

ESCUELA UNIVERSITARIA DE
INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Sistemas discretos realimentados

- Errores en régimen permanente
- Técnica del lugar de las raíces

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

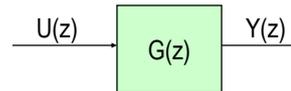
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Precisión de sistemas

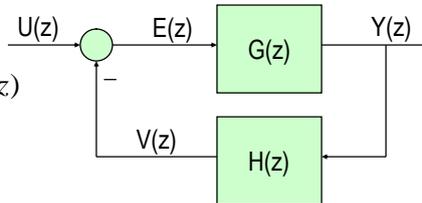
- En cadena abierta

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_k = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})Y(z)$$



- En cadena cerrada

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} y_k &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})Y(z) = \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)} U(z) \end{aligned}$$



Tipo de un sistema

- Tipo de un sistema en bucle abierto: número de polos del sistema en el punto $z=1$

$$G(z) = K \frac{\prod_{i=1}^m (z - z_i)}{(z-1)^r \prod_{i=1}^n (z - p_i)}$$

$r \geq 0$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Señales de prueba

- Secuencia escalón

$$u_{0k} = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 1 & k \geq 0 \end{cases} \quad U_0(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k} = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$$

- Secuencia rampa

$$u_k = kT u_{0k} \quad U_0(z) = \sum_{k=0}^{\infty} kT z^{-k} = \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

- Secuencia parábola

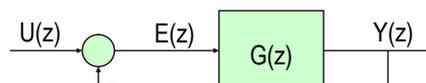
$$u_k = \frac{1}{2}(kT)^2 u_{0k} \quad U_0(z) = \frac{T^2 z^{-1}(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3} = \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$$



Error con realimentación constante

- La señal de error coincide con el error entrada/salida

$$\begin{aligned} \varepsilon(z) = E(z) &= U(z) - hY(z) = U(z) - h \frac{G(z)}{1+hG(z)} U(z) = \\ &= \frac{1}{1+hG(z)} U(z) \end{aligned}$$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99



Error de posición

- Error entrada/salida en régimen permanente cuando la entrada es un escalón unitario. En sistemas estables se calcula

- Constante de posición

$$e_p = \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_k = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \mathcal{E}(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{1}{1 + hG(z)} \frac{1}{(1 - z^{-1})} = \frac{1}{1 + K_p}$$

- Depende del tipo

$$K_p = \lim_{z \rightarrow 1} hG(z)$$

Tipo	K_p	e_p
0	$\lim_{z \rightarrow 1} hG(z)$	$\frac{1}{1 + K_p}$
1	∞	0
2	∞	0



Error de velocidad

- Error entrada/salida en régimen permanente cuando la entrada es una rampa unitaria. En sistemas estables se calcula

- Constante de velocidad

$$e_v = \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_k = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \mathcal{E}(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{1}{1 + hG(z)} \frac{Tz}{(z - 1)^2} = \frac{T}{K_v}$$

- Depende del tipo

$$K_v = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)hG(z)$$

Tipo	K_v	e_v
0	0	∞
1	$\lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)hG(z)$	$\frac{T}{K_v}$
2	∞	0

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70





Error de aceleración

- Error entrada/salida en régimen permanente cuando la entrada es una parábola unitaria. En sistemas estables se calcula

- Constante de aceleración

$$e_a = \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_k = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \varepsilon(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{1}{1 + hG(z)} \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} = \frac{T^2}{K_a}$$

- Depende del tipo

$$K_a = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^2 hG(z)$$

Tipo	K_a	e_a
0	0	∞
1	0	∞
2	$\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^2 hG(z)$	$\frac{T^2}{K_a}$



Tabla resumen

Tipo	e_p	e_v	e_a
0	$\frac{1}{1 + K_p}$	∞	∞
1	0	$\frac{T}{K_v}$	∞
2	0	0	$\frac{T^2}{K_a}$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

