 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 1m^2 = 1256.9 \text{ J/m}^2$$

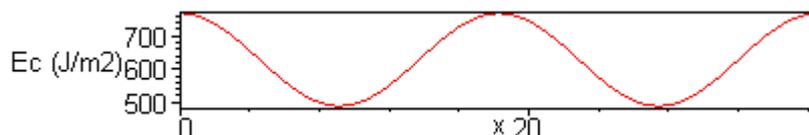
la mitad de ella correspondiente a energía cinética y la otra mitad a energía potencial gravitatoria. No obstante, la energía está desigualmente distribuida a lo largo de la longitud de onda.



Así, para la onda de la figura, con $T = 5$ s, a $h = 10$ m de profundidad ($L = 36.593$ m) y $H = 1$ m, la energía cinética por unidad de área

$$\int_{-d}^0 \left[\frac{\rho(u^2 + v^2 + w^2)}{2} \right] \cdot dz$$

se distribuye bajo la onda según se muestra en la figura, con un valor máximo de 767.82 J/m^2 bajo la cresta y bajo el seno, y un valor mínimo de 489.08 J/m^2 bajo los puntos de sobreelevación nula. La energía cinética media, promediada en una longitud de onda, es de 628.45 J/m^2 .

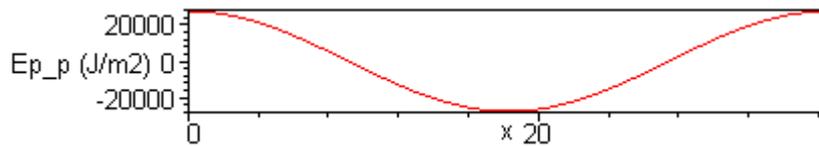


La energía potencial debida a la presión dinámica del oleaje

$$\int_{-d}^0 P_{dinamica} \cdot dz$$



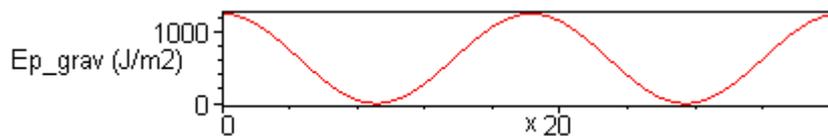
es positiva si lo es la sobreelevación y negativa en caso contrario, por lo cual considerando la totalidad de la onda, la energía bajo la cresta se anula con la energía bajo el seno, según se muestra en la figura. El valor máximo corresponde a 27451 J/m².



Finalmente, la energía potencial gravitatoria debida al oleaje

$$\int_0^{\eta} \rho g z \cdot dz$$

se distribuye bajo la onda de forma análoga a la energía cinética, con un valor máximo bajo la cresta o bajo el seno de 1256.9 J/m², y un valor mínimo nulo en los puntos de sobreelevación nula. El valor promediado en una longitud de onda es de 628.45 J/m².



Celeridad de grupo y flujo de energía

El oleaje produce un transporte de energía. Su densidad de energía viaja con él a una velocidad denominada celeridad de grupo C_g, que viene dada por la derivada de la frecuencia angular respecto del número de onda, y depende únicamente del periodo y de la profundidad.

$$C_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right) \quad (1.14)$$

Donde C = L/T es la celeridad de fase del oleaje. El término 2kh/senh(2kh) (denotado en ocasiones con la letra G) tiende asintóticamente a 0 en profundidades indefinidas y a 1 en profundidades reducidas. Por tanto la celeridad de grupo es siempre menor que la de fase; en aguas profundas es la mitad de esta última, y en profundidades reducidas tiende asintóticamente a igualar su valor.

A la cantidad de energía que atraviesa un ancho b (medido sobre el frente de onda¹) por unidad de tiempo, se la denomina flujo de energía

$$E_f = E \cdot C_g \cdot b \quad (1.15)$$

El transporte de la energía del oleaje no está en relación con el transporte de masa de agua, el cual es de hecho inexistente según la teoría lineal. Recordemos que según dicha teoría las partículas de agua describen trayectorias cerradas.

Por otra parte, teniendo en cuenta que una onda estacionaria equivale a la superposición de dos ondas progresivas que viajan en dirección contraria, su flujo de energía es nulo.

¹ Se denomina frente de onda al lugar geométrico de los puntos que, en un instante determinado, están situados sobre la cresta de la onda.



1.5 Asomeramiento y refracción

Asomeramiento (shoaling)

Consideraremos la analogía con una tubería de sección variable por la cual circula un fluido incompresible. Si el flujo es estacionario, la cantidad de agua que atraviesa una sección 1 por unidad de tiempo ha de coincidir con la que atraviesa la sección 2, de modo que la cantidad total de agua que ocupa el tramo de tubería situado entre las secciones 1 y 2 se mantenga constante a lo largo del tiempo. Ello nos lleva a que el caudal en las distintas secciones es constante.

El caso descrito es análogo al del oleaje propagándose por un canal de longitud indefinida, anchura unidad, y profundidad variable $h = h(x)$. Por dicho canal, en lugar del fluido antes mencionado, circula la energía del oleaje, la cual viaja a una velocidad C_g . En condiciones estacionarias, y despreciando las pérdidas de energía¹, la cantidad de energía que hay entre dos secciones 1 y 2 del canal debe permanecer constante, por lo que la energía que por unidad de tiempo atraviesa una determinada sección 1 del canal debe coincidir con la que atraviesa la sección 2. Es decir, se conserva el flujo de energía entre ambas secciones

$$E_{f1} = E_{f2}$$

Usando las ecuaciones (1.13) y (1.15)

$$E_1 \cdot C_{g1} = E_2 \cdot C_{g2}$$

$$H_1^2 C_{g1} = H_2^2 C_{g2}$$

Es decir, las variaciones en la velocidad de avance de la energía se compensan con variaciones de la altura de ola, de forma análoga a lo que ocurre en la analogía descrita, en la cual las variaciones de sección se compensan con variaciones en la velocidad de circulación del fluido.

A esta variación de la altura de ola provocada por la variación de la celeridad de grupo se la denomina *asomeramiento*. Se denomina coeficiente de asomeramiento (ó de shoaling) entre 1 y 2, al factor por el que hay que multiplicar la altura de ola en la sección 1, para obtener la altura de ola en la sección 2. Este coeficiente depende únicamente del periodo del oleaje y de las profundidades de los puntos inicial y final considerados

$$K_{S(h_1 \rightarrow h_2)} = \frac{H_2}{H_1} = \sqrt{\frac{C_{g1}}{C_{g2}}} \quad (1.16)$$

El asomeramiento provoca una variación de la altura de ola en función de la profundidad, dependiendo su efecto del periodo del oleaje

Se hace notar que la celeridad de grupo depende únicamente del periodo (el cual no varía a lo largo de la propagación) y de la profundidad, es decir $C_{g1} = C_g(T, h_1)$ y $C_{g2} = C_g(T, h_2)$. Es habitual emplear el coeficiente de shoaling desde aguas profundas hasta un punto situado a una profundidad genérica h . Haciendo uso de la ecuación (1.14) se obtiene

¹ Las pérdidas de energía se pueden considerar en general despreciables en lo que respecta a la fricción con el fondo, o a la fricción de las partículas de agua entre sí. Sin embargo despreciar las pérdidas de energía en los casos en los que se produce la rotura del oleaje lleva a resultados erróneos.



$$K_{S(0 \rightarrow h)} = \frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{C_{g0}}{C_g}} = \sqrt{\frac{\frac{L_0/T}{2} \cdot (1+0)}{\frac{L/T}{2} \cdot \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)}\right)}} = \left[\left(1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)}\right) \tanh \frac{2\pi h}{L} \right]^{-0.5} \quad (1.17)$$

donde H_0 es la altura de ola en aguas profundas, h es la profundidad, y H y L son la altura de ola y la longitud de onda a dicha profundidad. La representación gráfica de esta expresión se muestra en la figura siguiente en función de la profundidad adimensional h/L , correspondiendo la zona de aguas profundas a $h/L > 0.5$, y la de profundidades reducidas a $h/L < 1/25 = 0.04$. La curva tiene un valor mínimo $K_s = 0.913$ para una profundidad adimensional $h/L = 0.192$, y aumenta teóricamente hasta un valor infinito para $h/L = 0$. Es decir, durante la propagación del oleaje hacia la costa, la altura de ola decrece primero inicialmente hasta un valor $0.913 H_0$, y crece luego indefinidamente hasta alcanzarse el punto en el cual se produce la rotura, la cual, como se verá, provoca que la altura de ola pase a decrecer nuevamente.

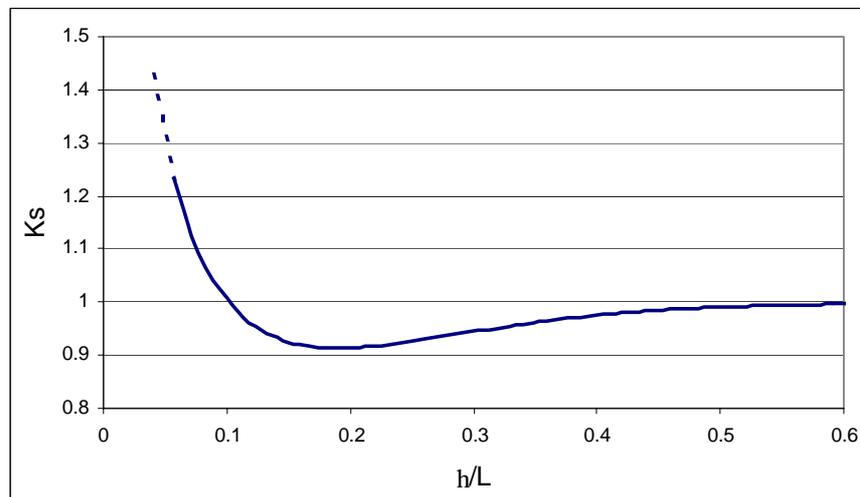


Figura 1.1 - Coeficiente de asomeramiento desde aguas profundas

Finalmente, se hace notar que el coeficiente de asomeramiento entre dos puntos puede ser expresado en función de los coeficientes de asomeramiento entre aguas profundas y dichos puntos

$$K_{S(h_1 \rightarrow h_2)} = \sqrt{\frac{C_{g1}}{C_{g2}}} = \sqrt{\frac{C_{g0}}{C_{g2}}} \sqrt{\frac{C_{g1}}{C_{g0}}} = \frac{K_{S(0 \rightarrow h_2)}}{K_{S(0 \rightarrow h_1)}}$$

Ejemplo 1.5: Asomeramiento del oleaje

Un oleaje que en aguas profundas (punto 1) tiene

$$T = 11 \text{ s}$$

$$H_1 = 2 \text{ m}$$

se propaga hasta un punto situado a 50 m de profundidad (punto 2). Debido al asomeramiento, y en ausencia de otros fenómenos que pudieran modificar las características de ese oleaje durante la propagación (refracción, difracción o rotura), este oleaje pasaría a tener, a esta profundidad, una altura de ola



$$H_2 = 1.87 \text{ m}$$

Para la obtención de este resultado se ha determinado la longitud de onda a 50 m de profundidad mediante la ecuación (1.9) o bien su aproximación (1.10)

$$L_2 = 178.13$$

y seguidamente se ha obtenido el coeficiente de asomeramiento empleando la ecuación (1.17)

$$K_s = 0.937$$

Este resultado también podría haber sido obtenido mediante la Figura 1.1 con $h/L = 0.28$, o bien empleando las ecuaciones (1.14) y (1.16), correspondiendo el punto 1 en este caso a aguas profundas y el punto 2 a una profundidad de 50 m

$$C_{g1} = C_1/2 = (L_1 / T) / 2 = 8.587 \text{ m/s}$$

$$C_{g2} = 9.777 \text{ m/s}$$

Asimismo, un tsunami que en aguas profundas (punto 1) tiene

$$T = 26 \text{ min} = 1560 \text{ s}$$

$$H_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

tiene, a 10 m de profundidad (punto 2), una longitud de onda y una altura de ola

$$L_2 = 15.45 \text{ Km}$$

$$K_s = 11.09 \Rightarrow H_2 = 1.11 \text{ m}$$

Refracción

En la Figura 1.2 se muestra una vista en planta de la propagación de un determinado oleaje regular hacia la costa. En la figura se han representado únicamente las curvas batimétricas (curvas que unen puntos de igual profundidad) situadas en profundidades someras ó intermedias, apareciendo por tanto en blanco la zona de aguas profundas.

Por definición, la distancia entre un frente de onda¹ y el siguiente, es igual a una longitud de onda. En aguas profundas la longitud de onda permanece constante (L_0), por lo que los frentes están equiespaciados y paralelos entre sí. Sin embargo, una vez que se alcanza la zona de profundidades intermedias ó someras, a medida que la profundidad decrece lo hacen también la celeridad y la longitud de onda, en virtud de la relación de dispersión, por lo que los frentes se aproximan entre sí. Además, si los distintos puntos de un mismo frente están situados en distintas profundidades, los situados a mayor profundidad viajan con mayor celeridad, por lo que el frente gira, intentando colocarse paralelo a las curvas batimétricas.

A este proceso se le denomina, globalmente, refracción.

¹ Lugar geométrico de los puntos situados sobre la cresta de una ola.

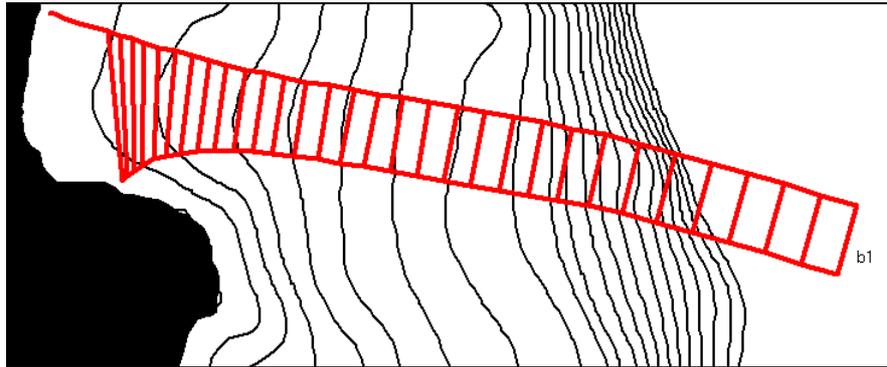


Figura 1.2 - Propagación de un oleaje hacia la costa

Para el estudio de la refracción se partirá de la hipótesis de que la energía del oleaje avanza sin “salirse” de las ortogonales¹ que lo delimitan, no existiendo cesión lateral de energía. Es decir, se supone que no hay difracción, y de esta forma el proceso de la refracción se puede estudiar separadamente al de la difracción (expuesto en el apartado siguiente).

El proceso de la refracción se puede entender mediante una analogía con el flujo de un fluido incompresible por una tubería. Sucede que a medida que decrece la sección de la tubería, mayor ha de ser la velocidad del fluido para que se conserve el caudal, esto es el volumen de agua que atraviesa una sección de la tubería por unidad de tiempo. De igual modo, al juntarse las ortogonales durante la propagación del oleaje, la altura de ola ha de aumentar para que se conserve el flujo de energía, esto es, la cantidad de energía que atraviesa una sección determinada por unidad de tiempo.

Así, aplicando la conservación del flujo de energía expuesta en el apartado anterior, entre dos secciones 1 y 2

$$E_{f1} = E_{f2}$$

Usando las ecuaciones (1.15) y (1.13) podemos expresar el flujo de energía en función de la altura de ola, la celeridad de grupo del oleaje y la separación b entre ortogonales en los puntos 1 y 2

$$\begin{aligned} [EC_g b]_1 &= [EC_g b]_2 \\ [H^2 C_g \cdot b]_1 &= [H^2 C_g \cdot b]_2 \end{aligned}$$

De este modo, la relación entre la altura de ola en la sección 2 y la existente en la sección 1 viene dada por

$$\frac{H_2}{H_1} = \sqrt{\frac{b_1}{b_2}} \sqrt{\frac{C_{g1}}{C_{g2}}} = K_r \cdot K_s$$

Esta ecuación expresa el efecto conjunto que sobre la altura de ola tiene la refracción (primer término) y el asomeramiento (segundo término). El término $(b_1/b_2)^{0.5}$ se denomina *coeficiente de refracción*, y representa la variación de altura de ola del oleaje debido al aumento ó reducción de la distancia entre dos ortogonales. En las zonas donde las ortogonales tienden a juntarse (por

¹ Curvas que son, en todo momento, perpendiculares al frente de onda.



ejemplo cabos) la concentración de energía hace que este coeficiente sea mayor que la unidad, mientras que en las zonas donde estas se separan (por ejemplo bahías) el coeficiente es menor que uno.

La refracción hace variar la dirección de propagación, y como consecuencia la altura de ola; su efecto depende de la batimetría y del periodo del oleaje

La obtención del coeficiente de refracción precisa, en general, del empleo de un modelo numérico de propagación de oleaje que determine la posición de los frentes de onda a lo largo de la propagación del oleaje, y correspondientemente sus ortogonales.

En aguas profundas, como se ha justificado anteriormente, las ortogonales permanecen paralelas entre sí, por lo que el coeficiente de refracción es igual a 1. Dado que el coeficiente de asomeramiento también es constante, ya que en esta zona se mantienen constantes la profundidad y la celeridad de grupo, se concluye que

En profundidades indefinidas la dirección de propagación y altura de ola se mantienen siempre constantes.

Refracción con batimétricas paralelas

Un caso particular con solución analítica sencilla al problema de la refracción es la propagación del oleaje sobre un fondo con batimétricas paralelas (por ejemplo, un fondo plano). Es fácil demostrar que la solución expuesta a continuación para un cambio brusco de la profundidad, coincide con la obtenida para un cambio gradual de la profundidad.

La Figura 1.3 muestra dos ortogonales separadas inicialmente una distancia $\cos(\alpha_1)$, correspondientes a un oleaje que incide oblicuamente sobre la batimetría que separa una zona con profundidad d_1 (parte inferior de la figura) de otra con profundidad d_2 menor que d_1 (parte superior).

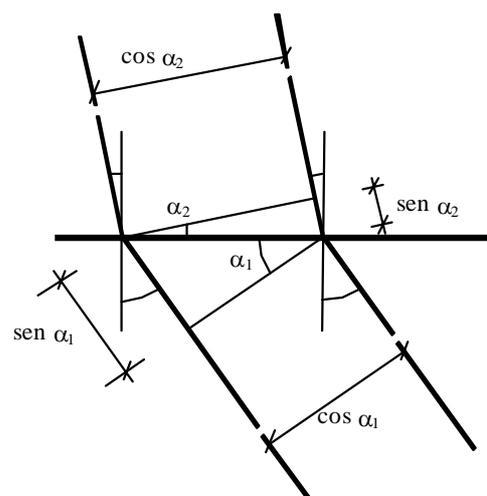


Figura 1.3 - Incidencia oblicua con batimétricas paralelas

La celeridad de fase de la onda en la zona con profundidad d_2 es menor que la que tiene en la zona con profundidad d_1 . Por este motivo, el frente de onda gira al atravesar la línea de



separación, ya que el tiempo que la onda emplea en recorrer la distancia $\text{sen}(\alpha_1)$ a una celeridad C_1 ha de ser igual al empleado en recorrer la distancia $\text{sen}(\alpha_2)$ a una celeridad C_2 ,

$$t = \frac{\text{sen}(\alpha_1)}{C_1} = \frac{\text{sen}(\alpha_2)}{C_2} \quad (1.18)$$

Esta expresión, denominada ley de Snell, define el cambio de dirección de propagación de una onda al cambiar de medio de propagación. De ella se puede obtener la oblicuidad del oleaje transmitido, α_2 .

En este caso particular, el coeficiente de refracción es siempre menor ó igual que 1, y viene dado por

$$K_r = \sqrt{\frac{b_1}{b_2}} = \sqrt{\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}} \quad (1.19)$$

Ejemplo 1.6: Refracción del oleaje

Un oleaje regular tiene, en aguas profundas, las siguientes características

Periodo	$T = 11 \text{ s}$
Altura de ola en aguas profundas	$H_0 = 2 \text{ m}$
Oblicuidad	$\alpha_0 = 45^\circ$

donde la oblicuidad se define como el ángulo que forman las líneas batimétricas con la dirección de avance del oleaje. Este oleaje se propaga sobre un fondo plano hasta una profundidad de 50 m. Debido al efecto conjunto de la refracción y el asomeramiento, y en ausencia de otros fenómenos que pudieran modificar las características de ese oleaje durante la propagación (difracción o rotura), las características de este oleaje se ven modificadas.

A partir de la ley de Snell (1.18) aplicada entre un punto 0 (aguas profundas) y el punto 1 (situado a 50 m de profundidad) se obtiene la oblicuidad del oleaje en el punto 1

$$\frac{\text{sen}(\alpha_0)}{C_0} = \frac{\text{sen}(\alpha_1)}{C_1} \Rightarrow \alpha_1 = 41.82^\circ$$

pues (1.3)

$$C_0 = L_0/T = (gT^2/2\pi) / T = 188.919 / 11 = 17.174 \text{ m/s}$$

$$C_1 = L_1/T = 178.133 / 11 = 16.194 \text{ m/s}$$

El coeficiente de refracción viene dado por (1.19)

$$K_r = \sqrt{\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_1}} = \sqrt{\frac{\cos(45^\circ)}{\cos(41.82^\circ)}} = 0.974$$

El coeficiente de asomeramiento viene dado por (ver Ejemplo 1.5)

$$K_s = 0.937$$

Por tanto a 50 m de profundidad el oleaje tiene una altura de ola

$$H = K_r \cdot K_s \cdot H_0 = 1.83 \text{ m}$$



1.6 Difracción

Imaginemos un canal de sección rectangular con un sistema generación de oleaje en uno de sus contornos, y una playa en el contorno opuesto para la disipación de la energía del oleaje generado. Supongamos el sistema de generación de oleaje dividido en tres generadores denominados “palas de generación”. Si hacemos funcionar las tres palas a la vez, como si fueran una sola, observaremos al oleaje avanzar de forma ordenada, con crestas y senos paralelos entre sí y paralelos a su vez al contorno de generación.

Si por el contrario hacemos funcionar únicamente la pala central, es evidente que las zonas laterales del canal no permanecerán en calma mientras el oleaje avanza por la zona central. Los frentes de onda se extenderán a las zonas laterales, en donde adoptarán cierta curvatura hacia el exterior dejando de ser paralelos al borde de generación. Parte de la energía de la zona central será por tanto cedida a las zonas laterales. De igual manera, si las tres palas funcionan simultáneamente para generar oleajes de distinta altura, parte de la energía de las zonas con mayor altura de ola será cedida a las zonas en las que el oleaje generado tiene menor altura.

Este fenómeno, denominado difracción, consiste en palabras de Iribarren en una “expansión lateral” de la energía, y está motivado por la existencia de gradientes de altura de ola a lo largo de los frentes de onda. La difracción provoca la propagación de la energía a lo largo del frente de onda (es decir en dirección transversal al a de avance de los frentes), tendiendo a repartirla de forma que se reduzcan los gradientes de altura de ola, y causando además una reorientación de la dirección principal de propagación.

