

PRUEBA PUNTUABLE 4

-Álgebra lineal-

JUNIO 2017

APELLIDOS.....NOMBRE.....

PROBLEMA 1. Sean $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una forma bilineal y $B = \{v_1, v_2\}$ una base de $\mathbb{R}^2$. Se sabe que

$$f(v_1, v_2) = f(v_2, v_1) = 3 \quad f(2v_1, v_1) = 4 \quad f(v_2, v_1 + v_2) = -1$$

a) Halla $M_f(B)$

b) Si $B' = \{(1, 1), (-1, 0)\}$, determina $M_f(B')$ a partir de $M_f(B)$

a) $f(2v_1, v_1) = 2f(v_1, v_1) = 4 \Rightarrow f(v_1, v_1) = 2$, $f(v_2, v_1 + v_2) = f(v_2, v_1) + f(v_2, v_2) = -1 \Rightarrow f(v_2, v_2) = -1 - 3 = -4$. Ent. $M_f(B) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

b) $M_f(B') = P^t \cdot M_f(B) \cdot P$ m. de c. de B' a B $= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

PROBLEMA 2. En $\mathbb{R}^3$ con el producto escalar canónico, se considera el subespacio

vectorial $U = L(\{(1, 0, 0), (1, 3, 4)\})$, determina una **base ortogonal** de U .

$$v_1 = (1, 0, 0)$$

$$v_2 = (1, 3, 4) + \alpha(1, 0, 0) \Rightarrow 0 = v_1 \cdot v_2 = (1, 0, 0) \cdot (1, 3, 4) + \alpha(1, 0, 0) \cdot (1, 0, 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = -1 \quad \text{Luego: } v_2 = (1, 3, 4) - (1, 0, 0) = (0, 3, 4)$$

Base ortogonal de U : $\{(1, 0, 0), (0, 3, 4)\}$

PROBLEMA 3. En $\mathbb{R}^2$ con el producto escalar canónico, determina la proyección ortogonal de $x = (1, 1)$ sobre $U = L(\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 2x + y = 0\})$

$$U = \{(x, -2x) / x \in \mathbb{R}\} = L(\{(1, -2)\})$$

$$x_U = (\alpha, -2\alpha)$$

$$x - x_U = ((1, 1) - (\alpha, -2\alpha)) \perp (1, -2) \Rightarrow (1 - \alpha, 1 + 2\alpha) \cdot (1, -2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha - 2 - 4\alpha = 0 \Rightarrow -1 - 5\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{5}$$

La proy. ortogonal es: $\boxed{\left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)}$