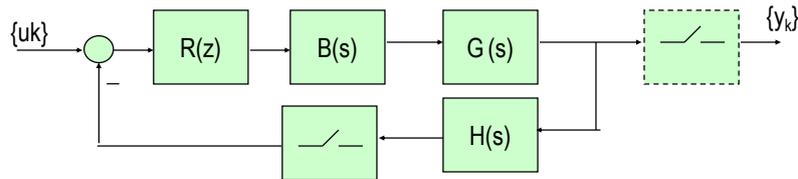
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



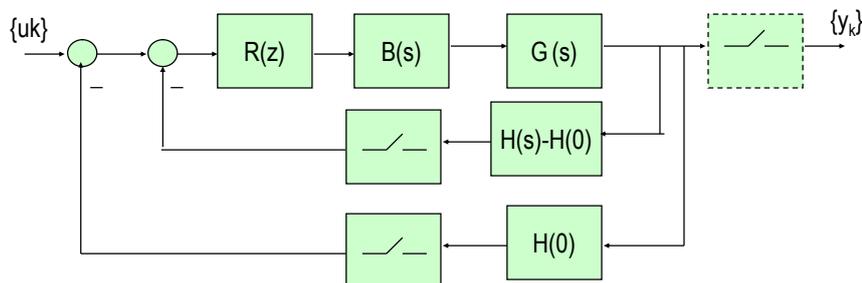


Error con realimentación no constante

- Como en el caso continuo, hay que buscar un sistema equivalente con realimentación constante



Error con realimentación no constante



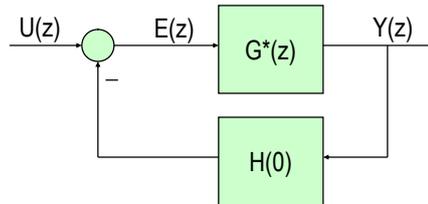
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



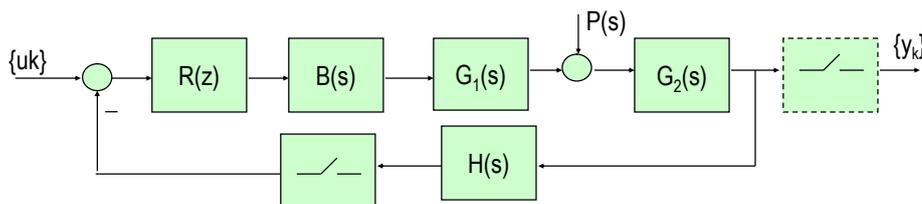
Error con realimentación no constante



$$G^*(z) = \frac{R(z)Z[B(s)G(s)]}{1 + R(z)Z[B(s)G(s)H(s)] - H(0)R(z)Z[B(s)G(s)]}$$



Errores ante perturbaciones



- No existe función de transferencia entre p(t) e {y_k}
- Los errores de seguimiento dependen únicamente del tipo de R(z) o de G₁(s)

Tipo R(z) o G ₁ (s)	P(s) = 1/s	1/s ²	1/s ³
--------------------------------------	------------	------------------	------------------

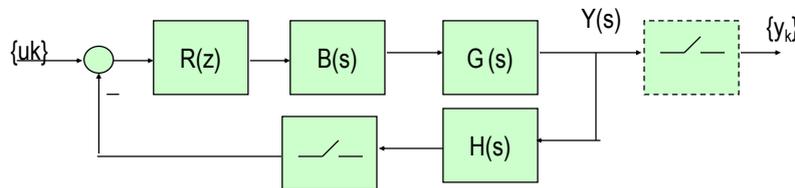
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**





Lugar de las raíces



- El mismo objetivo: conocer el comportamiento del sistema realimentado mediante la localización de los polos del sistema

$$M(z) = \frac{R(z)Z[B(s)G(s)]}{1 + R(z)Z[B(s)G(s)H(s)]}$$

- Los polos serán las soluciones del sistema

$$1 + R(z)Z[B(s)G(s)H(s)] = 1 + K \frac{\sum_{i=1}^m (z - z_i)}{\sum_{i=1}^n (z - p_i)}$$



Lugar de las raíces

- El polinomio característico será por tanto

$$p(z) = \sum_{i=1}^n (z - p_i) + K \sum_{i=1}^m (z - z_i)$$

- Al tener la misma estructura que en el caso continuo, **son válidas todas las reglas vistas entonces**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99