Cuando el oleaje se propaga en el mar, los efectos de la refracción, el shoaling y la rotura son más acusados en unas zonas que en otras, por lo que en un instante determinado la altura de ola no es la misma en todos los puntos de un mismo frente de onda. De igual forma, la presencia de obstáculos al avance del oleaje (por ejemplo obras de abrigo) crea zonas de sombra a las cuales la energía penetra debido a la difracción.

La consideración de la difracción es de gran importancia sobre todo en la penetración del oleaje en puertos y zonas abrigadas, y también, aunque en menor medida, en áreas abiertas con batimetría compleja. Además, la consideración de la difracción permite obtener soluciones en puntos que la simple refracción no resuelve debido a la presencia de cáusticos con indeterminación de la altura de ola, como el que se muestra en la figura.

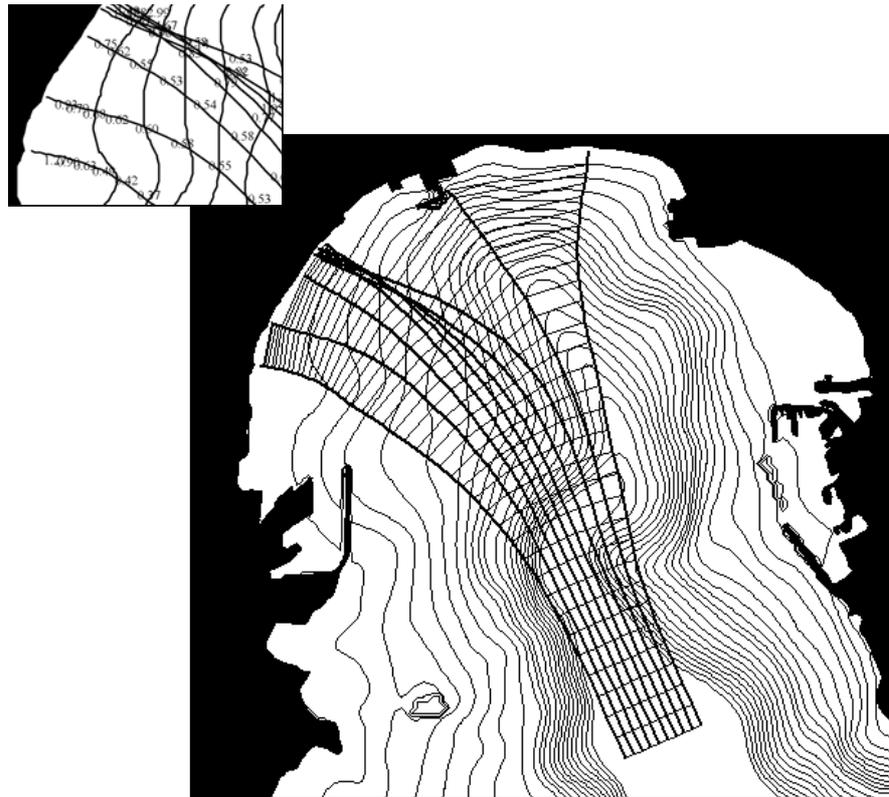


Figura 1.4 - Propagación de oleaje con un modelo numérico que considera únicamente los fenómenos de refracción y asomeramiento

Difracción tras un dique semi-infinito (Wiegel 1962)

En general el análisis de la difracción es complicado y precisa del empleo de modelos numéricos. Sin embargo, existen soluciones analíticas al problema para casos sencillos como son la difracción tras un dique semi-infinito, y la difracción tras una bocana estrecha. Penny y Price (1952) mostraron en que la solución matemática al problema de la difracción de la luz (Sommerfeld 1896) podía ser aplicada a la difracción del oleaje. Esta solución fue tabulada por Wiegel (1962) para el caso de un dique semi-infinito, permitiendo obtener el coeficiente de difracción, es decir, la relación entre la altura de ola H_d en un punto definido por sus coordenadas polares r y β , y la altura de ola H_i del oleaje incidente en el morro del dique.

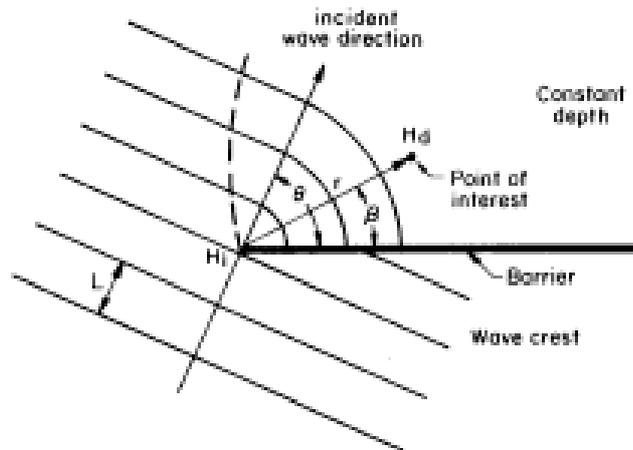


Figura 1.5 – Difracción del oleaje tras un dique semi-infinito

r/L	β (Degrees)																										
	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	
$\theta = 15^\circ$																											
1/2	0.49	0.79	0.83	0.90	0.97	1.01	1.03	1.02	1.01	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	0.28	0.28	0.29	0.32	0.35	0.41	0.49	0.59	0.72	0.85	0.97	1.01	1.00
1	0.38	0.73	0.83	0.95	1.04	1.04	0.99	0.98	1.01	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	0.20	0.20	0.24	0.23	0.27	0.33	0.42	0.56	0.75	0.95	1.06	1.04	1.00
2	0.21	0.68	0.86	1.05	1.03	0.97	1.02	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.14	0.14	0.13	0.17	0.20	0.25	0.35	0.54	0.83	1.08	1.03	0.97	1.00
5	0.13	0.63	0.99	1.04	1.03	1.02	0.99	0.99	1.00	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	0.09	0.09	0.10	0.11	0.13	0.17	0.27	0.52	1.02	1.04	1.04	1.02	1.00
10	0.35	0.58	1.10	1.05	0.98	0.99	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.07	0.06	0.08	0.08	0.09	0.12	0.20	0.52	1.14	1.07	0.97	0.99	1.00
$\theta = 30^\circ$																											
1/2	0.61	0.63	0.68	0.76	0.87	0.97	1.03	1.05	1.03	1.01	0.99	0.95	1.00	0.25	0.26	0.27	0.28	0.31	0.35	0.41	0.50	0.60	0.73	0.87	0.97	1.00	1.00
1	0.50	0.53	0.63	0.78	0.95	1.06	1.05	0.98	0.98	1.01	1.01	0.97	1.00	0.18	0.19	0.19	0.21	0.23	0.27	0.33	0.43	0.57	0.76	0.95	1.04	1.00	1.00
2	0.40	0.44	0.59	0.84	1.07	1.03	0.96	1.02	0.98	1.01	0.99	0.95	1.00	0.13	0.13	0.14	0.14	0.17	0.20	0.26	0.36	0.55	0.83	1.07	1.03	1.00	1.00
5	0.27	0.32	0.55	1.00	1.04	1.04	1.02	0.99	0.99	1.00	1.01	0.97	1.00	0.08	0.08	0.08	0.09	0.11	0.13	0.16	0.27	0.53	1.01	1.04	1.03	1.00	1.00
10	0.20	0.24	0.54	1.12	1.06	0.97	0.99	1.01	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	0.06	0.06	0.06	0.07	0.07	0.09	0.13	0.20	0.52	1.13	1.06	0.98	1.00	1.00
$\theta = 45^\circ$																											
1/2	0.49	0.50	0.55	0.63	0.73	0.85	0.96	1.04	1.06	1.04	1.00	0.99	1.00	0.24	0.24	0.25	0.26	0.28	0.32	0.36	0.42	0.52	0.63	0.76	0.90	1.00	1.00
1	0.38	0.40	0.47	0.59	0.76	0.95	1.07	1.06	0.98	0.97	1.01	1.01	1.00	0.18	0.17	0.18	0.19	0.21	0.23	0.28	0.34	0.44	0.59	0.78	0.95	1.00	1.00
2	0.29	0.31	0.39	0.56	0.83	1.08	1.04	0.96	1.03	0.98	1.01	1.00	1.00	0.12	0.12	0.13	0.14	0.14	0.17	0.20	0.26	0.37	0.56	0.84	1.05	1.00	1.00
5	0.18	0.20	0.29	0.54	1.01	1.04	1.05	1.03	1.00	0.99	1.01	1.00	1.00	0.08	0.07	0.08	0.08	0.09	0.11	0.13	0.17	0.28	0.54	1.00	1.04	1.00	1.00
10	0.13	0.15	0.22	0.53	1.13	1.07	0.96	0.98	1.02	0.99	1.00	1.00	1.00	0.05	0.06	0.06	0.06	0.07	0.08	0.09	0.13	0.21	0.53	1.12	1.05	1.00	1.00
$\theta = 60^\circ$																											
1/2	0.40	0.41	0.45	0.52	0.60	0.72	0.85	1.13	1.04	1.06	1.03	1.01	1.00	0.23	0.23	0.24	0.25	0.27	0.29	0.33	0.38	0.45	0.55	0.68	0.83	1.00	1.00
1	0.31	0.32	0.36	0.44	0.57	0.75	0.96	1.08	1.06	0.98	0.98	1.01	1.00	0.16	0.17	0.17	0.18	0.19	0.22	0.24	0.29	0.36	0.47	0.63	0.83	1.00	1.00
2	0.22	0.23	0.28	0.37	0.55	0.83	1.08	1.04	0.96	1.03	0.98	1.01	1.00	0.12	0.12	0.12	0.13	0.14	0.15	0.18	0.22	0.28	0.39	0.59	0.86	1.00	1.00
5	0.14	0.15	0.18	0.28	0.53	1.01	1.04	1.05	1.03	0.99	0.99	1.00	1.00	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.10	0.11	0.13	0.18	0.29	0.55	0.99	1.00	1.00
10	0.10	0.11	0.13	0.21	0.52	1.14	1.07	0.96	0.98	1.01	1.00	1.00	1.00	0.05	0.05	0.05	0.06	0.06	0.07	0.08	0.10	0.13	0.22	0.54	1.10	1.00	1.00
$\theta = 75^\circ$																											
1/2	0.34	0.35	0.38	0.42	0.50	0.59	0.71	0.85	0.97	1.04	1.05	1.02	1.00	0.23	0.23	0.23	0.24	0.26	0.28	0.31	0.35	0.41	0.50	0.63	0.79	1.00	1.00
1	0.25	0.26	0.29	0.34	0.43	0.56	0.75	0.95	1.02	1.06	0.98	0.98	1.00	0.16	0.16	0.17	0.17	0.19	0.20	0.23	0.26	0.32	0.40	0.53	0.73	1.00	1.00
2	0.18	0.19	0.22	0.26	0.36	0.54	0.83	1.09	1.04	0.96	1.03	0.99	1.00	0.11	0.11	0.12	0.12	0.13	0.14	0.16	0.19	0.23	0.31	0.44	0.68	1.00	1.00
5	0.12	0.12	0.13	0.17	0.27	0.52	1.01	1.04	1.05	1.03	0.99	0.99	1.00	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.09	0.10	0.12	0.15	0.20	0.32	0.63	1.00	1.00
10	0.08	0.08	0.10	0.13	0.20	0.52	1.14	1.07	0.96	0.98	1.01	1.00	1.00	0.05	0.05	0.05	0.06	0.06	0.07	0.08	0.10	0.11	0.11	0.21	0.58	1.00	1.00
$\theta = 90^\circ$																											
1/2	0.31	0.31	0.33	0.36	0.41	0.49	0.59	0.71	0.85	0.96	1.03	1.03	1.00	0.20	0.20	0.23	0.24	0.25	0.28	0.31	0.34	0.40	0.49	0.61	0.78	1.00	1.00
1	0.22	0.23	0.24	0.28	0.33	0.42	0.56	0.75	0.96	1.07	1.05	0.99	1.00	0.10	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.16	0.18	0.22	0.29	0.40	0.60	1.00	1.00
2	0.16	0.16	0.18	0.20	0.26	0.35	0.54	0.69	1.08	1.04	0.96	1.02	1.00	0.07	0.07	0.08	0.08	0.09	0.10	0.12	0.14	0.18	0.27	0.46	1.00	1.00	1.00
5	0.10	0.10	0.11	0.13	0.16	0.27	0.53	1.01	1.04	1.05	1.02	0.99	1.00	0.05	0.05	0.05	0.06	0.06	0.07	0.08	0.10	0.12	0.14	0.18	0.27	0.46	1.00
10	0.07	0.07	0.08	0.09	0.13	0.20	0.52	1.14	1.07	0.96	0.99	1.01	1.00	0.04	0.04	0.04	0.04	0.06	0.07	0.07	0.08	0.10	0.13	0.20	0.36	1.00	1.00

Tabla 1.2 – Coeficiente de difracción tras un dique semi-infinito (Wiegel 1962)

Además, Wiegel también mostró esta solución en forma gráfica; la Figura 1.6 es una muestra de ello para incidencia normal del oleaje ($\theta = 90^\circ$). Para este caso cabe destacar que el coeficiente de difracción en la línea normal al dique por el morro, y en el lado abrigado, es aproximadamente igual a 0.5, y menor que 0.5 en la parte interior a dicha línea, lo cual indica que con este sencillo elemento de abrigo se consigue reducir la energía en el interior de un puerto al menos a la mitad de la que aborda el dique.

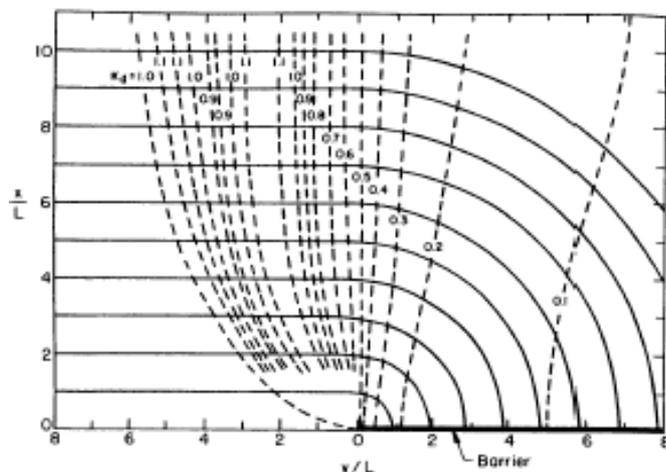


Figura 1.6 – Difracción del oleaje tras un dique semi-infinito. Frentes de onda e isólinas de coeficiente de difracción para $\theta = 90^\circ$ (Wiegel 1962)

Planos de oleaje (Iribarren 1938)

A principios del siglo XX, a pesar de lo avanzado del conocimiento en lo que respecta a teoría de ondas, el estudio del oleaje para el diseño de obras marítimas se limitaba a la mera observación del efecto causado en obras cercanas. En 1938 Iribarren planteó la aplicación gráfica de la teoría de ondas al estudio de la propagación del oleaje desde aguas profundas hasta la costa. Este método, obsoleto hoy en día, permitía considerar el efecto conjunto de la refracción y el asomeramiento, y adicionalmente la difracción ó expansión lateral del oleaje en las zonas de sombra del oleaje incidente.

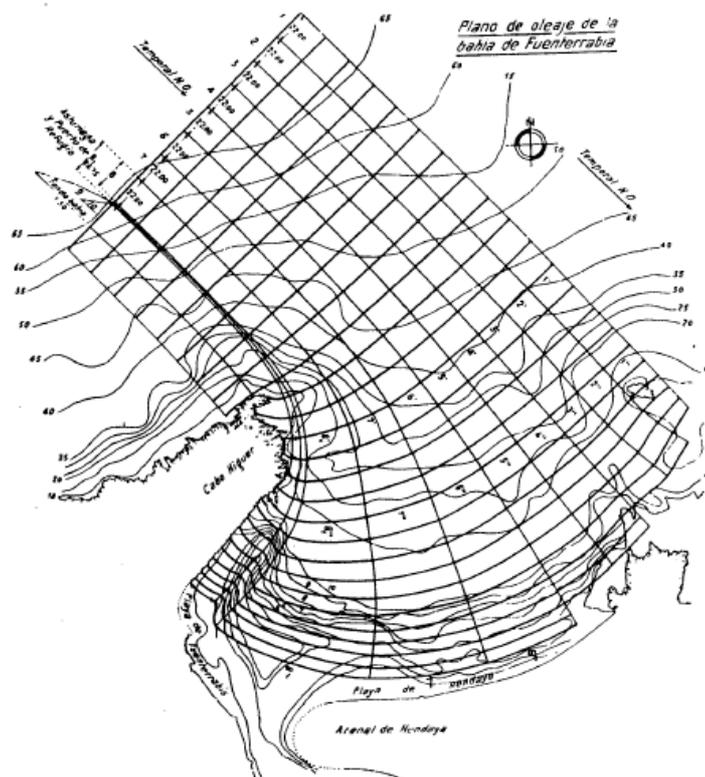


Figura 1.7 – Plano de oleaje de la Bahía de Fuenterrabía

Iribarren planteó la estimación aproximada de la difracción del oleaje tras un dique semi-infinito, ó expansión lateral según su denominación, mediante la siguiente gráfica. Así Iribarren definió un límite de alimentación, un límite de expansión y un límite de agitación, y supuso una variación parabólica de la sobreelevación desde un valor igual al incidente en el límite de alimentación hasta un valor nulo en el límite de agitación.

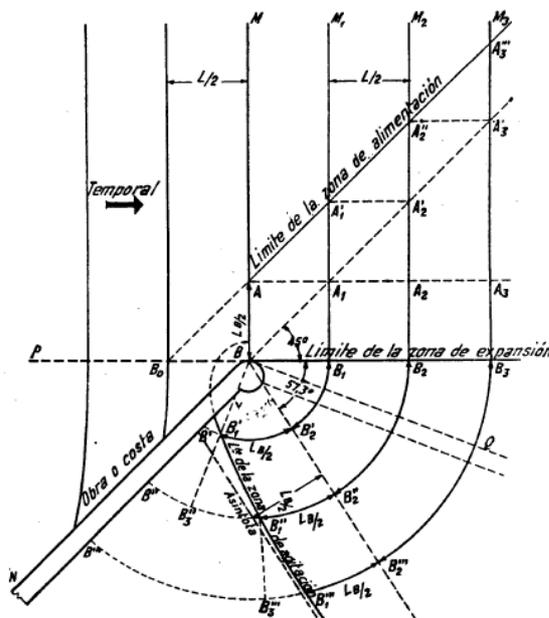


Figura 1.8 – Difracción del oleaje según Iribarren

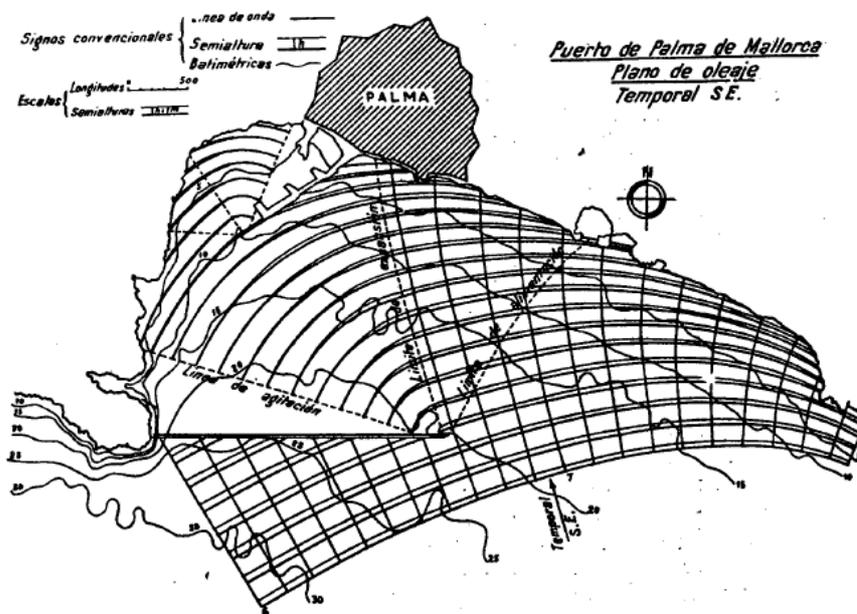


Figura 1.9 – Plano de oleaje del Puerto de Palma de Mallorca

Durante gran parte del siglo, y hasta la llegada de los métodos numéricos de propagación, el dibujo a mano de los planos de oleaje según la metodología de Iribarren ha sido prácticamente el único método empleado en España para la estimación del oleaje de diseño de las obras marítimas.



Ejemplo 1.7: Difracción del oleaje

La propagación del oleaje desde aguas profundas hasta el interior de un puerto suele ser realizada en dos fases. En primer lugar se aplica un modelo numérico “de propagación” que considera los fenómenos de refracción, difracción y asomeramiento, para propagar el oleaje desde aguas profundas hasta las inmediaciones de la bocana del puerto. En segundo lugar se aplica un modelo “de agitación” que considera además la reflexión en los contornos interiores del puerto e incluso algunos aspectos no lineales. Así, el coeficiente de transformación de la altura de ola desde aguas profundas hasta un punto situado en el interior del puerto es el producto de los coeficientes de transformación dados por ambos modelos (el segundo de estos coeficientes se suele denominar “de agitación”).

La realización de este cálculo con metodologías simplificadas, sin la necesidad de modelos numéricos, suele hacerse asimismo en dos pasos. El primero consiste en propagar el oleaje desde aguas profundas hasta la bocana del puerto, para lo cual se desprecia el efecto de la difracción y se considera únicamente el efecto conjunto de la refracción y el asomeramiento. El segundo paso consiste en estudiar simplificada la transformación del oleaje desde la bocana hasta un punto interior del puerto, y para su realización nos vemos obligados a despreciar el efecto de la reflexión en los contornos interiores del puerto, y se suele despreciar asimismo el efecto de la refracción y el asomeramiento (lo cual suele ser razonable ya que las variaciones de profundidad son pequeñas), contemplándose por tanto únicamente la difracción la cual en el caso de un dique semi-infinito puede ser estimada mediante las tablas de Wiegel.

Esta metodología simplificada va a ser aplicada en este ejemplo para la determinación del oleaje en aguas profundas que causa la inoperatividad de una terminal portuaria. Consideremos una terminal de carga y descarga de graneles sólidos, situada en la parte interior de un dique de abrigo (en el propio dique), a aproximadamente 250 m del morro del dique, a una profundidad de 25 m y con una altura de ola límite operativa de 0.7 m. Se sabe que el coeficiente de refracción y asomeramiento desde aguas profundas hasta el morro del dique es de 0.64 m. Suponiendo que el oleaje más frecuente tiene un periodo de 7 s e incide sobre el dique con dirección perpendicular a su alineación, el coeficiente de difracción calculado mediante las tablas de Wiegel es

$$K_d = 0.13$$

ya que

$$L = 74.3 \text{ m}$$

$$r/L = 250 / 74.3 = 3.36 \text{ m}$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\beta = 0^\circ$$

Y por tanto la altura de ola en el morro que causa la inoperatividad de la terminal es

$$H_{\text{morro}} = H_{\text{terminal}} / K_d = 0.7 / 0.13 = 5.38 \text{ m}$$

Finalmente, la altura de ola en aguas profundas que causa la inoperatividad de la terminal es

$$H_0 = H_{\text{morro}} / (K_r \cdot K_a) = 5.38 / 0.64 = 8.41 \text{ m}$$

1.7 Rotura

Dada una determinada configuración del fondo del mar en una zona concreta, las olas cuya altura sobrepasa un cierto límite pierden su estabilidad y sufren lo que se denomina rotura. Dicho límite se denomina altura de ola límite de rotura H_p .

La principal característica de este fenómeno es la disipación de energía por turbulencia, con la consiguiente disminución de altura de ola. Esta disipación puede ser más o menos progresiva, en función del tipo de rotura, siendo más rápida cuanto mayor sea la altura de ola.



Así, la rotura actúa como filtro, provocando la pérdida de energía de las olas más altas, e impidiendo que el oleaje que alcanza una determinada zona de cálculo tenga una altura mayor que la altura límite de rotura.

Consideración de la rotura en el proceso de propagación

Hoy en día, para definir las características del oleaje en un determinado punto de estudio, lo más habitual es resolver la propagación del oleaje mediante modelos numéricos ó empíricos (e.g. modelo de rotura de Goda) capaces de reproducir la rotura del oleaje, contemplando por tanto de forma conjunta todos los fenómenos que afectan al oleaje durante su propagación.

Es posible, sin embargo, realizar la propagación en dos pasos, considerando por separado los distintos fenómenos que modifican las características del oleaje durante su propagación. De esta forma se considerarían los distintos fenómenos por separado pudiendo emplearse aproximaciones analíticas ó empíricas sencillas para cada uno de ellos, lo cual implica por otro lado una mayor simplicidad conceptual. Esta metodología se podría resumir como sigue:

1. Consideración de la refracción, el asomeramiento y la difracción, ya sea mediante aproximaciones analíticas sencillas ó mediante modelos numéricos que no contemplan rotura. Así se define el oleaje que *hipotéticamente* alcanzaría el punto en estudio si no hubiera rotura.
2. Consideración de la posible rotura del oleaje hipotético anteriormente obtenido, mediante un criterio empírico simplificado de rotura. Estos criterios definen la altura de ola límite de rotura H_b , y nos informan de:
 - a) Si el oleaje hipotético con altura H habría sufrido la rotura antes de alcanzar el punto de estudio:
 - Si $H > H_b$ la ola es demasiado grande y por tanto no es estable en el punto en estudio, por lo que en su ruta de aproximación hacia ese punto se habrá producido su rotura.
 - Si $H < H_b$ la ola sería estable en el punto de estudio, por lo que habrá alcanzado dicho punto sin que se produzca su rotura. El oleaje real tendrá por tanto una altura H en el punto de estudio.
 - b) Una estimación de la altura de ola que realmente tendría la ola a esa profundidad en caso de producirse la rotura. En el momento en que se produce la rotura, la ola comienza a perder energía por turbulencia, lo cual reduce su altura. Este efecto no cesa hasta que la ola llega a ser de un tamaño estable. El proceso se inicia en algún punto de la ruta de aproximación hacia el punto de estudio, por lo que podemos suponer que en el punto de estudio la ola acaba teniendo una altura precisamente igual a H_b .

Criterios de rotura

Los dos motivos que pueden dar lugar a la rotura de una ola son la escasa profundidad (rotura por fondo), ó el excesivo peralte de la ola (rotura por peralte). Para ambos, existen diversos criterios que definen la altura de ola límite de rotura del oleaje.

Para rotura por fondo, los dos criterios más utilizados son el de McCowan (1894), para profundidad constante, y el de Weggel (1972), que incluye el efecto de la pendiente del fondo. Según el primero de ellos la altura de ola límite de rotura es

$$H_b = 0.78 h$$



El criterio de rotura de Weggel viene dado por la expresión

$$\frac{H_b}{d} = b - a \frac{H_b}{gT^2}$$

donde a y b son función de la pendiente m

$$a = 43.8(1 - e^{-19m})$$

$$b = \frac{1.56}{1 + e^{-19.5m}}$$

Para el caso de rotura por peralte Miche (1945) propuso el siguiente criterio de rotura que en el caso de aguas profundas equivale a un peralte máximo de 0.142

$$\frac{H_b}{L} = 0.142 \tanh(kd)$$

Para el caso de oleaje irregular, Goda (1985) ha dado una formulación que permite estimar diversos parámetros del oleaje en la zona de rotura. El modelo de Goda se describe en el apartado 2.6

Número de Iribarren

Para el caso de rotura por fondo la forma de rotura es función del denominado número de Iribarren¹ (surf similarity parameter)

$$I_{r0} = \frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{\frac{H}{L_0}}}$$

donde α es el ángulo que forma la pendiente con la horizontal, y L_0 es la altura de ola en aguas profundas.

La pendiente puede ser el fondo natural (por ej. playas) ó el talud de una estructura marítima (por ej. diques en talud ó revestimientos). El número de Iribarren se define de distinta manera en ambos casos: para el caso de playas H indica la altura de ola en el punto de rotura, mientras que para estructuras marítimas H es la altura de ola al pie de la estructura.

En ocasiones se emplea el número de Iribarren referido al pie de la estructura sustituyendo la longitud de onda en aguas profundas por la longitud de onda al pie

$$I_r = \frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{\frac{H}{L}}}$$

En el apartado 2.6 se generaliza la definición de este parámetro para su uso con oleaje irregular.

¹ Iribarren y Nogales (1950) propusieron el empleo de este parámetro adimensional para definir el talud límite que separa reflexión y rotura de la onda. El talud límite que obtuvieron, empleando nomenclatura actual, fue

$$\tan(\alpha) = \frac{8}{T} \sqrt{\frac{H}{2g}} \Rightarrow I_r = \frac{4}{\sqrt{\pi}} = 2.3$$

Tipos de rotura por fondo

En función del número de Iribarren, se definen los siguientes tipos de rotura:

- Descrestamiento (spilling).- Se da en general en pendientes suaves (playas). Aparece espuma en la parte superior de la ola, la cual sigue propagándose con cambios de forma pequeños y perdiendo progresivamente altura. En la costa española suele darse en el Mediterráneo.
- Volteo (plunging).- Se da en pendientes fuertes. El frente de cresta va avanzando sobre el seno precedente hasta quedar vertical y caer como un chorro sobre este, dejando atrapada una bolsa de aire (tubo) bajo ella. En la costa española suele darse en el Atlántico Norte y en el Cantábrico.
- Colapso (collapsing).- Se da en pendientes muy fuertes (estructuras marítimas). El frente vertical formado por la cresta colapsa hacia delante, sin producir una bolsa de aire atrapada.
- Oscilación (surging).- Se da en pendientes muy fuertes (estructuras marítimas). La ola asciende y se retira de la pendiente sin producir apenas espuma.

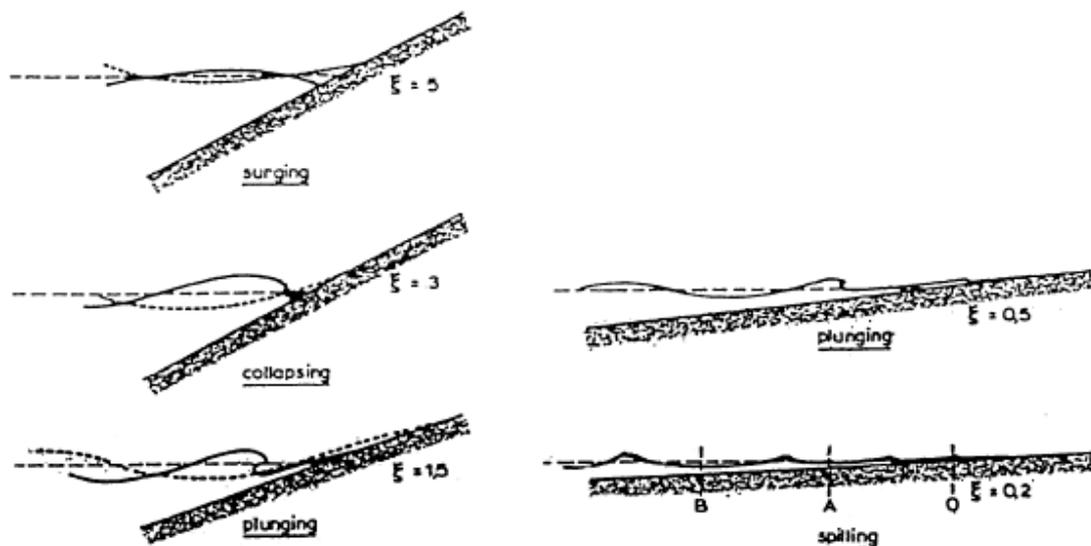


Figura 1.10 – Tipos de rotura por fondo

1.8 Reflexión

Cuando el oleaje incide sobre un contorno natural ó sobre una obra marítima una parte de la energía que éste transporta es reflejada, otra es disipada y la parte restante es transmitida a través de la estructura.

La superposición del oleaje incidente y el reflejado da lugar a una onda estacionaria, ó parcialmente estacionaria, frente a la estructura. La altura de ola total de dicha onda es igual a la suma de la de los oleajes incidente y reflejado. Las características de las ondas estacionarias, para el caso de que la dirección del oleaje incidente sea perpendicular a la alineación del contorno, están descritas en el apartado 1.2



La consecuencia principal de la reflexión es el aumento de energía en la zona de superposición de oleajes incidente y reflejado. Esto puede afectar a la maniobrabilidad de buques en áreas navegables, así como a la operatividad en la realización de operaciones portuarias en dársenas y zonas de atraque. Además, el incremento de energía causado por la reflexión puede crear problemas de socavación al pie de estructuras de paramento vertical como muros de defensa de costas ó diques verticales.

El proceso de reflexión del oleaje depende de las características del contorno reflejante (geometría y porosidad) y de las del oleaje. La proporción de energía que se refleja en una estructura o contorno natural puede ser cuantificada mediante el *coeficiente de reflexión*. Dicho coeficiente se define como $C_r = H_r / H_i$, siendo H_i la altura de ola significativa del oleaje que incide sobre la estructura, y H_r la altura de ola significativa del oleaje reflejado por ella. En el apartado 2.6 se generaliza la definición de este parámetro para su uso con oleaje irregular, y se presentan varias formulaciones para su estimación.

1.9 Teorías no lineales de oleaje

Pese a las limitaciones que imponen las hipótesis de partida empleadas para el desarrollo de la teoría lineal, esta sencilla teoría nos permite analizar una gran parte de los procesos de oleaje de interés en la ingeniería marítima con suficiente grado de aproximación.

Sin embargo, determinados estudios concretos precisan del uso de teorías que consideran fenómenos no lineales, como la teoría no lineal de onda larga, la teoría de Boussinesq ó la teoría de Stokes para ondas de amplitud finita (la teoría lineal coincide con la teoría de Stokes de primer orden). Así por ejemplo, los modelos numéricos empleados para el análisis de la agitación portuaria están habitualmente basados en la teoría de Boussinesq.

En 1969, LeMehauté planteó un ábaco en el cual se identifican los rangos de aplicación de varias teorías de oleaje.

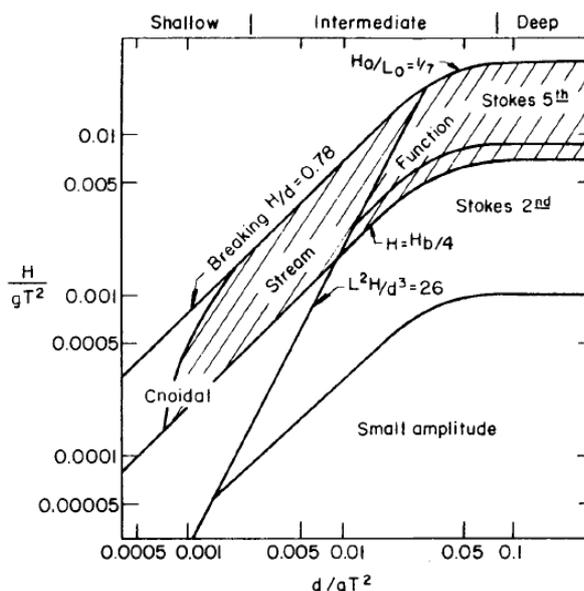


Figura 1.11 – Rangos de aplicación de varias teorías de oleaje (LeMehauté 1969)



1.10 Modelos numéricos de propagación de oleaje

A modo de resumen introductorio se analizan esquemáticamente a través de la Figura 1.12 los tipos básicos de ecuaciones diferenciales para estudiar la propagación y agitación del oleaje, así como los modelos numéricos que las resuelven.

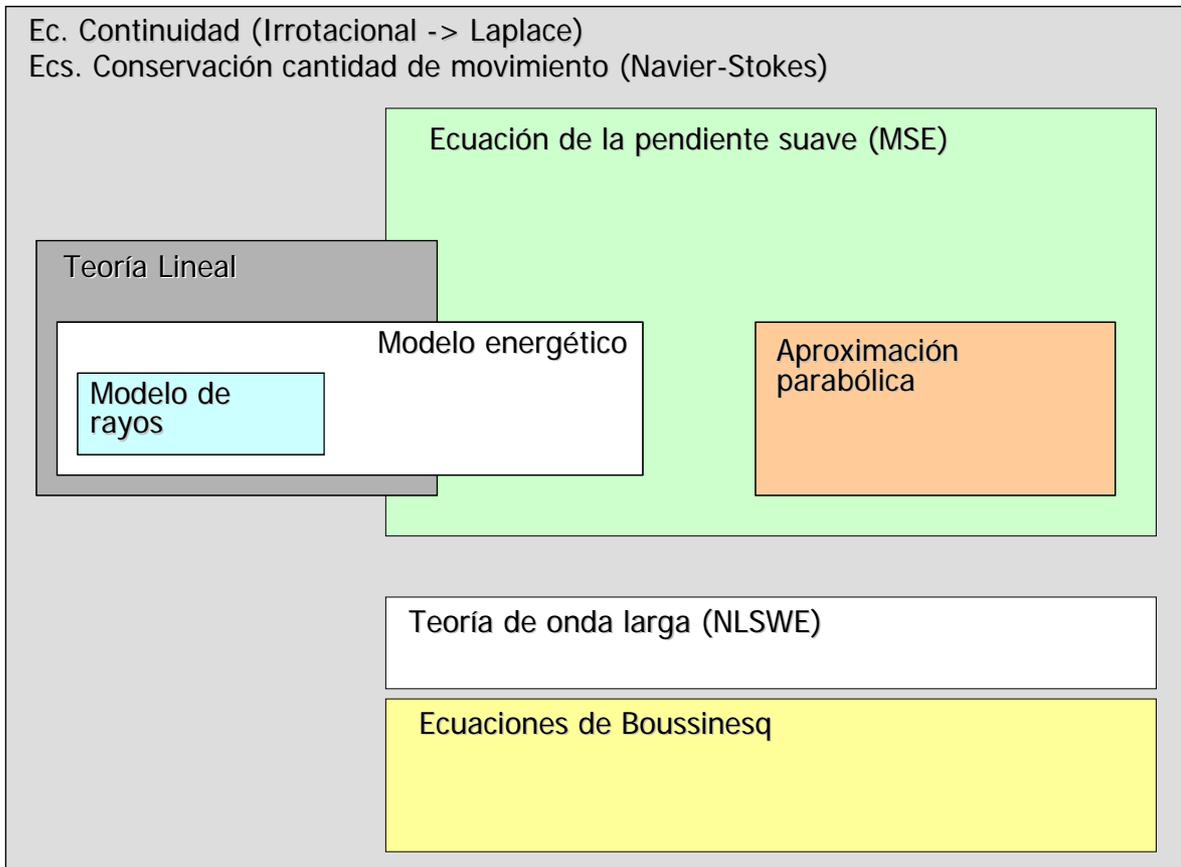


Figura 1.12 – Ecuaciones y modelos numéricos para el estudio de la transformación del oleaje

En color gris, se tienen como marco de referencia las ecuaciones de Navier-Stokes; los modelos que resuelven estas ecuaciones se denominan modelos “hidrodinámicos”. Una simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes, atendiendo a ciertas hipótesis de partida, es la teoría lineal de ondas (en gris oscuro).

Los modelos denominados “de rayos” se basan totalmente en dicha teoría, y permiten resolver la refracción y asomeramiento del oleaje. Son muy sencillos y actualmente poco empleados al estar limitados por la no consideración de la difracción.

Empleando ciertos aspectos de la teoría lineal y considerando la hipótesis de que el fondo del mar tiene una pendiente que varía suavemente, se deduce la ecuación de la pendiente suave; los modelos que la resuelven se pueden emplear como modelos de agitación porque consideran la reflexión del oleaje en todas las direcciones, además de la refracción, asomeramiento y difracción. Se denominan modelos “elípticos”, por ser la ecuación diferencial de tipo elíptico.

La ecuación de la pendiente suave se puede aproximar mediante otra ecuación de tipo parabólico. Los modelos que resuelven dicha aproximación se denominan modelos “parabólicos”, los cuales consideran la refracción, el asomeramiento y la difracción, pero no son capaces de considerar la reflexión en dirección opuesta a la de propagación. Se suelen emplear



para la propagación del oleaje en áreas extensas. Son capaces de considerar la superposición de ondas de distinta dirección, si bien están limitados en cuanto a la resolución mínima de la malla a emplear (aproximadamente 8 puntos por longitud de onda).

Los modelos “energéticos” permiten resolver la refracción y asomeramiento en base a la teoría lineal, mientras que hacen uso de la ecuación de la pendiente suave para deducir una ecuación que permite resolver la difracción (ecuación eikonal). Estos modelos se usan, al igual que los parabólicos, para propagar el oleaje en áreas extensas. A diferencia de aquellos, no son capaces de considerar la superposición de ondas de distinta dirección, aunque no están limitados por una resolución mínima de malla.

Por otra parte, la teoría no lineal de onda larga permite estudiar la transformación del oleaje en aguas someras considerando efectos no lineales. Los modelos que resuelven las ecuaciones de onda larga se denominan modelos “de onda larga”. Se suelen emplear para analizar la propagación de la onda de marea en estuarios y rías.

Por último, las ecuaciones de Boussinesq permiten estudiar la transformación no lineal del oleaje en aguas relativamente someras ($h/L < 1/5$), no siendo aplicables en aguas más profundas. Los modelos “de Boussinesq” son los más empleados para estudiar la agitación en el interior de puertos y zonas abrigadas, así como para estudios de resonancia. Se suelen utilizar como complemento a un modelo de propagación en áreas extensas (parabólico ó energético).

1.11 Referencias

Dean and Dalrymple (1984). “Water wave mechanics for engineers and scientists”. Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA.

Fenton and McKee (1990) “On calculating the lengths of water waves”. *Coastal Engineering* 14, 499-513.

Goda (2000) “Random seas and design of maritime structures”. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2000.

Iribarren y Nogales (1950) “Sobre el talud límite entre la rotura y la reflexión de las olas”. *Revista de Obras Públicas*. Febrero de 1950.

Iribarren (1964) “Obras marítimas”. Editorial Dossat. Madrid 1964.

LeMehauté (1969) “An introduction to hydrodynamics and water waves”. Technical Report ERL 118-POL-3-2, U.S. Department of Commerce, Washington, DC.

McCowan (1894). “On the highest wave of permanent type”. *Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 38.

Miché (1945). “Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante: forme limite de la houle lors de son deferlement application aux digues maritimes”. S.L. Nationale, France.

Sorensen (1997) “Basic coastal engineering”. International Thomson Publishing, Singapore, 1997.

Weggel (1972). “Maximum breaker height”. *J. Waterways, Harbours and Coastal Div.*, Vol. 98, No. WW4, ASCE.



Wiegel (1962) "Diffraction of waves by semi-infinite breakwater". Journal Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers. Enero 1962, pp.27-44.



TEMA 2. – CARACTERIZACIÓN DEL OLAJE

En el capítulo anterior se ha analizado la propagación del oleaje regular, es decir, un oleaje compuesto por una única onda plana lineal. En una determinada localización, este oleaje puede ser caracterizado totalmente a partir de únicamente tres variables, la altura de ola H , el periodo T , y la dirección de propagación θ , ya que todas las sucesivas olas son iguales entre sí.

Sin embargo, el oleaje real existente en el mar se caracteriza porque en un determinado punto las sucesivas olas muestran cierta variabilidad en su altura, periodo y dirección, por lo que este oleaje se denomina *oleaje irregular*. En este capítulo se estudia la caracterización de este tipo de oleaje mediante técnicas estadísticas y espectrales.

2.1 Análisis estadístico de un estado de mar

Estado de mar

Un estado de mar es una situación climática durante la cual se puede suponer que las características del oleaje permanecen estacionarias desde un punto de vista estadístico. Conocida la evolución de la superficie libre en un punto del mar a lo largo de un cierto tiempo, es posible caracterizar el estado de mar mediante un análisis estadístico de las alturas y periodos de las sucesivas olas individuales. Para que dicho análisis sea fiable, el número de olas analizado, N , debe ser elevado ($N > 350$ olas, aproximadamente).

Olas individuales

Cada ola individual del registro queda delimitada por dos pasos por cero ascendentes sucesivos, o bien por dos pasos por cero descendentes sucesivos. El empleo de uno y otro criterio es arbitrario, si bien los resultados que se obtienen difieren ligeramente. Con el objeto de establecer un criterio común, ha sido acordado por convenio el empleo del paso por cero descendente (IAHR 1986). Otros criterios, empleados sólo a efectos de caracterizar el periodo, consisten en delimitar las olas individuales por dos crestas sucesivas ó por dos senos sucesivos.

Alturas de ola y periodos del estado de mar

A diferencia del oleaje regular, caracterizado por una única altura de ola H , y un único periodo T , la variabilidad de la altura de ola en el oleaje irregular obliga a emplear varias alturas de ola y varios periodos, con distintos “apellidos” para caracterizar un estado del mar en un instante determinado.

Definidas las N olas individuales de un registro, sus alturas H_i se obtienen como la diferencia de sobreelevación entre la cresta y el seno precedente, y sus periodos T_i como la diferencia de tiempo entre los pasos por cero que delimitan la ola. Estas olas se ordenan por altura de ola descendente y se les asigna un número de orden i . El estado de mar queda caracterizado por las siguientes variables:

La altura de ola *media* y el periodo *medio* vienen dados por

$$H_m \equiv \bar{H} = \frac{1}{N} \sum H_i \qquad T_m \equiv \bar{T} = \frac{1}{N} \sum T_i$$



La altura de ola *significante* y el periodo *significante* son la media de las alturas y los periodos del tercio de olas más altas

$$H_s \equiv H_{1/3} = \frac{1}{N/3} \sum_1^{N/3} H_i \quad T_s \equiv T_{1/3} = \frac{1}{N/3} \sum_1^{N/3} T_i$$

Análogamente se define la altura de ola *1/10* y el periodo *1/10*

$$H_{1/10} = \frac{1}{N/10} \sum_1^{N/10} H_i \quad T_{1/10} = \frac{1}{N/10} \sum_1^{N/10} T_i$$

Generalizando, se definen la altura de ola *1/n* y el periodo *1/n*, siendo n un número entero (por ejemplo $H_{1/20}$, $T_{1/20}$)

$$H_{1/n} = \frac{1}{N/n} \sum_1^{N/n} H_i \quad T_{1/n} = \frac{1}{N/n} \sum_1^{N/n} T_i$$

Asimismo, se definen la altura de ola *n* y el periodo *n*, siendo n un número entero, como el promedio de las alturas y periodos de las n olas más altas (por ejemplo H_{50} , T_{50})

$$H_n = \frac{1}{n} \sum_1^n H_i \quad T_n = \frac{1}{n} \sum_1^n T_i$$

La altura de ola *media cuadrática* H_{rms} (Root Mean Square) viene dada por

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum H_i^2}$$

La altura de ola *máxima* es la altura de la mayor ola del registro. El valor de esta variable aleatoria depende del número de olas del registro N. Se llama T_{max} no al máximo periodo sino al periodo de la ola más alta.

$$H_{max,N} = \max(H_i) \quad T_{max,N}$$

Se verifican las siguientes relaciones empíricas¹ (Goda 2000)

$$T_{max} \approx T_{1/3} \approx T_{1/10} \approx 1.2 \cdot T_m \quad (2.1)$$

$$H_{max} = (1.6 \sim 2.0) H_{1/3} \approx 1.8 H_{1/3} \quad (2.2)$$

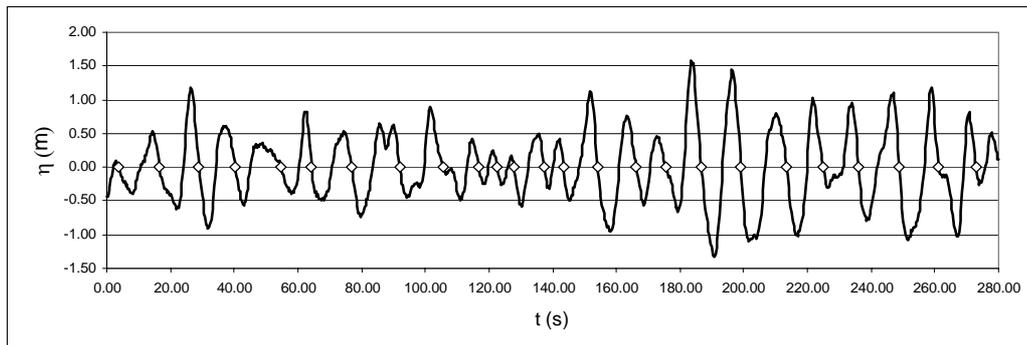
En el apartado 2.3 (“parámetros espectrales”) se presentan varias relaciones entre diversos periodos característicos del oleaje en función de sus características espectrales.

La altura de ola significativa ($H_s \equiv H_{1/3}$) se define como el promedio del tercio de olas más altas de un estado de mar. A esta altura de ola también se la denomina altura de ola significativa.

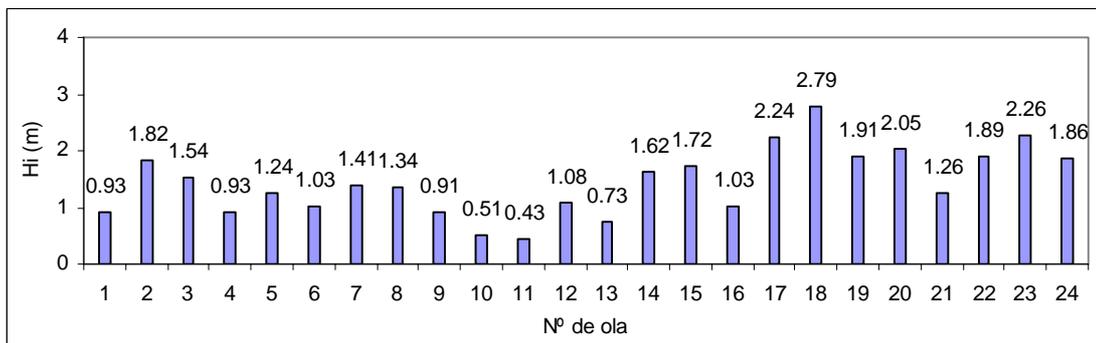
Ejemplo 2.1: Análisis estadístico de un estado de mar

En la figura siguiente se muestra la sobreelevación a lo largo de un cierto intervalo de tiempo, registrada por una boya de medida de oleaje situada en un determinado punto del mar. Se han indicado con un círculo los puntos de paso por cero descendente.

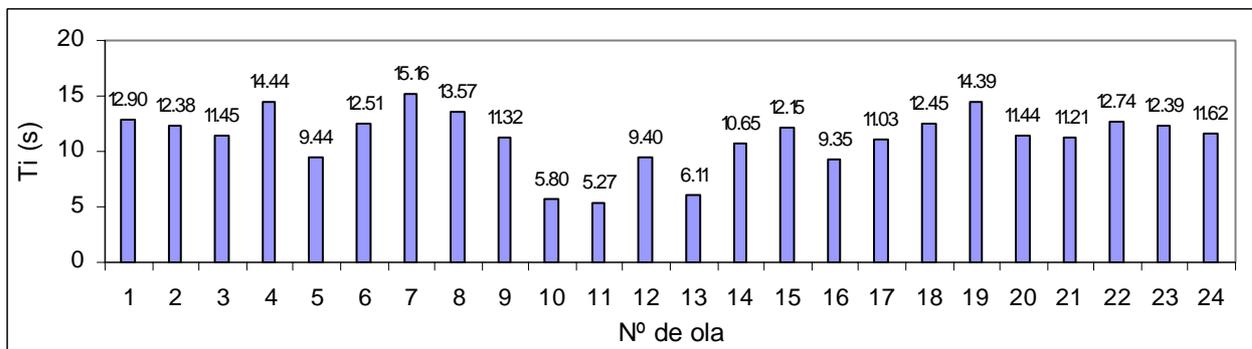
¹ Para el diseño de los diques verticales Goda propone calcular la altura máxima como $H_{max} = 1.8 H_{1/3}$.



La figura siguiente muestra las alturas de ola de las 24 olas del registro.



La figura siguiente muestra los periodos de las 24 olas del registro.



En la tabla siguiente se muestran las alturas y periodos de las olas individuales, ordenadas por altura de ola descendente, siendo i el número de orden correspondiente:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hi (m)	2.79	2.26	2.24	2.05	1.91	1.89	1.86	1.82	1.72	1.62	1.54	1.41
Ti (s)	12.45	12.39	11.03	11.44	14.39	12.74	11.62	12.38	12.15	10.65	11.45	15.16
Nº ola	18	23	17	20	19	22	24	2	15	14	3	7
i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Hi (m)	1.34	1.26	1.24	1.08	1.03	1.03	0.93	0.93	0.91	0.73	0.51	0.431
Ti (s)	13.57	11.21	9.44	9.40	12.51	9.35	12.90	14.44	11.32	6.11	5.80	5.2687
Nº ola	8	21	5	12	6	16	1	4	9	13	10	11

El estado de mar queda caracterizado por los siguientes valores (entre otros), habiendo tomado las 8 mayores olas para el cálculo de la ola significativa y las 2 mayores para el cálculo de la ola 1/10:

$$\begin{aligned}
 H_m &= 1.44 \text{ m} & T_m &= 11.22 \text{ s} \\
 H_s &= 2.10 \text{ m} & T_s &= 12.31 \text{ s} \\
 H_{1/10} &= 2.53 \text{ m} & T_{1/10} &= 12.42 \text{ s}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} H_{10} &= 2.02 \text{ m} & T_{10} &= 12.12 \text{ s} \\ H_{\max} &= 2.79 \text{ m} & T_{\max} &= 12.45 \text{ s} \\ H_{\text{rms}} &= 1.55 \text{ m} & & \end{aligned}$$

Distribución de olas individuales

Consideremos la altura de ola de las olas individuales de un estado de mar como una variable aleatoria cuyas propiedades queremos inferir a partir de una muestra de partida. La función de densidad de dicha variable aleatoria se puede obtener ajustando una determinada función de densidad paramétrica a un histograma de los datos dicha muestra. Se ha comprobado que en general, especialmente para oleajes en aguas profundas, la distribución de Rayleigh se ajusta bien a los datos de la muestra, es decir

Las olas individuales de un estado de mar en aguas profundas siguen la distribución de Rayleigh

La función de densidad y la función de distribución correspondientes a la distribución de Rayleigh se muestran a continuación.

$$f(x) = \frac{\pi}{2} x \cdot \exp(-\pi x^2 / 4)$$

$$F(x) \equiv \text{prob}(H < x) = 1 - \exp(-\pi x^2 / 4)$$

donde $x = \Delta(H/H_m)$. Se hace notar que la distribución de Rayleigh tiene como único parámetro la altura de ola media de la muestra H_m . Se muestran a continuación dichas funciones gráficamente.

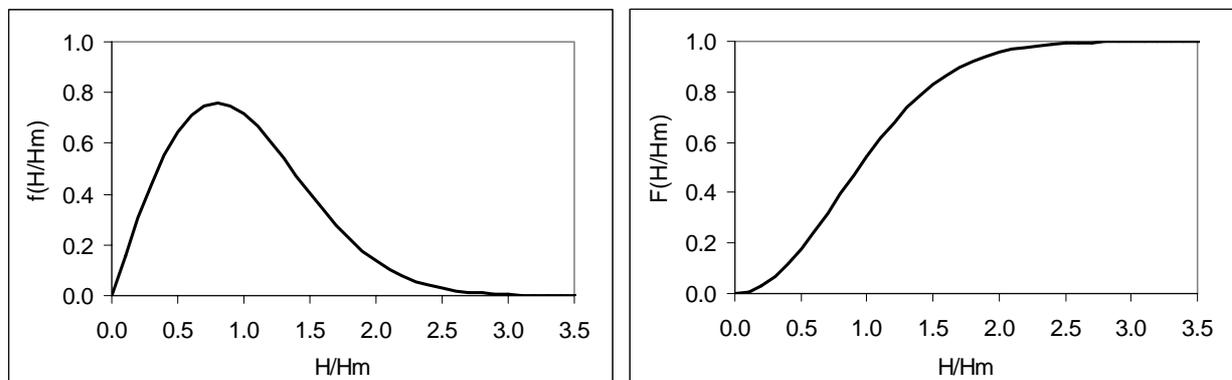


Figura 2.1 – Función de densidad y función de distribución de Rayleigh

Asumiendo que las olas individuales siguen la distribución de Rayleigh, se deducen (ver Ejemplo 2.3) las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} H_{1/3} &= 1.60 H_m \\ H_{1/10} &= 2.03 H_m = 1.27 H_{1/3} \\ H_{1/20} &= 2.24 H_m = 1.40 H_{1/3} \\ H_{\text{rms}} &= 1.13 H_m = H_{1/3} / 1.416 \end{aligned}$$

Además, se demuestra (Naess 1985) que la máxima altura de ola de un registro de N olas $H_{\max,N}$ es una variable aleatoria cuya moda (valor más probable) y media son aproximadamente



$$(H_{\max,N})_{\text{Moda}} \approx 0.706\sqrt{\ln N} \cdot H_s$$

$$\overline{H_{\max,N}} \approx \left(\sqrt{\frac{\ln N}{2}} + \frac{0.577}{\sqrt{8 \cdot \ln N}} \right) \cdot H_s$$

Así, el siguiente gráfico muestra la relación entre la altura máxima del registro y la altura significativa del registro en función del número de olas del registro N en escala logarítmica

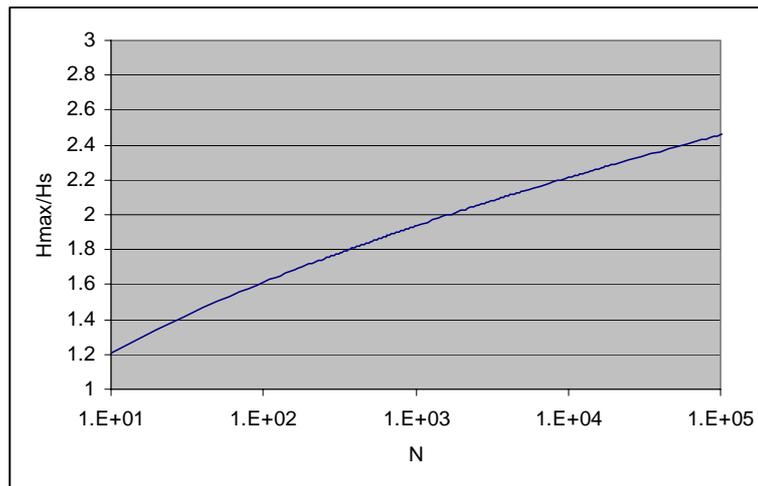
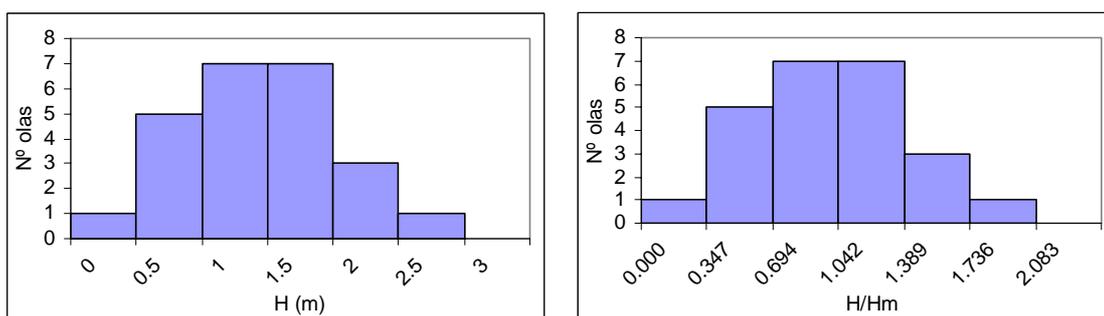


Figura 2.2 – Relación máxima significativa en función del número de olas

Ejemplo 2.2: Distribución de olas individuales

La información acerca de cómo se distribuyen las N olas de un registro en varios intervalos de altura de ola, con incremento ΔH , puede ser recogida mediante un histograma de altura de ola. Para las 24 alturas de ola individuales del Ejemplo 2.1 se tiene el siguiente histograma con $\Delta H = 0.5$ m. Se muestra también el histograma en función de la altura de ola adimensionalizada con la altura de ola media $H_m = 1.44$ m, con intervalo $\Delta(H/H_m) = 0.5/1.44 = 0.347$



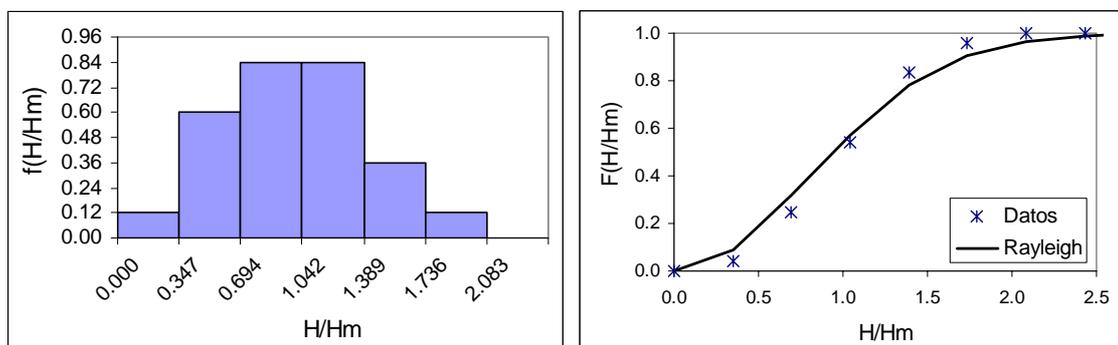
Este histograma se puede expresar en términos de densidad de probabilidad para lo cual el área total del histograma ha de ser igual a la unidad. Es decir, la densidad de probabilidad f vendrá dada por

$$f = \frac{\text{nº olas en el intervalo}}{N \cdot \Delta(H/H_m)} = \frac{\text{nº olas en el intervalo}}{24 \cdot 0.347} = 0.12 \cdot \text{nº olas en el intervalo}$$

A continuación se muestran, el histograma de densidad de probabilidad y la curva de probabilidad acumulada, comparada esta última con la función de distribución de Rayleigh. Si los datos de partida siguen la distribución de Rayleigh la curva de probabilidad acumulada tiende a aproximarse a la función de distribución de Rayleigh. Además, si el intervalo $\Delta(H/H_m)$ tiende a cero, el histograma pasa a ser una



curva continua que tiende a aproximarse a la función de densidad de Rayleigh. Con las alturas de ola individuales de un estado de mar esto ocurre de forma aproximada si el oleaje está en aguas profundas.



Ejemplo 2.3: Obtención de las relaciones entre $H_{1/n}$ y H_m

Considerando la distribución de Rayleigh, las N/n olas más altas del estado de mar son las que tienen una altura de ola mayor que la altura H_a , que es la que en la función de densidad deja a su derecha un área $1/n$. Es decir, la que cumple

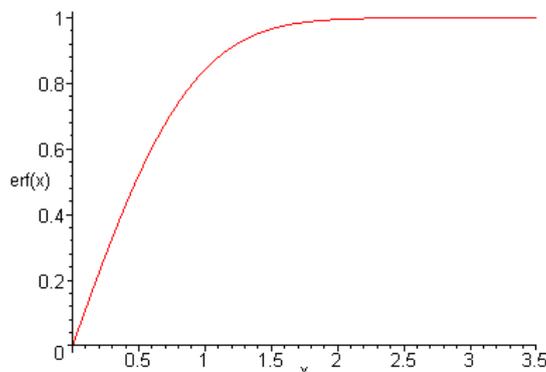
$$F(H_a / H_m) = 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{H_a}{H_m} = 2 \frac{\sqrt{-\pi \ln\left(\frac{1}{n}\right)}}{\pi}$$

La altura $H_{1/n}$, es decir, la altura de ola media de todas esas olas se sitúa en el centro de gravedad del área mencionada. Así, se deduce la relación entre $H_{1/n}$ y H_m en función de n .

$$\frac{H_{1/n}}{H_m} = \frac{\int_{H_a/H_m}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx}{\int_{H_a/H_m}^{\infty} f(x) \cdot dx} \Rightarrow \frac{H_{1/n}}{H_m} = \frac{1 - \frac{-2\sqrt{-\pi \ln\left(\frac{1}{n}\right)} + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{-\pi \ln\left(\frac{1}{n}\right)}}{\sqrt{\pi}}\right) \pi n}{\pi n}}{1 - \frac{n-1}{n}}$$

donde $\operatorname{erf}(x)$ es la función de error

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) \cdot dt$$





2.2 El espectro del oleaje

Superposición de ondas

Conocidas las características de n ondas regulares con la misma dirección de propagación (n “componentes”) que en un momento dado coinciden en un punto del mar, el oleaje resultante se obtiene mediante la superposición de dichas ondas, por lo que, considerando la ecuación (1.2), la elevación de la superficie libre a lo largo del tiempo viene dada por

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \cos(\omega_i t + \delta_i) \quad (2.3)$$

donde

a = amplitud de la onda

$\omega = 1/f =$ frecuencia angular de la onda

f = frecuencia de la onda = $1/T$

T = periodo de la onda

$\delta =$ desfase de la onda

En la naturaleza, sin embargo, el oleaje está compuesto por infinitas componentes, por lo que su sobreelevación viene dada por

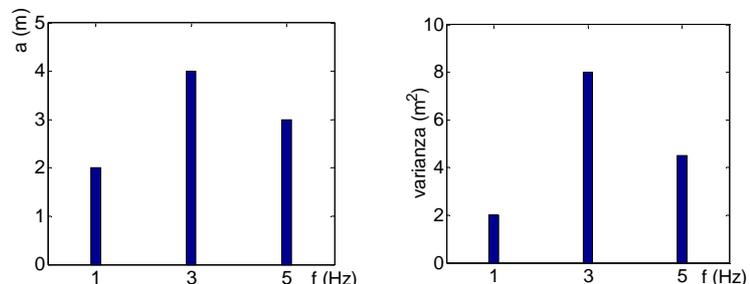
$$\eta(t) = \int_0^{\infty} a(f) \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta(f)) \cdot df$$

Espectro de energía

Dadas n ondas regulares cuya superposición da lugar a un determinado oleaje irregular, si representamos la amplitud de cada componente frente a su frecuencia obtenemos el *espectro de amplitudes*. Además, si tenemos en cuenta que la varianza de la sobreelevación $\eta(t)$ de una onda regular coincide con la mitad del cuadrado de su amplitud, podemos representar dicha variable frente a la frecuencia, obteniendo el *espectro de varianza*

$$\left(\overline{\eta^2}\right)_i = \frac{a_i^2}{2}$$

Así, por ejemplo, si un oleaje irregular está compuesto por tres componentes con frecuencias 1, 3 y 5 Hz, cuyas amplitudes son 2, 4 y 3 m², sus espectros de amplitudes y de varianza serán los que muestran las figuras.



Empleando (1.13), y teniendo en cuenta que la altura de ola de una onda regular H es igual al doble de su amplitud, se deduce que la energía de la onda es igual a su varianza multiplicada por ρg . Por tanto, el espectro de varianza da una indicación de cómo está repartida la energía del oleaje entre las distintas componentes regulares.



$$E_i = \frac{1}{8} \rho g H_i^2 = \rho g \frac{a_i^2}{2} = \rho g (\overline{\eta^2})_i \quad (2.4)$$

Dada la sencilla relación existente entre la varianza y la energía, al espectro de varianza se le suele denominar simplificadaamente espectro de energía.

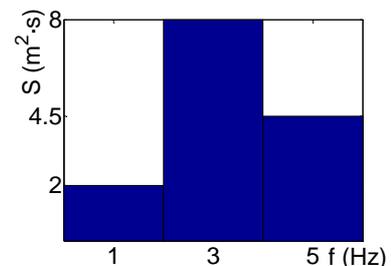
Cuando el oleaje está compuesto por infinitas componentes, como ocurre en la naturaleza, la energía (y por tanto la varianza) se reparte de forma continua a lo largo de un determinado rango de frecuencias. En este caso se emplea la *densidad de varianza*, definida como

$$S(f) = \frac{a(f)^2 / 2}{df}$$

de forma que el espectro de densidad de varianza (ó simplemente espectro de varianza, ó espectro de energía) toma forma de curva continua, y la varianza queda representada por el área bajo dicha curva¹.

Así, por ejemplo, si un oleaje irregular tiene la energía distribuida en tres tramos de frecuencias: 0–2 Hz, 2–4 Hz, y 4–6 Hz, con varianzas 4, 16 y 9 m² respectivamente, su espectro de varianza es el que muestra la figura.

Por otra parte, este oleaje podría ser estudiado de forma aproximada como si fuera un oleaje compuesto únicamente por tres componentes regulares, con frecuencias 1, 3 y 5 Hz, y varianzas 4, 16 y 9 m² (el oleaje del ejemplo anterior).



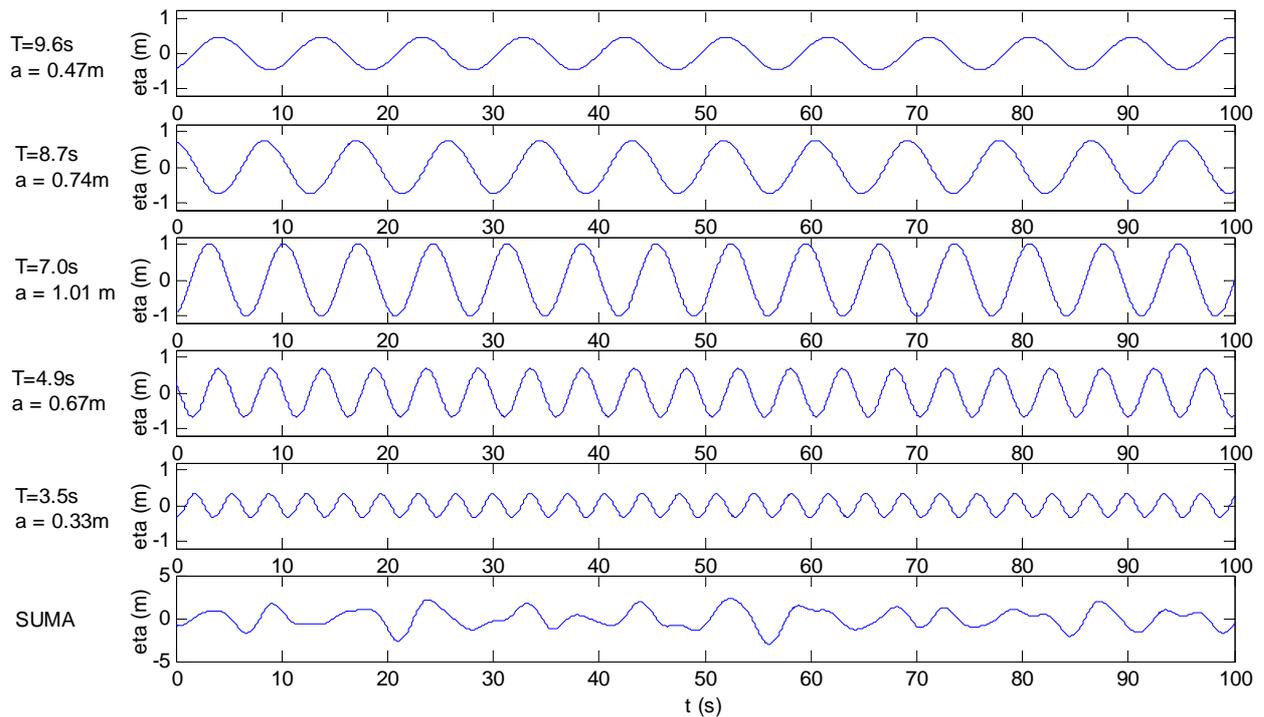
Al espectro del oleaje (ya sea de amplitudes ó varianza) se le denomina habitualmente espectro *frecuencial* del oleaje para diferenciarlo del espectro direccional que será estudiado más adelante.

Ejemplo 2.4: Superposición de ondas

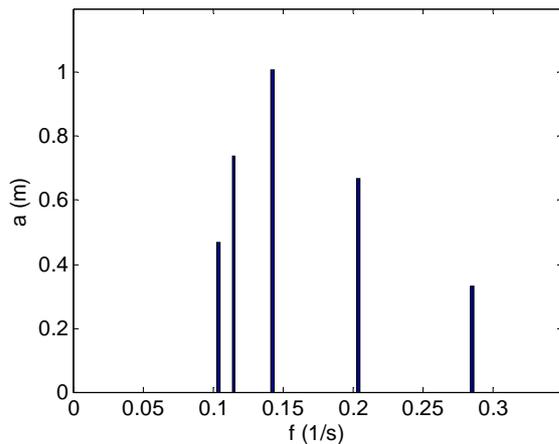
Consideremos la superposición de 5 ondas regulares con las características (periodo, fase y amplitud) mostradas en la tabla. La sobreelevación a lo largo del tiempo $\eta(t)$ del oleaje irregular resultante se obtiene sumando las sobreelevaciones de cada una de las ondas.

Componente	T(s)	f = 1/T (1/s)	δ (rad)	a = H/2 (m)	a ² /2 (m ²)
1	9.6	0.10	3.52	0.47	0.11
2	8.7	0.12	0.19	0.74	0.27
3	7.0	0.14	3.43	1.01	0.51
4	4.9	0.20	1.08	0.67	0.23
5	3.5	0.28	3.01	0.33	0.05

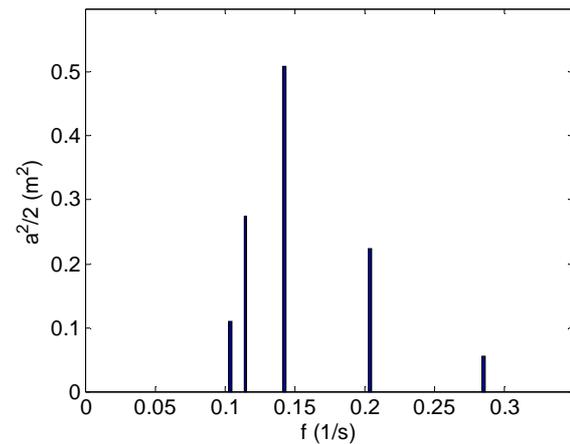
¹ Desde un punto de vista didáctico, se puede establecer la analogía con las variables aleatorias discretas, que concentran la probabilidad en un número finito de valores, y las variables aleatorias continuas, que vienen definidas por una función de densidad de probabilidad, quedando en este caso la probabilidad representada por el área bajo dicha función.



Este oleaje irregular tiene los siguientes espectros de amplitudes y varianza.



Espectro de amplitudes



Espectro de varianza

2.3 Análisis espectral de un estado de mar

En el apartado 2.1 se ha visto una forma de caracterizar el oleaje irregular, analizando estadísticamente las sucesivas olas individuales. Otra forma de caracterizar el oleaje irregular es identificar las ondas regulares que al superponerse dan lugar a dicho oleaje. Se trata por tanto de estudiar el proceso inverso a la superposición de ondas: la obtención de las componentes conocida la señal de oleaje irregular $\eta(t)$. Esto puede ser hecho mediante la función de autocorrelación de la señal, las series de Fourier, ó, para señales discretas, mediante la transformada rápida de Fourier.



Función de autocorrelación

Se puede demostrar que, dado un registro temporal de sobreelevaciones de oleaje $\eta(t)$, de duración T_0 , su espectro de varianza viene dado por

$$S(f) = 4 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

donde $R(\tau)$ es la función de autocorrelación del registro

$$R(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \eta(t)\eta(t+\tau) dt$$

Series de Fourier

Dada una función del tiempo $\eta(t)$, periódica de periodo T_0 , ésta puede ser descompuesta en infinitas funciones armónicas a través de las series de Fourier¹

$$\eta(t) = 2 \sum_{i=0}^{\infty} (a_i \cos(\omega_i t) + b_i \sin(\omega_i t)) = \sum_{i=0}^{\infty} 2c_i \cos(\omega_i t + \delta_i)$$

donde

$$\omega_i = \frac{2\pi \cdot i}{T_0}$$

$$a_i = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \eta(t) \cos(\omega_i t) dt \quad i = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

$$b_i = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \eta(t) \sin(\omega_i t) dt$$

Además, las amplitudes $2 \cdot c_i$ y fases δ_i vienen definidas por

$$c_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$$

$$\delta_i = \arctan\left(\frac{a_i}{b_i}\right) - \frac{\pi}{2}$$

Transformada rápida de Fourier

En base a las series de Fourier, el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform, FFT) permite descomponer una función discreta $\eta(t)$, definida por N puntos, en $N/2$ componentes armónicas (ondas regulares), debiendo N ser una potencia de 2.

Si la señal de partida $\eta(t)$ tiene una frecuencia de muestreo $f_s = 1 / \Delta t$, donde Δt es el espaciado temporal de los datos, se demuestra que la máxima frecuencia que el análisis es capaz de detectar (denominada frecuencia de Nyquist) es

$$f_{\text{Nyquist}} = f_s / 2$$

¹ En caso de que $\eta(t)$ no sea de una función periódica, como en general ocurre con los registros de sobreelevación de oleaje, debe ser considerada como periódica de periodo muy largo, para lo cual la duración del registro T_0 debe ser suficientemente larga.

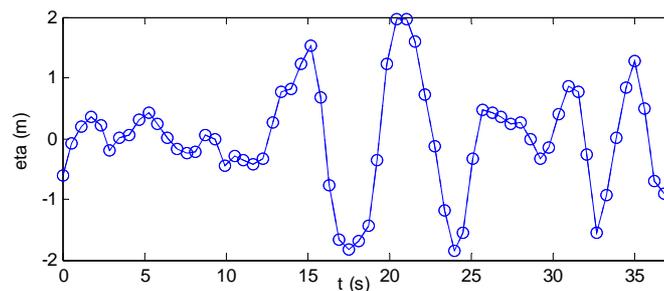


Así, el rango de frecuencias comprendido entre la frecuencia nula y la frecuencia de Nyquist se divide en $N/2$ bandas, cada una de ellas con una anchura $\Delta f = f_{\text{Nyquist}} / (N/2)$. A cada una de estas bandas de frecuencia se le asigna una componente regular cuya frecuencia corresponde a la frecuencia central de la banda. La FFT permite obtener la amplitud y la fase de las $N/2$ componentes (un total de N incógnitas) a partir de los puntos que componen la señal $\eta(t)$ de partida (N datos).

Como es lógico, la composición de las sobreelevaciones de las $N/2$ componentes obtenidas da lugar a la señal de oleaje irregular de partida. Como dicha señal de partida se corresponde realmente con la superposición de infinitas componentes con frecuencias comprendidas en todo el rango de frecuencias, el hecho de considerar únicamente $N/2$ frecuencias discretas es una aproximación, siendo tanto mayor la precisión obtenida cuanto mayor sea N .

Ejemplo 2.5: FFT

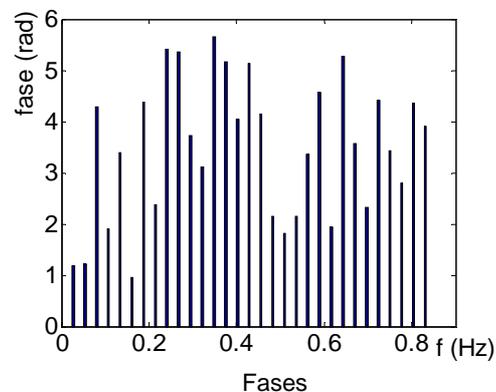
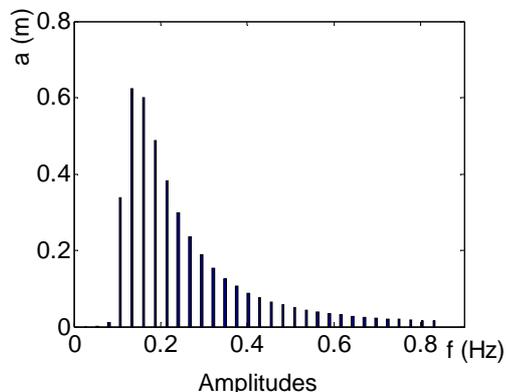
La figura muestra una parte de un registro de una boya de medida de oleaje, la cual se encarga de medir la sobreelevación de la superficie libre del mar a lo largo del tiempo. La señal está compuesta por $N = 64$ puntos. La duración del registro es de 36.75 s, por lo que el espaciado de los datos es $\Delta t = 36.75/(64-1) = 0.5833$ s, y la frecuencia de muestreo $f_s = 1/\Delta t = 1.7143$ s⁻¹.



Señal de oleaje irregular con 64 puntos

La frecuencia de Nyquist es $f_{\text{Nyquist}} = f_s / 2 = 0.8571$ s⁻¹. El rango de frecuencias $0 - f_{\text{Nyquist}}$ se divide en 32 bandas, cada una con una anchura $\Delta f = 0.8571 / 32 = 0.0268$ s⁻¹. La aplicación de la FFT permite obtener las 32 componentes regulares que dan lugar a la señal de oleaje de partida.

Las amplitudes y fases de las 32 componentes son las que se muestran en las siguientes figuras. Como puede observarse, la fase es una variable que puede ser considerada como aleatoria con distribución uniforme en el intervalo $0 - 2\pi$.

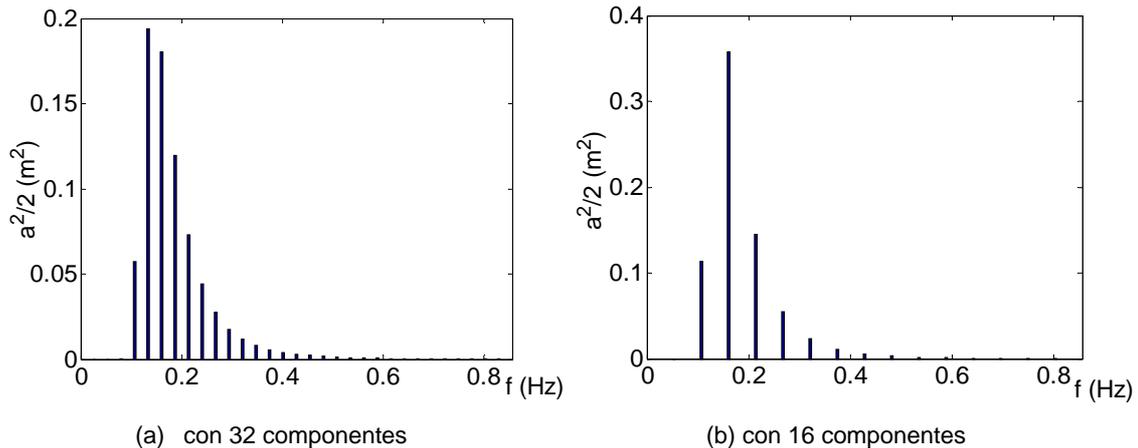


Por tanto se obtiene el espectro discreto de varianza que muestra la figura (a), que indica cómo la energía del oleaje irregular está repartida entre las 32 componentes. Se puede ver cómo las componentes con más energía están alrededor de los 7 s, mientras que para periodos inferiores a 2 s ó



superiores a 10 s el contenido energético es escaso. Por otra parte, se aprecia que la energía existente por encima de la frecuencia de Nyquist es despreciable. Si esto no fuera así, el diagrama de varianza obtenido sería erróneo, debido al efecto del fenómeno denominado *aliasing*. En ese caso sería necesario emplear una frecuencia de muestreo mayor para la señal de partida, de modo que la frecuencia de Nyquist se situase por encima de las mayores frecuencias con contenido energético.

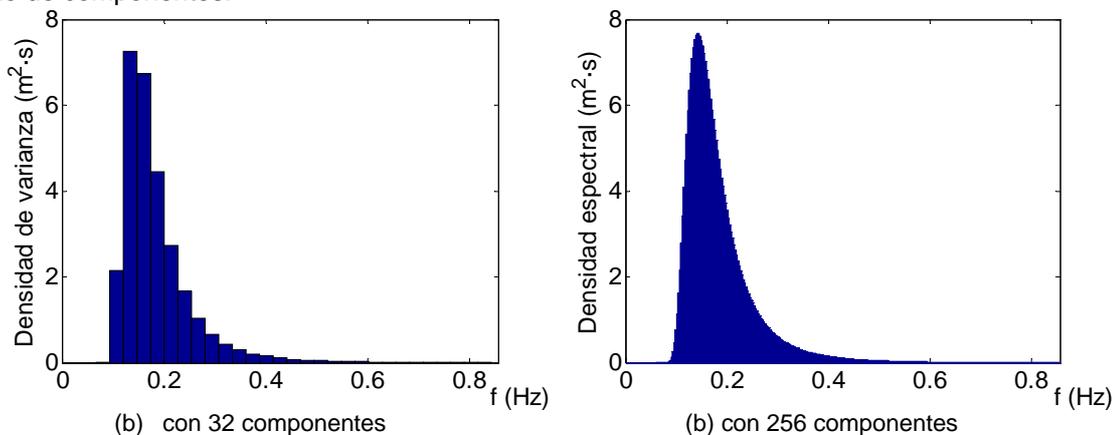
Por otra parte, si se hubieran empleado únicamente la mitad de los puntos de la señal de partida, ello daría lugar a un espectro discreto de varianza con sólo 16 componentes. Dicho espectro se muestra en la figura (b), pudiéndose observar como la varianza obtenida aumenta respecto a la del espectro con 32 componentes, ya que está concentrada en un menor número de componentes.



Espectro discreto de varianza

Sin embargo, el hecho de considerar un número finito de componentes representa una aproximación, ya que el oleaje de partida tiene realmente infinitas componentes. Por lo tanto, la distribución de su energía queda mejor representada mediante un espectro de densidad de varianza, el cual se obtiene repartiendo la varianza de cada componente de forma uniforme en la banda de frecuencia correspondiente (dividiendo por el ancho de banda $\Delta f = 0.8571 / 32 = 0.0268 \text{ s}^{-1}$). Así, la varianza queda ahora representada por el área bajo la curva.

Además, cuando el espectro de varianza se obtiene a partir de un número elevado de componentes adquiere una forma de curva continua. La figura (b) muestra el espectro que se habría obtenido a partir de una señal con $N = 512$ puntos. El espectro queda por tanto definido por $N/2 = 256$ bandas con una anchura de banda $\Delta f = 0.0033 \text{ s}^{-1}$. En la práctica el análisis espectral se realiza siempre con un número elevado de componentes.



Espectro de varianza



Parámetros espectrales

Del mismo modo que un estado de mar puede ser caracterizado estadísticamente a través de varios parámetros (H_s , H_{max} , $T_{1/3}$, etc), dicho estado de mar puede ser también caracterizado a través de una serie de parámetros que pueden ser obtenidos a partir del espectro de varianza del oleaje. Los más importantes son el momento de orden cero m_0 , la altura significativa espectral H_{m0} , y el periodo de pico T_p .

Se define el momento de orden n del espectro como

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n \cdot S(f) \cdot df$$

Cuando $n = 0$ se tiene el *momento de orden cero* que resulta ser el área total bajo el espectro. Como se ha indicado anteriormente, el área abarcada por cada componente es la varianza de dicha componente, de modo que el área total bajo el espectro corresponde a la varianza total debida al oleaje irregular. Además, la energía de cada componente es proporcional a su varianza, de modo que se concluye que la energía total del oleaje es proporcional a m_0

$$E = \sum E_i = \sum \rho g \frac{a_i^2}{2} = \rho g \int S(f) df = \rho g m_0$$

A partir del momento de orden 0 se obtiene la *altura significativa espectral* H_{m0} . Se puede demostrar¹ que

$$H_s \approx H_{m0} = 4.004 \sqrt{m_0}$$

donde H_s es la altura significativa del oleaje (obtenida mediante análisis estadístico).

El *periodo de pico* del oleaje se define como el periodo correspondiente a la componente con más energía, es decir, la inversa de la frecuencia de pico del espectro (frecuencia para la cual la densidad espectral es máxima)

$$T_p = 1/f_p$$

El periodo medio del oleaje definido en el apartado 2.1 puede ser obtenido mediante el análisis espectral a partir de los momentos de orden 0 y 1

$$T_m = \frac{m_0}{m_1}$$

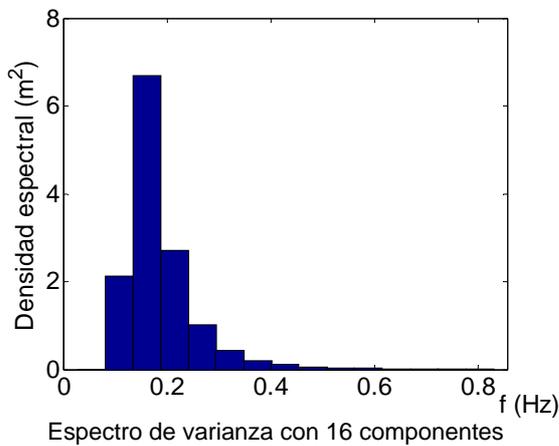
El Atlas de la ROM 0.3/91 muestra los valores característicos de la relación T_p/T_m en las distintas zonas del litoral español. Esta relación varía entre 1.12 y 1.35, con un valor medio $T_p \approx 1.26 \cdot T_m$. Teniendo en cuenta la expresión (2.1) $T_{max} \approx T_{1/3} \approx T_{1/10} \approx 1.2 \cdot T_m$, se obtiene la siguiente expresión aproximada recomendada por la ROM $T_p \approx 1.05 \cdot T_{1/3}$.

¹ Esta expresión es estrictamente se demuestra suponiendo que el oleaje sigue la distribución de Rayleigh (espectro de banda estrecha). En espectros de banda ancha se tiene la siguiente expresión aproximada $H_s \approx 3.7 \sqrt{m_0}$



Ejemplo 2.6: Caracterización espectral del oleaje irregular

La figura siguiente muestra el espectro del oleaje del Ejemplo 2.5 obtenido únicamente a partir de 16 componentes, con un ancho de banda $\Delta f = 0.8571 / 16 = 0.05357 \text{ s}^{-1}$.



Componente	f (Hz)	S(f) (m ² ·s)	S(f)·Δf (m ²)	f·S(f)·Δf (m ² /s)
1	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000
2	0.0536	0.0000	0.00000	0.00000
3	0.1071	2.1304	0.11412	0.01223
4	0.1607	6.6807	0.35788	0.05751
5	0.2143	2.7027	0.14478	0.03102
6	0.2679	1.0246	0.05489	0.01470
7	0.3214	0.4339	0.02324	0.00747
8	0.3750	0.2053	0.01100	0.00412
9	0.4286	0.1065	0.00570	0.00244
10	0.4821	0.0594	0.00318	0.00153
11	0.5357	0.0352	0.00189	0.00101
12	0.5893	0.0219	0.00117	0.00069
13	0.6429	0.0142	0.00076	0.00049
14	0.6964	0.0095	0.00051	0.00036
15	0.7500	0.0066	0.00035	0.00026
16	0.8036	0.0047	0.00025	0.00020
TOTAL			0.7198	0.1341

El momento de orden cero (área total bajo el espectro) es

$$m_0 = \sum_1^{16} S_i(f) \cdot \Delta f$$

donde $\Delta f = 0.8571 / 16 = 0.05357 \text{ s}^{-1}$. Por tanto el momento de orden cero resulta ser $m_0 = 0.7198 \text{ m}^2$, con lo que la altura significativa espectral es $H_{m0} = 4.004 \cdot 0.7198^{0.5} = 3.40 \text{ m}$.

La componente con la máxima densidad espectral es la cuarta, con $f = 0.1607 \text{ s}^{-1}$, por lo que el periodo de pico es $T_p = 1 / 0.1607 = 6.22 \text{ s}$.

Además, el momento de orden uno

$$m_1 = \sum_1^{16} f_i \cdot S_i(f) \cdot \Delta f$$

es $m_1 = 0.1341 \text{ m}^2/\text{s}$, con lo que el periodo medio es $T_m = 0.7198 / 0.1341 = 5.37 \text{ s}$.

Cuanto más fina es la discretización espectral (mayor número de componentes), más precisos son los resultados obtenidos. Así, si hubiéramos empleado un espectro compuesto por 256 componentes, los resultados obtenidos habrían sido

$$\begin{aligned} m_0 &= 0.7656 \text{ m}^2 \\ H_{m0} &= 3.50 \text{ m} \\ T_p &= 1 / 0.144 \text{ s}^{-1} = 6.94 \text{ s} \\ m_1 &= 0.1410 \text{ m}^2/\text{s} \\ T_m &= 5.43 \text{ s} \end{aligned}$$

2.4 El espectro direccional

Hasta el momento se ha supuesto que las distintas ondas presentes en el mar tienen distintas frecuencias pero la misma dirección de propagación. En realidad, en el mar cada una de estas ondas tiene además distinta dirección de propagación, resultando un oleaje que se denomina *multidireccional*, ó *de cresta corta*, puesto que en el mar los frentes ya no avanzan en una única



permaneciendo sensiblemente paralelos entre sí, sino que tienen un aspecto aleatorio y se cruzan entre sí.

El espectro de energía puede entonces ser generalizado teniendo en cuenta que la densidad de energía asignada a una determinada banda de frecuencia se distribuye entre todas las ondas con direcciones diferentes que pertenecen a esa banda de frecuencia. Así, dicho espectro pasa a depender de la frecuencia y de la dirección de cada componente

$$S(f, \theta) = S(f) \cdot G(f, \theta)$$

donde a la función $G(f, \theta)$ se la denomina el espectro direccional del oleaje. Dicha función es una función de densidad de probabilidad que nos indica cómo está distribuida la densidad energética de una banda de frecuencia determinada en función de la dirección. Por tratarse de una función de densidad de probabilidad, el área bajo el espectro direccional (para una frecuencia determinada) es igual a la unidad

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(\theta, f) \cdot d\theta = 1$$

La dirección media del oleaje para una frecuencia determinada vendrá dada por la esperanza de la variable aleatoria dirección

$$\theta_m = \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot G(\theta, f) \cdot d\theta$$

2.5 Espectros paramétricos

Espectros frecuenciales

En el apartado 2.3 se ha estudiado la manera de obtener la altura significativa H_{m0} y el periodo de pico T_p de un oleaje a partir de su espectro. ¿Es posible realizar el proceso inverso, es decir, obtener el espectro del oleaje a partir de H_{m0} y T_p ? Se ha comprobado que los espectros del oleaje real existente en el mar tienen siempre formas parecidas, gracias a lo cual diversos investigadores han sido capaces de plantear formulaciones que, a partir de H_{m0} , T_p y algunos parámetros adicionales, definen de forma aproximada la función de densidad espectral $S(f)$. La más conocida de estas formulaciones corresponde al espectro JONSWAP, definido en base a numerosos registros de oleaje medidos en el mar del norte.

El espectro JONSWAP viene definido por la siguiente expresión

$$S(f) = \beta_j H_{m0}^2 T_p^{-4} f^{-5} \exp[-1.25(T_p f)^{-4}] \gamma^{\exp[-(T_p f - 1)^2 / 2\sigma^2]}$$

donde

$$\beta_j = \frac{0.0624}{0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}} (1.094 - 0.01915 \ln \gamma)$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a \approx 0.07 : f \leq f_p \\ \sigma_b \approx 0.09 : f \geq f_p \end{cases}$$

Además, para el espectro JONSWAP, la relación T_p/T_s queda definida en función de γ



$$T_p \approx \frac{T_s}{1 - 0.132(\gamma + 0.2)^{-0.559}}$$

Como se puede observar, este espectro viene definido, además de por H_{m0} , T_p , por sólo un parámetro denominado factor de apuntamiento γ . Este parámetro define la forma del espectro, siendo éste más estrecho cuanto mayor es γ . Así, los valores altos de γ son característicos del oleaje *Swell*, mientras que los valores bajos de γ son característicos del oleaje *Sea*. El Atlas de la ROM 0.3/91 proporciona los valores característicos de γ en situación de temporal, en las distintas zonas del litoral español. Estos valores se sitúan en el rango 2.1 – 5.4.

Espectros direccionales

Al igual que para el espectro frecuencial, diversos autores han propuesto expresiones paramétricas que aproximan el espectro direccional existente en el mar a partir de la dirección media del oleaje y otros parámetros. Las más conocidas son el espectro de Mitsuyatsu, y el espectro coseno cuadrado.

- El espectro de Mitsuyatsu (también denominado Mitsuyatsu–Goda–Suzuki) viene dado por

$$G(\theta, f) = G_0 \cos^{2s} \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

donde

θ = dirección de propagación medida en sentido antihorario desde la dirección media

$$G_0 = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma^2(2s+1)}$$

Γ = Función gamma

$$s = \begin{cases} (f/f_p)^5 \cdot s_{\max} & : f \leq f_p \\ (f/f_p)^{-2.5} \cdot s_{\max} & : f \geq f_p \end{cases}$$

f_p = frecuencia de pico

$$s_{\max} = \begin{cases} 10 & \text{Oleaje de viento} \\ 25 & \text{Oleaje swell con corta distancia de decay} \\ 75 & \text{Oleaje swell con larga distancia de decay} \end{cases}$$

Por otra parte, Goda (2000) proporciona una fórmula para obtener S_{\max} en función de la velocidad del viento.

- El espectro coseno cuadrado es independiente de la frecuencia, y viene dado por

$$G(\theta) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta & : |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & : |\theta| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



2.6 Propagación del oleaje irregular

Coefficientes de transformación

Dado que las diferentes componentes de un oleaje irregular tienen distinto periodo y dirección, se propagan de manera diferente y tienen distintos coeficientes de propagación hasta un determinado punto de estudio. De forma teórica podemos considerar que dichas ondas regulares, tras propagarse por separado, se vuelven a superponer en el punto en estudio, dando lugar a otro oleaje irregular con un espectro diferente al del oleaje de partida. En este caso se definen los coeficientes de transformación (refracción, difracción y asomeramiento) como el cociente entre las alturas de ola significantes del oleaje de partida y del oleaje propagado, entendiéndose por separado a los tres procesos de transformación mencionados.

Número de Iribarren

Diversos autores han generalizado la definición del número de Iribarren (expuesto en el apartado 1.7) para su uso con oleaje irregular. Así, se define el número de Iribarren de pico, como el número de Iribarren calculado con la altura de ola significativa y el periodo de pico

$$Ir = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{H_s / L_p}}$$

donde L_p es la longitud de onda correspondiente al periodo de pico. Asimismo, se define el número de Iribarren medio como el número de Iribarren calculado con la altura de ola significativa y el periodo medio

$$Ir_m = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{H_s / L_m}}$$

donde L_m es la longitud de onda correspondiente al periodo medio.

Rotura

La modificación de las características del oleaje irregular debido a su rotura puede ser estudiada mediante el modelo de rotura de Goda (2000), el cual viene expresado por

$$H_{1/3} = \begin{cases} K_s \cdot H_0' & : h/L_0 \geq 0.2 \\ \min\{(\beta_0 \cdot H_0' + \beta_1 \cdot h), \beta_{\max} \cdot H_0', K_s \cdot H_0'\} & : h/L_0 \leq 0.2 \end{cases} \quad (2.5)$$

$$H_{\max} \equiv H_{1/250} = \begin{cases} 1.8 \cdot K_s \cdot H_0' & : h/L_0 \geq 0.2 \\ \min\{(\beta_0^* \cdot H_0' + \beta_1^* \cdot h), \beta_{\max}^* \cdot H_0', 1.8 \cdot K_s \cdot H_0'\} & : h/L_0 \leq 0.2 \end{cases}$$

donde

$H_0' = H_0 \cdot K_r$ = altura de ola en aguas profundas multiplicada por el coeficiente de refracción desde aguas profundas hasta el punto en estudio

L_0 = longitud de onda en aguas profundas

K_s = coeficiente de asomeramiento desde aguas profundas hasta el punto en estudio

$\tan \theta$ = pendiente del fondo en el punto en estudio



$$\beta_0 = 0.028(H'_0 / L_0)^{-0.38} \exp[20 \tan^{1.5} \theta]$$

$$\beta_1 = 0.52 \exp[4.2 \tan \theta]$$

$$\beta_{\max} = \max\{0.92, 0.32(H'_0 / L_0)^{-0.29} \exp[2.4 \tan \theta]\}$$

$$\beta_0^* = 0.052(H'_0 / L_0)^{-0.38} \exp[20 \tan^{1.5} \theta]$$

$$\beta_1^* = 0.63 \exp[3.8 \tan \theta]$$

$$\beta_{\max}^* = \max\{1.65, 0.53(H'_0 / L_0)^{-0.29} \exp[2.4 \tan \theta]\}$$

Ejemplo 2.7: Rotura del oleaje irregular

La tabla siguiente muestra la aplicación del modelo de rotura de Goda para un oleaje con 10 s de periodo significativo y una altura de ola significativa en aguas profundas que, una vez multiplicada por el coeficiente de refracción desde aguas profundas hasta el punto en estudio, resulta ser 5,10 m. La profundidad en el punto en estudio es de 10 m, resultando un estado de mar con una altura de ola significativa de 4,96 y una altura de ola máxima de 8,42, produciéndose la rotura de algunas de las olas.

Modelo rotura Goda		
Periodo significativo (T1/3)	10.00	s
Profundidad al pie (h)	10.00	m
Hs en ag. prof. incluyendo refracción (H'0)	5.10	m
pendiente fondo (m)	0.05	
Hs	4.96	m
Hmax	8.42	m
RompeHs	VERDADERO	
RompeHmax	VERDADERO	

Este resultado puede ser comparado con el que proporciona la fórmula de McCowan aplicada a la mayor ola del registro. Si no existiera rotura, la mayor ola del registro tendría un valor en el punto en estudio $H_{\max_0} \cdot K_r \cdot K_s = 1,8 \cdot H_0 \cdot K_r \cdot K_s = 1,8 \cdot H'_0 \cdot K_s = 1,8 \cdot 5,10 \cdot 0,98 = 9,02$ m. Al ser este valor superior a la altura de ola límite de rotura según McCowan, $0,78 \cdot 10 = 7,8$ m, se tiene que existe la rotura de las mayores olas, las cuales pasarían según el modelo de McCowan a tener una altura de ola de 7,8 m. Este resultado difiere del obtenido con la formulación de Goda, si bien se debe tener en cuenta que el modelo de McCowan ha sido desarrollado para oleaje regular y su grado de aproximación al proceso real es menor. No obstante su aplicación es de gran sencillez, por lo que pese a todo se usa de forma muy habitual.

2.7 Caracterización estadística de oleajes medios

Datos de partida

Los datos de partida para la caracterización del oleaje provienen fundamentalmente de tres fuentes: datos visuales, datos instrumentales y modelos de previsión.

A lo largo de una serie de años las características del oleaje han sido estimadas visualmente por observadores desde buques en ruta, lo cual ha dado a una base de datos denominados datos visuales. Cada uno de los registros de la base de datos contiene una altura de ola, una dirección del oleaje, unas coordenadas geográficas, una fecha y una hora. Normalmente los datos corresponden a aguas profundas. Estadísticamente se puede definir una relación aproximada entre la altura de ola estimada visualmente (*altura de ola visual*) y la altura de ola significativa,



para un determinado conjunto de datos de oleaje. A falta de datos más precisos, la ROM 0.3/91 plantea emplear la relación $H_v \approx H_s$ en aguas profundas.

En los años setenta se puso en marcha en España la REMRO (Red de Medida y Registro de Oleaje), consistente en la disposición a lo largo de la costa española de una serie de boyas de medida que miden la sobreelevación a lo largo del tiempo en un punto del mar. Estos registros se analizan después estadística y espectralmente para obtener las características de los sucesivos estados de mar. Las boyas de medida pueden ser escalares, en cuyo caso miden únicamente la sobreelevación, ó direccionales, en cuyo caso son capaces además de medir la dirección media de propagación.

Desde la puesta en marcha de la REMRO, esta red se ha ido completando por Puertos del Estado con nuevas boyas dando lugar a la red de aguas profundas y a la red costera. La red de aguas profundas abarca las boyas de las antiguas redes EMOD (Estaciones de Medida del Oleaje Direccional, con boyas *Wavescan*, todas ellas direccionales) y RAYO (Red de Alerta y Observación, con boyas *Seawatch*, la mayor parte de ellas escalares, con la excepción en el momento actual –año 2005– de las boyas de Estaca de Bares, Villano y Peñas). La red costera abarca las boyas de la antigua red REMRO (con boyas *Waverider* escalares, y *Triaxis* direccionales). Estas boyas están situadas en profundidades intermedias ó reducidas, por lo que para deducir las características del oleaje en aguas profundas es preciso tener en cuenta los coeficientes de transformación del oleaje hasta la boya.

Por último, se tienen los modelos de previsión y retroanálisis. Se trata de modelos numéricos que permiten simular la generación y desarrollo del oleaje a partir de las cartas de presión atmosférica ó de los campos de vientos, obtenidos a su vez mediante la observación vía satélite. Estos modelos se pueden usar para predecir el oleaje en un horizonte relativamente próximo (del orden de 72 horas), si bien también pueden ser empleados para determinar los oleajes que han existido a lo largo del tiempo en los distintos puntos del mar a partir de los datos climáticos de presiones ó vientos. En España se tienen dos bases de datos provenientes del modelo de previsión WAM (Wave Model), las cuales cubren toda la costa española. En primer lugar la red WANA, cuyos datos más antiguos corresponden a mediados de los años 90, se ha obtenido a partir de campos de viento post-analizados. La red WASA proporciona datos con mayor antigüedad (abarca hasta los años 70), provenientes de un retroanálisis a partir de cartas de presiones, por lo que dan una menor fiabilidad.

Rosas de oleaje

Las rosas de oleaje permiten la representación gráfica de la distribución conjunta de probabilidad de las variables altura de ola y dirección del oleaje a lo largo de un periodo de tiempo concreto (habitualmente un año).

En la figura se muestra una rosa en la cual la dirección del oleaje está discretizada en 12 sectores. Para cada uno de ellos se representa una rama cuya longitud total indica la frecuencia de presentación del sector. En este ejemplo los oleajes que provienen del sector Sur se presentan un 18% del tiempo, y lo mismo ocurre con los oleajes del sector Este. A la dirección más frecuente se la denomina dirección *reinante*.

Cada rama está dividida en tramos de distinta anchura que representan las distintas alturas de ola según la escala gráfica que se incluye. Así, en el ejemplo, del 18 % del tiempo correspondiente a oleajes de dirección Este, aproximadamente un 9 % corresponde a oleajes de entre 0,2 y 0,4 m de



altura de ola, un 6 % a oleajes de entre 0,5 y 1,0 m, un 2 % a oleajes de entre 1,0 y 1,5 m, y así sucesivamente. A la dirección con mayores alturas de ola se la denomina dirección *dominante*.

La altura de ola que indica la rosa de oleaje suele ser la altura de ola significativa. No obstante si los datos de partida son datos visuales, esta altura de ola es la altura de ola visual.

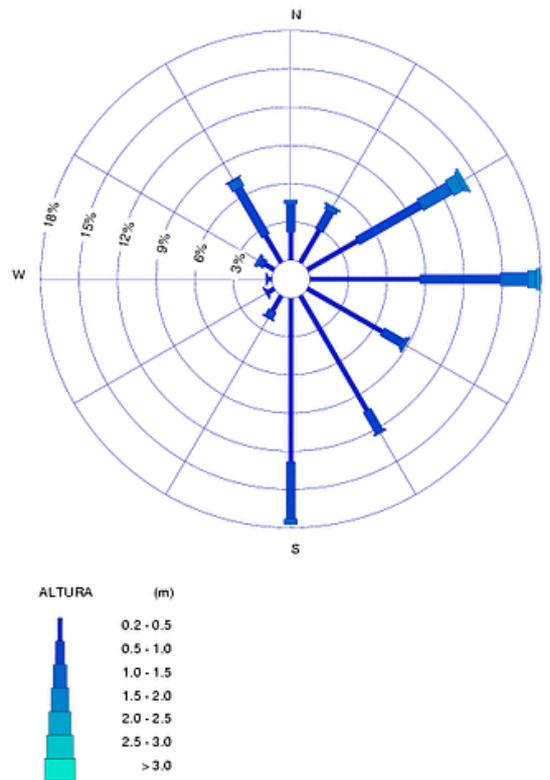


Figura 2.3 – Rosa de oleaje a partir de datos de un modelo de previsión (datos WANA)

Normalmente las rosas de oleaje se usan para caracterizar el oleaje en aguas profundas, aunque también pueden ser empleadas para caracterizar el oleaje en las cercanías de la costa, según se muestra en la figura.

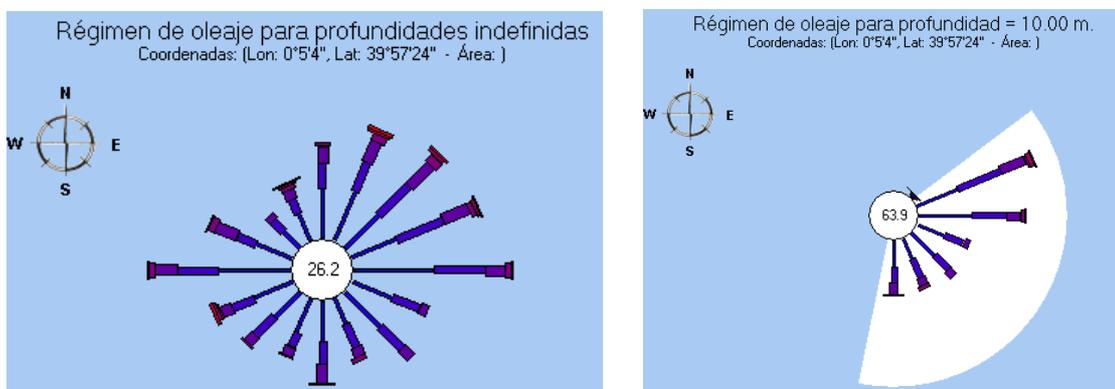


Figura 2.4 – Rosas de oleaje en aguas profundas y a 10 m de profundidad a partir de datos visuales



Curva de estados del mar

Las curvas de estados del mar permiten la representación gráfica de la evolución de la altura de ola significativa correspondiente a los sucesivos estados de mar que se suceden a lo largo de un periodo de tiempo determinado (normalmente un año concreto). Cada uno de los puntos de una curva de estados del mar corresponde a un estado de mar, habiendo sido obtenida la altura de ola correspondiente mediante un análisis estadístico de un registro con una duración que habitualmente es del orden de 30 minutos. La curva mostrada en la figura muestra la ocurrencia de dos temporales, en los meses de marzo y abril de 2004, con alturas de ola significantes que llegaron a superar los 2,80 m. Asimismo, se observa cómo en los meses de verano el oleaje rara vez superó los 0,80 m de altura.

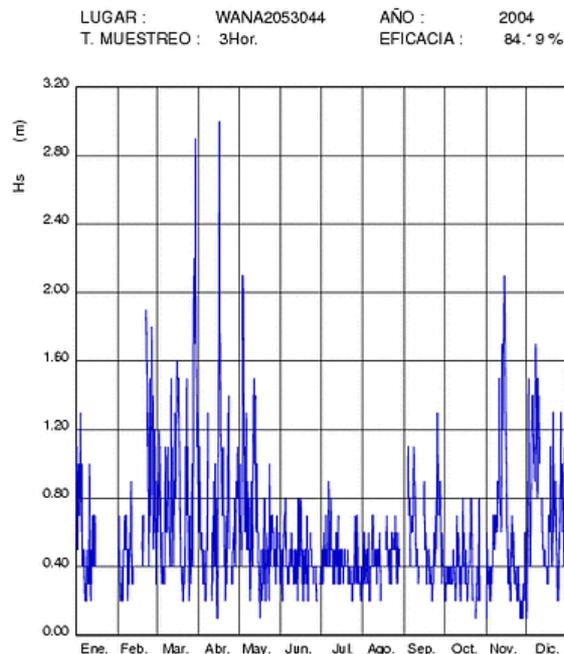


Figura 2.5 – Curva de estados del mar obtenida a partir de datos de un modelo de previsión (datos WANA)

Régimen medio

El régimen medio sirve para caracterizar los oleajes medios en un determinado punto del mar. Es una función que relaciona la altura de ola significativa con la probabilidad de que en un instante cualquiera no se supere un valor concreto de dicha variable.

$$P(H_s \leq x) = F(x)$$

La función de distribución más habitual para regímenes medios de oleaje es la de Weibull, la cual viene dada por

$$P(H_s \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{x - A}{B}\right)^c\right]\right\} \quad (2.6)$$

donde

A = parámetro de posición

B = parámetro de escala



C = parámetro de forma

En ocasiones la función de Weibull se usa con sólo dos parámetros para régimen medio (función de Weibull *biparamétrica*), dando a A un valor nulo. En el caso de regímenes extremales, en cambio, se suelen mantener los tres parámetros (función de Weibull *triparamétrica*).

En el caso del régimen medio el concepto de probabilidad se confunde con el de frecuencia de ocurrencia; por ejemplo, si el régimen medio anual indica una probabilidad de 0,3 de que en cualquier momento la altura de ola significativa no supere el valor de 2 m, ello permite deducir que durante un 30% del año no se superará dicha altura; es decir, la frecuencia de ocurrencia del suceso $H_s < 2m$ es 0,3.

El régimen medio puede obtenerse mediante el análisis de una curva de estados del mar, ó consultando una base de datos. Así, por ejemplo, partiendo de una base de datos de observaciones desde buques en ruta, la probabilidad de no superación de una altura significativa de 2m corresponde al cociente entre el número de observaciones con $H_s < 2m$ y el número de observaciones totales. Una vez que tenemos un conjunto de pares de valores $[x, P(H_s < x)]$, se puede ajustar una función de distribución que relaciona cualquier valor x de la altura de ola significativa con la probabilidad de que en un instante cualquiera no se supere dicho valor. Dicha función es el régimen medio.

El régimen medio se suele hacer de forma anual, es decir, a partir de todos los datos disponibles, los cuales están en teoría uniformemente repartidos a lo largo de todos los meses del año. También puede hacerse estacional, para caracterizar una estación del año concreta, ó mensual, para caracterizar el oleaje que suele presentarse en un mes concreto del año.

Cuando los datos empleados para la obtención del régimen medio son todos los estados del mar disponibles, independientemente de la dirección del oleaje en cada uno de ellos, obtenemos el régimen medio escalar, que no tiene información acerca de la dirección del oleaje. Si únicamente partimos de los estados del mar correspondientes a un sector de oleaje concreto, por ejemplo el sector NE, obtendremos el régimen medio direccional, que representa la probabilidad de no superación de la altura de ola significativa, condicionada a que el oleaje provenga de dicho sector.

$$P(H_s \leq x / NE) = F(x) \quad (2.7)$$

Además, para una dirección de oleaje determinada, la superación y la no superación de una altura de ola son sucesos complementarios, por lo que se verifica

$$P(H_s \leq x / NE) = 1 - P(H_s \geq x / NE) \quad (2.8)$$

La probabilidad de un suceso A condicionada a un suceso B viene dada por

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (2.9)$$

Ejemplo 2.8: Régimen escalar

Dado un punto del mar desea estimar la probabilidad de que la altura de ola significativa sea menor que 8.41, sabiendo que el régimen medio escalar en dicho punto viene dado por una función de distribución de Weibull biparamétrica con $B = 2.03$ y $C = 1.34$, es decir



$$P(H_s \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{x}{2.03}\right)^{1.34}\right]\right\}$$

Entrando en el régimen con $x = 8.41$ m obtenemos la probabilidad de no superación

$$P(H_s \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{8.41}{2.03}\right)^{1.34}\right]\right\} = 0.999$$

Es decir, se estima que la altura de ola significativa será menor que 8.41 m un 99.9% del tiempo.

Ejemplo 2.9: H_{s12}

En base al régimen medio escalar del ejemplo anterior, se puede estimar la altura de ola que se superará en el punto de estudio (en aguas profundas) durante 12 h al año. Dicha altura se usa frecuentemente en estudios de costas, y se denomina H_{s12} . Basta con sustituir en el régimen la probabilidad de no superación correspondiente

$$P(H_s \leq x) = 1 - \frac{12}{365 \cdot 24} = 0.99863$$

obteniendo la siguiente altura significativa

$$x = H_{s12} = 8.29 \text{ m}$$

Operatividad

El régimen medio puede ser empleado para calcular la operatividad de un área de navegación en lo que respecta a la agitación causada por el oleaje. La operatividad representa el porcentaje de tiempo que el área de navegación está operativa, para lo cual la altura de ola significativa tiene que ser menor que una altura de ola significativa límite operativa denominada altura umbral H_u .

Según la ROM 3.1/99, la altura de ola umbral para los distintos tipos de dársenas y áreas de atraque es la que se indica a continuación:



TABLA 8.1. CONDICIONES LIMITES DE OPERACION DE BUQUES EN MUELLES Y PANTALANES

	Velocidad absoluta del viento $V_{10,1min}$	Velocidad absoluta de la corriente $V_{c,1min}$	Altura de ola H_s
1. <i>Atraque de buques</i>			
• Acciones en sentido longitudinal al muelle	17.0 m/s	1.0 m/s	2.0 m
• Acciones en sentido transversal al muelle	10.0 m/s	0.1 m/s	1.5 m
2. <i>Paralización operaciones carga y descarga (para equipos convencionales)</i>			
• Acciones en sentido longitudinal al muelle			
— Petroleros			
< 30.000 TPM	22 m/s	1.5 m/s	1.5 m
30.000-200.000 TPM	22 m/s	1.5 m/s	2.0 m
> 200.000 TPM	22 m/s	1.5 m/s	2.5 m
— Graneleros			
Cargando	22 m/s	1.5 m/s	1.5 m
Descargando	22 m/s	1.5 m/s	1.0 m



TABLA 8.1. (Continuación)			
	Velocidad absoluta del viento $V_{10,1 \text{ m/s}}$	Velocidad absoluta de la corriente $V_{c,1 \text{ m/s}}$	Altura de ola H_s
— Transportadores de Gases Licuados			
< 60.000 m ³	22 m/s	1.5 m/s	1.2 m/s
> 60.000 m ³	22 m/s	1.5 m/s	1.5 m/s
— Mercantes de carga general, Pesqueros de altura y congeladores	22 m/s	1.5 m/s	1.0 m
— Portacontenedores, Ro-Ros y Ferries	22 m/s	1.5 m/s	0.5 m
— Transatlánticos y Cruceros (1)	22 m/s	1.5 m/s	0.5 m
— Pesqueros de pesca fresca	22 m/s	1.5 m/s	0.6 m
• Acciones en sentido transversal al muelle			
— Petroleros			
< 30.000 TPM	20 m/s	0.7 m/s	1.0 m
30.000-200.000 TPM	20 m/s	0.7 m/s	1.2 m
> 200.000 TPM	20 m/s	0.7 m/s	1.5 m
— Graneleros			
Cargando	22 m/s	0.7 m/s	1.0 m
Descargando	22 m/s	0.7 m/s	0.8 m
— Transportadores de Gases Licuados			
< 60.000 m ³	16 m/s	0.5 m/s	0.8 m
> 60.000 m ³	16 m/s	0.5 m/s	1.0 m
— Mercantes de carga general, Pesqueros de altura y congeladores	22 m/s	0.7 m/s	0.8 m
— Portacontenedores, Ro-Ros y Ferries	22 m/s	0.5 m/s	0.3 m
— Transatlánticos y Cruceros (1)	22 m/s	0.5 m/s	0.3 m
— Pesqueros de pesca fresca	22 m/s	0.7 m/s	0.4 m
3. Permanencia de buques en muelle			
— Petroleros y Transportadores de Gases Licuados			
• Acciones en sentido longitudinal al muelle	30 m/s	2.0 m/s	3.0 m
• Acciones en sentido transversal al muelle	25 m/s	1.0 m/s	2.0 m
— Transatlánticos y Cruceros (2)			
• Acciones en sentido longitudinal al muelle	22 m/s	1.5 m/s	1.0 m
• Acciones en sentido transversal al muelle	22 m/s	0.7 m/s	0.7 m
— Embarcaciones deportivas (2)	22 m/s	1.5 m/s	0.4 m
• Acciones en sentido longitudinal al muelle	22 m/s	1.5 m/s	0.4 m
• Acciones en sentido transversal al muelle	22 m/s	0.7 m/s	0.2 m
— Otro tipo de buques	Limitaciones impuestas por las cargas de diseño de los muelles		

Tabla 2.1 - Condiciones límite operativas según la ROM 3.1/99

En el Ejemplo 1.7 se ha visto cómo obtener la altura de ola en aguas profundas que provoca que se supere una determinada altura umbral en una cierta área de navegación. El ejemplo está realizado con la altura de ola correspondiente a oleaje regular, siendo completamente análogo si se considera oleaje irregular y se emplea la altura de ola significativa. Una vez obtenido un valor de la altura de ola significativa en aguas profundas, el régimen medio nos permite definir qué porcentaje del tiempo dicho valor no es superado, y por lo tanto, nos permite estimar la operatividad.

Teniendo en cuenta la dirección del oleaje a través de los regímenes direccionales, la inoperatividad (frecuencia de superación de la altura umbral en la zona en estudio) viene dada por la suma de las inoperatividades asociadas a cada uno de los sectores de oleaje que alcanzan la zona en estudio. Lo mismo no puede ser dicho respecto de la operatividad, pues habría que considerar también la operatividad correspondiente a los sectores de oleaje que no alcanzan la zona en estudio.



La inoperatividad viene dada por la suma de las inoperatividades asociadas a cada uno de los sectores de oleaje que alcanzan la zona en estudio; lo mismo no puede ser dicho respecto de la operatividad.

Ejemplo 2.10: Operatividad anual

La tabla siguiente muestra los regímenes medios direccionales estacionales en aguas profundas frente a la costa de Cartagena para las tres direcciones de oleaje que afectan a la dársena de Escombreras, los cuales vienen definidos por los tres parámetros de la función de distribución de Weibull. La tabla contiene además la frecuencia de presentación de dichas direcciones.

S22.5W								S50W			
SSW				SW				WSW			
A	B	C	Frec %	A	B	C	Frec %	A	B	C	Frec %
0.36	0.61	1.40	10.00	0.34	0.98	1.60	18.65	0.35	0.99	1.62	7.73

Se desea estimar la operatividad de una terminal cuya altura significativa límite operativa es $H_u = 0.5$ m. Los coeficientes de refracción y asomeramiento K_{rs} desde aguas profundas hasta la bocana de la dársena son 0.95 para la dirección SSW y 0.9 para las direcciones SW y WSW, siendo la dirección de incidencia del oleaje en la bocana S22.5°W para los oleajes SSW y SW, y S50°W para los oleajes del WSW. Los coeficientes de difracción (ó de agitación) desde la bocana hasta la terminal en estudio son 0.3 para la dirección S22.5°W y 0.2 para la dirección S50°W.

El primer paso a dar consiste en obtener la altura de ola significativa en aguas profundas que provoca la parada operativa de la terminal para cada dirección de oleaje. Dicha altura se ha obtenido como

$$H_0 = \frac{H_u}{K_d \cdot K_{rs}}$$

Dir. Ag. prof.	SSW	SW	WSW
Dir. Bocana	S22.5W	S22.5W	S50W
Kd	0.30	0.30	0.20
Hs,bocana	1.67	1.67	2.50
Krs	0.95	0.9	0.9
H ₀	1.75	1.85	2.78

La inoperatividad (frecuencia de superación de la altura umbral en la terminal) viene dada por la suma de las inoperatividades asociadas a cada uno de los sectores considerados.

$$P(H_s \geq H_u) = P[(H_0 \geq 1.75) \cap (SSW)] + P[(H_0 \geq 1.85) \cap (SW)] + P[(H_0 \geq 2.78) \cap (WSW)]$$

Haciendo uso de la ecuación (2.9)

$$P(H_s \geq H_u) = P(H_0 \geq 1.75 / SSW) \cdot P(SSW) + P(H_0 \geq 1.85 / SW) \cdot P(SW) + P(H_0 \geq 2.78 / WSW) \cdot P(WSW)$$

Haciendo uso de la expresión (2.8) esta expresión se debe escribir en función de la probabilidad de no superación condicionada a cada sector, que es la que proporciona el régimen direccional

$$P(H_s \geq H_u) = [1 - P(H_0 \leq 1.75 / SSW)] \cdot P(SSW) + [1 - P(H_0 \leq 1.85 / SW)] \cdot P(SW) + [1 - P(H_0 \leq 2.78 / WSW)] \cdot P(WSW)$$

Sustituyendo estos valores de H_0 en los regímenes direccionales correspondientes, y considerando la frecuencia de presentación de cada sector, se obtiene la inoperatividad. La inoperatividad suele ser expresada en horas de parada al mes ó al año. La tabla muestra también la inoperatividad en horas al año considerando que un año tiene 8760 h.

	$[1 - P(H_0 \leq 1.75 / SSW)] \cdot P(SSW)$	$[1 - P(H_0 \leq 1.85 / SW)] \cdot P(SW)$	$[1 - P(H_0 \leq 2.78 / WSW)] \cdot P(WSW)$	TOTAL
Frecuencia	0.00400	0.02525	0.00106	0.03031
Horas/año	35.05	221.20	9.30	265.55



Las fórmulas anteriores pueden entenderse de la siguiente forma. Un año tiene 8760 horas, de las cuales un 10.09% (frecuencia de presentación del SSW) corresponden a oleajes del SSW, de los cuales un 4% ($1 - P(H_0 \leq 1.75/SSW)$) superan la altura de ola significativa límite de 1.75 m. Por tanto, 35.05 horas al año ($8760 \text{ h} \cdot 0.10 \cdot 0.04001$) son inoperativas por oleajes del SSW. Procediendo de forma análoga se tienen las horas inoperativas por oleajes de las direcciones SW y WSW. La inoperatividad total es la suma de las inoperatividades de los sectores con inoperatividad.

Por último, se ha obtenido la operatividad, teniendo en cuenta que los sucesos "terminal operativa" y "terminal inoperativa" son complementarios.

SSW	SW	WSW	Resto de Sectores	TOTAL
0.09600	0.16125	0.07619	0.63625	0.96969
840.95	1412.54	667.41	5573.55	8494.45

Así, en este caso del 10% del tiempo del año que el oleaje es del SSW, un 95.999% ($P(H_0 \leq 1.75/SSW)$) es operativo al no superarse la altura de ola significativa límite de 1.75 m. Por tanto, 840.95 horas al año ($8760 \text{ h} \cdot 0.10 \cdot 0.95999$) son inoperativas por oleajes del SSW. La operatividad total es, asimismo, igual a la suma de las operatividades de los sectores con operatividad, si bien debe tenerse en cuenta que todos los sectores tienen operatividad, mientras que únicamente los sectores con oleajes que afectan a la zona de estudio tienen inoperatividad. Por este motivo, la obtención de la operatividad es más sencilla obtenida a partir de la inoperatividad, como se ha hecho en este caso.

Ejemplo 2.11: Operatividad estacional

En este ejemplo se estima la operatividad para cada una de las estaciones del año, al objeto de tener en cuenta las características climáticas estacionales. Se parte de los siguientes regímenes medios direccionales estacionales en aguas profundas para cada estación del año.

	S22.5W								S50W			
	SSW				SW				WSW			
	A	B	C	Frec %	A	B	C	Frec %	A	B	C	Frec %
DIC-FEB	0.31	0.88	1.62	10.39	0.18	1.42	1.90	18.29	0.32	1.04	1.66	10.94
MAR-MAY	0.37	0.48	1.17	12.93	0.34	0.98	1.56	22.56	0.34	1.01	1.55	7.66
JUN-AGO	0.39	0.47	1.69	9.55	0.41	0.72	1.52	14.75	0.31	0.96	1.81	3.52
SEP-NOV	0.37	0.59	1.12	7.47	0.44	0.79	1.40	19.00	0.44	0.94	1.46	8.78

Del ejemplo anterior se tiene que

Dir. Ag. prof.	SSW	SW	WSW
Dir. Bocana	S22.5W	S22.5W	S50W
Kd	0.30	0.30	0.20
Hs,bocana	1.67	1.67	2.50
Krs	0.95	0.9	0.9
H ₀	1.75	1.85	2.78

Se aplican las mismas formulaciones que en el ejemplo anterior, de forma separada para cada una de las estaciones. La inoperatividad viene dada por

$$P(H_s \geq H_u) = [1 - P(H_0 \leq 1.75 / SSW)] \cdot P(SSW) + [1 - P(H_0 \leq 1.85 / SW)] \cdot P(SW) + [1 - P(H_0 \leq 2.78 / WSW)] \cdot P(WSW)$$

	SSW	SW	WSW	TOTAL
DIC-FEB	0.01115	0.04677	0.00169	0.05961
MAR-MAY	0.00409	0.03157	0.00152	0.03718
JUN-AGO	0.00022	0.00833	0.00014	0.00870
SEP-NOV	0.00555	0.01994	0.00200	0.02749

La tabla siguiente muestra la inoperatividad en horas al mes, para cada uno de los periodos del año considerados. Se ha considerado que un mes tiene 720 h.



	SSW	SW	WSW	TOTAL
DIC-FEB	8.03	33.67	1.22	42.92
MAR-MAY	2.95	22.73	1.10	26.77
JUN-AGO	0.16	6.00	0.10	6.26
SEP-NOV	4.00	14.36	1.44	19.79

Por último, la tabla siguiente muestra la operatividad total, obtenida teniendo en cuenta que los sucesos "terminal operativa" y "terminal inoperativa" son complementarios.

	SSW	SW	WSW	Resto de Sectores	TOTAL
DIC-FEB	0.09275	0.13613	0.10771	0.60380	0.94039
MAR-MAY	0.12521	0.19403	0.07508	0.56850	0.96282
JUN-AGO	0.09528	0.13917	0.03506	0.72180	0.99130
SEP-NOV	0.06915	0.17006	0.08580	0.64750	0.97251

Esta información también puede ser expresada en horas operativas al mes

	SSW	SW	WSW	Resto de Sectores	TOTAL
DIC-FEB	66.78	98.01	77.55	434.74	677.08
MAR-MAY	90.15	139.70	54.06	409.32	693.23
JUN-AGO	68.60	100.20	25.24	519.70	713.74
SEP-NOV	49.79	122.44	61.78	466.20	700.21

2.8 Caracterización estadística de oleajes extremos

Oleaje de diseño

Se entiende por oleaje de diseño el oleaje asociado al temporal, tormenta ó estado de mar de diseño, es decir, el oleaje para el cual se diseña una obra marítima. Como se ha indicado anteriormente, este oleaje de diseño puede caracterizarse mediante muchas y diversas variables como la altura de ola significativa H_s , la altura de ola máxima H_{max} , la altura de ola $H_{1/10}$, el periodo de pico T_p , el periodo significativo T_s , etcétera.

Las formulaciones de diseño de obras marítimas vienen definidas en función de una ó varias de estas variables. Así por ejemplo la fórmula de Hudson (diques en talud) viene expresada en función de la altura de ola $H_{1/10}$ del oleaje de diseño, mientras que la de Goda (diques verticales) viene expresada en función de la altura de ola máxima H_{max} y el periodo significativo T_s , del oleaje de diseño.

Método de los máximos anuales y método POT

Un método habitual en análisis de sucesos extremos es analizar una muestra de los máximos anuales de dichos sucesos observados a lo largo de una serie de años; a este método se le denomina método de los máximos anuales.

En el caso del oleaje, se tienen en general pocos años de observación, dado que las primeras redes de medida y registro de oleaje se pusieron en funcionamiento en España en los años 70. Por este motivo, es habitual emplear el método POT (Peak Over Threshold – pico sobre umbral), que consiste en tomar como datos de la muestra no sólo el máximo suceso de cada año, sino todos los sucesos que superen un cierto umbral predefinido. En este caso se define la variable λ como el número medio de temporales que se presentan en un año, entendiendo temporal como todo suceso que supere el umbral definido. A efectos prácticos, el método de los máximos



anuales se puede entender como un caso particular del método POT en el que el umbral es tal que $\lambda = 1$.

Vida útil, riesgo admisible y periodo de retorno

La vida útil de una estructura es el tiempo, en años, durante el cual se plantea que la estructura esté en servicio, cumpliendo la función para la cual se diseñó.

En relación con cualquier suceso extremo de diseño, en este caso el suceso presentación de un oleaje con altura de ola igual ó superior al de diseño, se define:

- El riesgo de presentación ó riesgo admisible, E: probabilidad de que dicho suceso extremo ocurra al menos una vez a lo largo de la vida útil.
- El periodo de retorno T_R : duración media entre la ocurrencia de dos sucesos extremos consecutivos.

Estas tres variables están relacionadas por la siguiente expresión, la cual permite obtener el periodo de retorno a partir del riesgo y de la vida útil, conocido el número de temporales al año de los datos estadísticos de partida:

$$E = 1 - \left(1 - \frac{1}{\lambda \cdot T_R} \right)^{\lambda \cdot L_f} \quad (2.10)$$

donde

E = riesgo admisible

L_f = Vida útil en años (no confundir con la variable longitud de fetch)

T_R = Periodo de retorno del suceso extremo en años (no confundir con el periodo del oleaje)

λ = número medio de temporales al año

en efecto:

1. La probabilidad de que se supere el suceso de diseño en el próximo temporal es $1/(\lambda \cdot T_R)$, puesto que por definición de periodo de retorno en promedio se presenta un temporal (casos favorables) cada T_R años, y por tanto cada $\lambda \cdot T_R$ temporales (casos posibles).
2. La probabilidad de que no se supere el suceso de diseño en el próximo temporal es $1 - 1/(\lambda \cdot T_R)$.
3. La probabilidad de que no se supere el suceso de diseño ninguna vez a lo largo de la vida útil es igual a la probabilidad de que no se supere dicho suceso en ninguno de los próximos $\lambda \cdot L_f$ temporales. Por tratarse de sucesos independientes, esta probabilidad es igual al producto de las probabilidades de no superación en cada uno de los temporales, es decir $(1 - 1/(\lambda \cdot T_R))^{\lambda \cdot L_f}$.
4. El suceso cuya probabilidad se define como riesgo admisible (superación del suceso de diseño al menos una vez a lo largo de la vida útil) es el complementario del anterior, por lo que queda justificada la expresión (2.10).

A continuación se recogen las tablas de la ROM 0.2/90 en las que se proporciona el riesgo admisible y la vida útil a emplear en función del tipo de obra.



TABLA 3.2.3.1.2. RIESGOS MÁXIMOS ADMISIBLES PARA LA DETERMINACIÓN, A PARTIR DE DATOS ESTADÍSTICOS, DE VALORES CARACTERÍSTICOS DE CARGAS VARIABLES PARA FASE DE SERVICIO Y CONDICIONES EXTREMAS

a) RIESGO DE INICIACIÓN DE AVERÍAS

		POSIBILIDAD DE PÉRDIDAS HUMANAS	
		REDUCIDA	ESPERABLE
REPERCUSIÓN ECONÓMICA EN CASO DE INUTILIZACIÓN DE LA OBRA. Índice: $\frac{\text{Coste de pérdidas}}{\text{Inversión}}$	BAJA	0,50	0,30
	MEDIA	0,30	0,20
	ALTA	0,25	0,15

b) RIESGO DE DESTRUCCIÓN TOTAL

		POSIBILIDAD DE PÉRDIDAS HUMANAS	
		REDUCIDA	ESPERABLE
REPERCUSIÓN ECONÓMICA EN CASO DE INUTILIZACIÓN DE LA OBRA. Índice r: $\frac{\text{Coste de pérdidas}}{\text{Inversión}}$	BAJA	0,20	0,15
	MEDIA	0,15	0,10
	ALTA	0,10	0,05

Se adoptará como riesgo máximo admisible el de iniciación de averías o el de destrucción total según las características de deformabilidad y de posibilidad o facilidad de reparación de la estructura resistente.
Para obras rígidas o de rotura frágil sin posibilidad de reparación se adoptará el riesgo de destrucción total.
Para obras flexibles, semirrígidas o de rotura en general reparable (daños menores que un nivel prefijado función del tipo estructural) se adoptará el riesgo de iniciación de averías. En este tipo de obras podrá adoptarse también el riesgo de destrucción total, definiendo para cada tipo estructural el nivel de daños aceptado como de destrucción total. La acción resultante se considerará como accidental.

LEYENDA:

- POSIBILIDAD DE PÉRDIDAS HUMANAS
 - Reducida: Cuando no es esperable que se produzcan pérdidas humanas en caso de rotura o daños.
 - Esperable: Cuando es previsible que se produzcan pérdidas humanas en caso de rotura o daños.
- REPERCUSIÓN ECONÓMICA EN CASO DE INUTILIZACIÓN DE LA OBRA

Índice r = $\frac{\text{Coste de pérdidas directas e indirectas}}{\text{Inversión}}$

 - BAJA: $r \leq 5$
 - MEDIA: $5 < r \leq 20$
 - ALTA: $r > 20$

Tabla 2.2 – Riesgo admisible en fase de servicio según la ROM 0.2/90

	Riesgo máximo admisible para Fases de Construcción
Iniciación de averías	0,30
Destrucción total	0,15

Tabla 2.3 – Riesgo admisible en fase de construcción según la ROM 0.2/90



TABLA 2.2.1.1. VIDAS ÚTILES MÍNIMAS PARA OBRAS O INSTALACIONES DE CARÁCTER DEFINITIVO (en años)			
TIPO DE OBRA O INSTALACION	NIVEL DE SEGURIDAD REQUERIDO		
	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3
INFRAESTRUCTURA DE CARÁCTER GENERAL	25	50	100
DE CARÁCTER INDUSTRIAL ESPECÍFICO	15	25	50

LEYENDA:

INFRAESTRUCTURA DE CARÁCTER GENERAL:
Obras de carácter general; no ligadas a la explotación de una instalación industrial o de un yacimiento concreto.

DE CARÁCTER INDUSTRIAL ESPECÍFICO:
Obras al servicio de una instalación industrial concreta o ligadas a la explotación de recursos o yacimientos de naturaleza transitoria (por ejemplo, puerto de servicio de una industria, cargadero de mineral afecto a un yacimiento concreto, plataforma de extracción de petróleo,...).

NIVEL 1:
Obras e instalaciones de interés local o auxiliares.
Pequeño riesgo de pérdidas de vidas humanas o daños medioambientales en caso de rotura. (Obras de defensa y regeneración de costas, obras en puertos menores o deportivos, emisarios locales, pavimentos, instalaciones para manejo y manipulación de mercancías, edificaciones,...).

NIVEL 2:
Obras e instalaciones de interés general.
Riesgo moderado de pérdidas de vidas humanas o daños medioambientales en caso de rotura. (Obras en grandes puertos, emisarios de grandes ciudades, ...).

NIVEL 3:
Obras e instalaciones de protección contra inundaciones o de carácter supranacional.
Riesgo elevado de pérdidas humanas o daños medioambientales en caso de rotura. (Defensa de núcleos urbanos o bienes industriales, ...).

Tabla 2.4 – Vida útil según la ROM 0.2/90

Régimen extremal

El régimen extremal sirve para caracterizar los valores extremos del oleaje en un determinado punto del mar. Es una función que relaciona la altura de ola significativa con la probabilidad de que en el próximo temporal no se supere un valor concreto de dicha variable.

$$P(H_s \leq x) = F(x)$$

Las funciones de distribución más habituales para regímenes extremales de oleaje son la de Gumbel y la de Weibull. La función de distribución de Gumbel viene dada por

$$P(H_s \leq x) = \exp\left(-\exp\left(\frac{x-A}{B}\right)\right)$$

mientras que la de Weibull (triparamétrica) viene dada por la ecuación (2.6).

Como se ha indicado antes, la probabilidad de superación de una determinada altura de ola x en un temporal cualquiera está relacionada con el periodo de retorno asociado a dicha altura de ola, por definición de periodo de retorno



$$P(H_s > x) = \frac{1}{\lambda \cdot T_R} \quad (2.11)$$

Así pues, conocido el régimen extremal es sencillo obtener la altura de ola significativa de diseño asociada a un periodo de retorno determinado.

Ejemplo 2.12: Régimen extremal

Se sabe que en un determinado punto del mar el régimen extremal viene dado por una función de distribución de Weibull con $A = 2.992$, $B = 0.048$ y $C = 0.330$, habiendo sido obtenido por el método POT a partir de una muestra con $\lambda = 1.08$ temporales al año. Se desea obtener el oleaje de diseño en dicho punto del mar, para una obra marítima con un riesgo admisible $E = 0.3$ y una vida útil de 25 años. Se desea definir el oleaje de diseño.

En primer lugar se define el periodo de retorno mediante la ecuación (2.10)

$$0.3 = 1 - \left(1 - \frac{1}{1.08 \cdot T_R}\right)^{1.08 \cdot 25} \Rightarrow T_R = 70.56$$

Definido el periodo de retorno entramos en el régimen extremal. Es habitual que éste venga dado en forma de gráfica donde se relaciona la altura significativa H_s con el periodo de retorno, ó bien con la probabilidad de no superación. Dado que en este ejemplo lo que tenemos es el régimen extremal expresado mediante la función de distribución de Weibull, sustituimos en él el valor de la probabilidad de no superación, que viene dado por la expresión (2.11)

$$P(H_s < x) = 1 - P(H_s > x) = 1 - \frac{1}{\lambda \cdot T_R} = 1 - \frac{1}{1.08 \cdot 70.56} = 0.986$$

Así, en base al régimen extremal (ecuación (2.6)) se obtiene una altura de ola significativa de diseño

$$x = 6.86 \text{ m}$$

Obtención del régimen extremal. Fórmulas de punteo.

Para la obtención del régimen extremal se parte de una muestra de los datos históricos en las cercanías de la ubicación en estudio, obtenidos mediante el método POT ó mediante el método de los máximos anuales (lo cual equivale a considerar $\lambda = 1$). Esta muestra consiste en un conjunto de sucesos que han superado el umbral prefijado, es decir, un conjunto de temporales. Lo habitual es que cada uno de estos temporales venga caracterizado por su altura de ola significativa.

Conocida esta muestra, se asigna a cada uno de los valores de H_s una probabilidad de que dicha altura de ola se supere en un temporal cualquiera. Para ello se emplean las fórmulas denominadas *fórmulas de punteo*. La más empleadas son la de Weibull (usada con las funciones de distribución de Weibull) y la de Gringorten (usada con la función de distribución de Gumbel). Su aplicación consiste en ordenar los datos de mayor a menor, asignarles un número de orden, y obtener la probabilidad de no superación como

$$\text{Fórmula de punteo de Weibull:} \quad P(H_s \leq x) = 1 - \frac{i}{N+1} \quad (2.12)$$

$$\text{Fórmula de punteo de Gringorten:} \quad P(H_s \leq x) = 1 - \frac{i-0.44}{N+0.12} \quad (2.13)$$



donde

i = número de orden

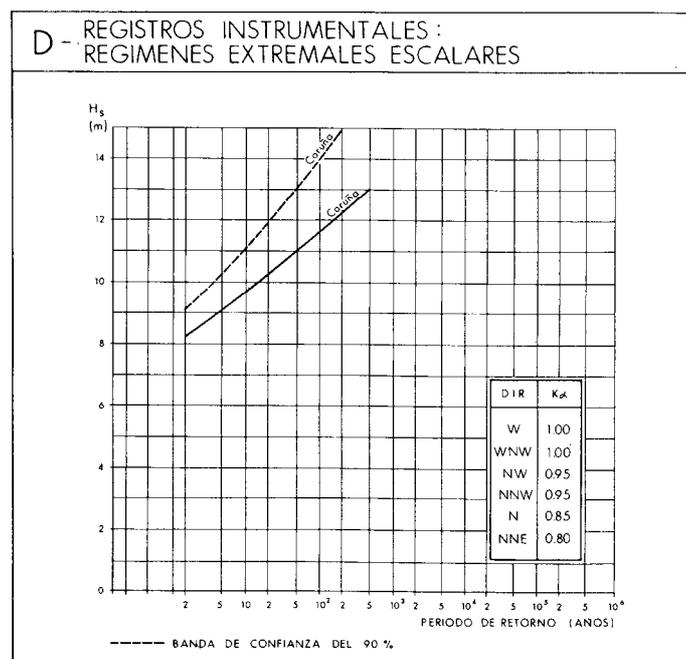
N = número total de datos

Una vez que tenemos una muestra formada por un conjunto de pares de valores $[x, P(H_s < x)]$, se puede ajustar el régimen extremal, es decir, se obtienen los parámetros de la función de distribución que hacen que esta se ajuste a los datos de la muestra con un error mínimo.

Ejemplo 2.13: Oleaje de diseño a partir de la ROM 0.3/91

El anejo "Clima marítimo en el litoral español" de la ROM 0.3/91 (única parte publicada de dicha ROM) contiene un Atlas de oleaje, con información que permite caracterizar estadística y espectralmente el oleaje en distintas zonas de la costa española. En este ejemplo se define el oleaje de diseño de una obra marítima situada a 16 m de profundidad en la zona de Galicia, considerando que los oleajes que solicitan la estructura son de dirección NW, la pendiente del fondo al pie es del 1%, y el periodo de retorno es de 200 años.

La ROM, en el apartado D del Atlas, ofrece el régimen extremal en base a los datos de la boya de La Coruña (Area II).



Entrando en la banda de confianza del 90% se obtiene una altura de ola significativa de diseño de 14 m en la boya. Este es el valor escalar de la altura de diseño en ausencia de información acerca de la de la dirección del oleaje. No obstante, en caso de que se conozca la dirección del oleaje que afecta a la estructura, el valor anterior debe ser afectado por el coeficiente de severidad direccional K_α que indica la tabla, para tener en cuenta que la dirección puede no corresponderse con la más severa. En este caso se sabe que la dirección del oleaje es la NW, por lo que la altura significativa de diseño en la boya es $H_{s,boya} \cdot K_\alpha = 14 \cdot 0.95 = 13.3$ m.

Se debe tener en cuenta que la información instrumental viene referida a la ubicación de la boya, la cual no está en general situada en aguas profundas. La ROM proporciona los coeficientes de transformación entre aguas profundas y las distintas boyas empleadas, para el rango de periodos más característicos, de modo que se pueda caracterizar el oleaje en aguas profundas a partir de la información en la boya. Así, el oleaje de diseño en la boya debe ser propagado "hacia atrás" para obtener el oleaje en aguas profundas empleando los coeficientes de refracción y asomeramiento desde aguas profundas hasta la



boya $K_{rs,boya}$ proporcionados en la propia ROM a través de tablas en función del periodo y la dirección del oleaje.

$$H_0 = \frac{H_{S,boya} \cdot K_\alpha}{K_{rs,boya}}$$

Posteriormente se obtiene el oleaje de diseño al pie de la estructura propagando el oleaje de aguas profundas hasta dicha ubicación, para lo cual se emplea el coeficiente de refracción y asomeramiento desde aguas profundas hasta la estructura K_{rs} .

$$H_S = H_0 \cdot K_{rs} = \frac{H_{S,boya} \cdot K_\alpha}{K_{rs,boya}} \cdot K_{rs}$$

En caso de que exista rotura del oleaje, su consideración puede hacerse por ejemplo a través del modelo de rotura de Goda ó el de McCowan ($H_b = 0,78 h$). La opción más habitual, no obstante, es obtener el valor de K_{rs} empleando modelos numéricos que consideren la rotura del oleaje. En este ejemplo se va a considerar que se conocen los valores de K_{rs} y se considera la rotura separadamente mediante la fórmula de Goda. La tabla siguiente muestra los valores de K_{rs} considerados, así como los valores de $K_{rs,boya}$ proporcionados por la ROM para la dirección NW. Asimismo se muestra el valor de H_s obtenido mediante la ecuación anterior.

T_p (s)	9	11	13	15	17	19
K_{rs}	0.98	0.97	0.88	0.90	0.84	0.79
$K_{rs,boya}$	0.98	0.94	0.92	0.88	0.85	0.80
H_s (m)	13.30	13.72	12.72	13.60	13.14	13.13

Dado que los coeficientes K_{rs} y $K_{rs,boya}$ son función del periodo de pico del oleaje, se debe escoger cuidadosamente el periodo más desfavorable en función del tipo de estructura que estemos diseñando. Así para un dique en talud el periodo más desfavorable es el que causa una mayor altura de ola al pie de la estructura, mientras que para un dique vertical el periodo afecta directamente a la fuerza resultante, por lo que el periodo más desfavorable es el que causa una pareja de valores H_s - T_p que se produce la máxima fuerza hidrodinámica sobre la estructura. El periodo debe ser escogido de entre los periodos indicados en el apartado E del Atlas de la ROM. Dicho apartado indica la siguiente relación entre T_p y H_s en situación de temporal

$$T_p = (4 - 8.2)\sqrt{H_s} = (4 - 8.2)\sqrt{13.3} = 14.6 - 22.0 \text{ s}$$

Suponiendo que en el presente ejemplo se está diseñando una estructura en talud que se dimensiona únicamente en base a la altura de ola, la altura de ola significativa de diseño al pie será la mayor obtenida entre los periodos de 14.6 y 19 s, es decir

$$H_s = 13.6 \text{ m}$$

Por último restaría comprobar la posible rotura del oleaje mediante la fórmula de Goda. Se considera un periodo significativo igual a $0.95 \cdot T_p$, según las recomendaciones de la propia ROM.

Modelo rotura Goda	
Periodo significativo T1/3 (s)	14.25
Profundidad al pie h (m)	16.0
H_s en ag. prof. incluyendo refracción (H_0)	13.60
pendiente fondo (m)	0.01
Altura significativa al pie H_s (m)	9.96
Altura máxima al pie H_{max} (m)	12.86
Rompe H_s	VERDADERO
Rompe H_{max}	VERDADERO

Así, el oleaje romperá siendo en este caso la altura de ola *significante* de diseño al pie de la estructura de **9.96 m**, y la *máxima* de **12.86 m**.



2.9 Ajuste a funciones de distribución

Tanto para el régimen medio como para el régimen extremal, una vez que tenemos un conjunto de pares de valores $[x, P(Hs < x)]$, se pueden estimar los parámetros de una función genérica de distribución de modo que dicha función ajuste de forma óptima los datos de la muestra. Según se ha indicado anteriormente, las funciones que más habitualmente se emplean para el ajuste de datos medios ó extremales son:

- Régimen medio:
 - o Weibull biparamétrica
- Régimen extremal:
 - o Gumbel
 - o Weibull triparamétrica

Una forma sencilla de ajustar la función de distribución a partir de la muestra de partida es realizar un ajuste por mínimos cuadrados. Para ello, previamente se realiza un cambio de variable (se emplean las denominadas *variables reducidas*) de modo que la función de distribución pasa a estar representada mediante una recta. Una vez ajustada la recta que mejor ajusta los puntos de la muestra se obtienen los parámetros que definen la función de la distribución.

Weibull biparamétrica

Se emplean las siguientes variables reducidas

$$z = \ln\{-\ln[1 - P(Hs \leq x)]\}$$
$$t = \ln(x)$$

en función de las cuales la función de distribución queda expresada como una recta

$$t = \frac{1}{C} z + \ln(B)$$

Gumbel

Se emplea la siguiente variable reducida

$$y = -\ln\{-\ln[P(Hs \leq x)]\}$$

en función de la cual la función de distribución queda expresada como una recta

$$x = B \cdot y + A$$

Weibull triparamétrica

Partiendo de un valor concreto de C estimado a priori, se emplea la siguiente variable reducida

$$y = \{-\ln[1 - P(Hs \leq x)]\}^{1/C}$$

en función de la cual la función de distribución queda expresada como una recta

$$x = B \cdot y + A$$

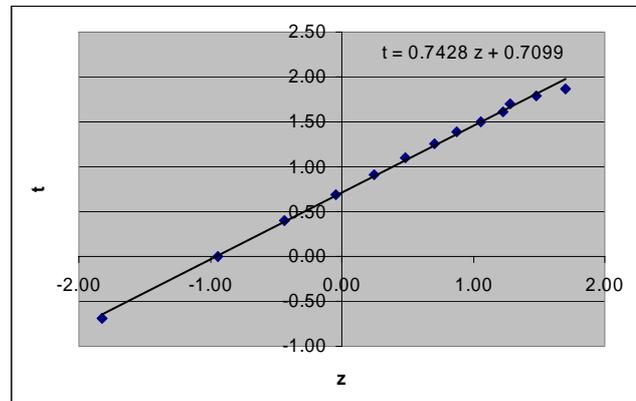
Ejemplo 2.14: Ajuste de un régimen medio

Para analizar el régimen medio de oleaje frente a la costa de Avilés, se extraen de una base de datos visuales de oleaje los datos contenidos en la cuadrícula representativa 43.6° N a 44.6° N y 5.3° W



6.7° W, resultando un total de 724 datos. En la tabla se proporciona el número de observaciones obtenido para los distintos rangos de altura de ola visual, a partir de lo cual se obtiene la probabilidad de no superación como el número de observaciones que cumplen la condición dividido entre el número de observaciones totales. Se calculan también en la tabla las variables reducidas para un ajuste a una función de Weibull biparamétrica, las cuales se representan gráficamente y se ajustan mediante una recta por mínimos cuadrados (basta “agregar línea de tendencia” dentro de excel, por ejemplo).

x (m)	Nº observaciones tal que Hs <= x	P(Hs<=x)	z	t
0.5	110	0.15	-1.82	-0.69
1	228	0.32	-0.95	0.00
1.5	351	0.48	-0.44	0.41
2	447	0.62	-0.04	0.69
2.5	526	0.72	0.25	0.92
3	585	0.80	0.48	1.10
3.5	623	0.87	0.71	1.25
4	660	0.91	0.87	1.39
4.5	678	0.94	1.05	1.50
5	699	0.97	1.23	1.61
5.5	706	0.97	1.28	1.70
6	719	0.99	1.48	1.79
6.5	721	1.00	1.70	1.87



Por tanto, la pendiente de la recta es $1/C = 0.7428$, y la ordenada en el origen $\ln(B) = 0.7099$, por lo que los parámetros de la función de distribución que mejor ajustan la muestra de partida resultan ser

$$B = 2.03$$

$$C = 1.34$$

de modo que el régimen medio obtenido es

$$P(Hs \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{x}{2.03}\right)^{1.34}\right]\right\}$$

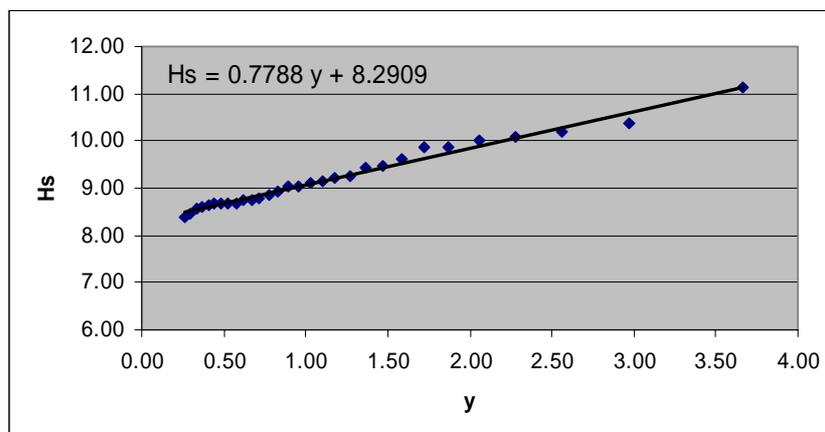
Ejemplo 2.15: Ajuste de un régimen extremal

Para analizar el régimen extremal en un punto situado en la costa Gallega se tienen los registros de la boya de Coruña. Se han seleccionado los 30 temporales cuya altura de ola significativa supera los 8 m. En la tabla siguiente se muestran las alturas de ola ordenadas de mayor a menor y la probabilidad de no superación obtenida mediante la fórmula de punteo de Weibull (ecuación (2.12)) empleando a priori un valor de $C = 1$ (los valores usuales para análisis extremal de oleaje son 0.75, 1, 1.4, y 2, se suele emplear el que mejor ajuste da).



	Hs	Hs ordenadas	P(Hx>x)	P(Hx<x)	$y = \{-\ln[1 - P(Hs \leq x)]\}^{1/C}$
temporal 1	7.12	11.121	0.026	0.974	3.664
temporal 2	9.86	10.383	0.051	0.949	2.970
temporal 3	11.12	10.186	0.077	0.923	2.565
temporal 4	8.65	10.094	0.103	0.897	2.277
temporal 5	8.39	9.995	0.128	0.872	2.054
temporal 6	8.57	9.880	0.154	0.846	1.872
temporal 7	9.04	9.859	0.179	0.821	1.718
temporal 8	9.20	9.598	0.205	0.795	1.584
temporal 9	8.32	9.473	0.231	0.769	1.466
temporal 10	9.88	9.438	0.256	0.744	1.361
temporal 11	9.44	9.246	0.282	0.718	1.266
temporal 12	8.75	9.203	0.308	0.692	1.179
temporal 13	8.67	9.130	0.333	0.667	1.099
temporal 14	10.09	9.125	0.359	0.641	1.025
temporal 15	9.60	9.035	0.385	0.615	0.956
temporal 16	8.84	9.024	0.410	0.590	0.891
temporal 17	7.59	8.910	0.436	0.564	0.830
temporal 18	9.12	8.842	0.462	0.538	0.773
temporal 19	10.00	8.776	0.487	0.513	0.719
temporal 20	8.01	8.754	0.513	0.487	0.668
temporal 21	7.70	8.739	0.538	0.462	0.619
temporal 22	10.19	8.682	0.564	0.436	0.573
temporal 23	8.67	8.675	0.590	0.410	0.528
temporal 24	8.47	8.672	0.615	0.385	0.486
temporal 25	8.68	8.657	0.641	0.359	0.445
temporal 26	8.66	8.649	0.667	0.333	0.405
temporal 27	8.61	8.609	0.692	0.308	0.368
temporal 28	8.78	8.565	0.718	0.282	0.331
temporal 29	8.74	8.466	0.744	0.256	0.296
temporal 30	9.13	8.393	0.769	0.231	0.262

disponen de oleaje frente a la costa de Avilés, se extraen de una base de datos visuales de oleaje los datos contenidos en la cuadrícula representativa 43.6° N a 44.6° N y 5.3° W 6.7° W, resultando un total de 724 datos. En la tabla se proporciona el número de observaciones obtenido para los distintos rangos de altura de ola visual, a partir de lo cual se obtiene la probabilidad de no superación como el número de observaciones que cumplen la condición dividido entre el número de observaciones totales. Se calculan también en la tabla las variables reducidas para un ajuste a una función de Weibull biparamétrica, las cuales se representan gráficamente y se ajustan mediante una recta por mínimos cuadrados (basta "agregar línea de tendencia" dentro de excel, por ejemplo).



Por tanto, la pendiente de la recta es $B = 0.7788$, y la ordenada en el origen $A = 8.2909$, de modo que el régimen extremal obtenido es



$$P(H_s \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{x - 8.2909}{0.7788}\right)^4\right]\right\}$$

2.10 Referencias

Dean and Dalrymple (1984). “Water wave mechanics for engineers and scientists”. Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA.

Frigaard P. and Brorsen M. (1997) “Ph D course on experimental and numerical wave generation and analysis”. Hydraulics and Coastal Engineering Laboratory. Department of Civil Engineering. Aalborg University.

Goda (2000) “Random seas and design of maritime structures”. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

IAHR (1986) “Sea state parameters”. International Association of Hydraulic Engineering and Research. Suplemento al boletín nº 52. Enero 1986.

Massel S. (1996) “Ocean surface waves: Their physics and prediction”. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Naess (1985) “Joint crossing frequency of stochastic processes and its application to wave theory”. Applied Ocean Research, Vol. 7, No. 1, pag. 35.

Newland (1975) “An introduction to random vibrations and spectral analysis”. Longman, London.