

ESCUELA UNIVERSITARIA DE
INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

SISTEMAS MUESTREADOS

- Muestreo de señales
- Estudio en frecuencia del muestreo
- Teorema del muestreo
- Reconstrucción ideal
- Bloqueadores causales
- Sistemas muestreados
- Técnicas de estudio de sistemas muestreados

Cartagena99

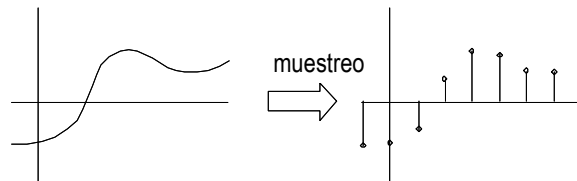
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Muestreo de señales

- Es la operación de toma de muestras de una señal.
- Aplicado a control con computador es la toma de muestras de una señal continua en sucesivos instantes de tiempo

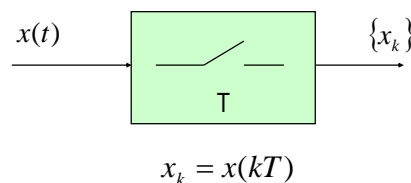


- Se obtiene una secuencia
- Muestreo periódico: cuando las muestras están regularmente espaciadas en un Período de muestreo T
- Frecuencia de muestreo: muestras por unidad de tiempo $1/T$



Muestreador

- El elemento que realiza el muestreo recibe el nombre de muestreador



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

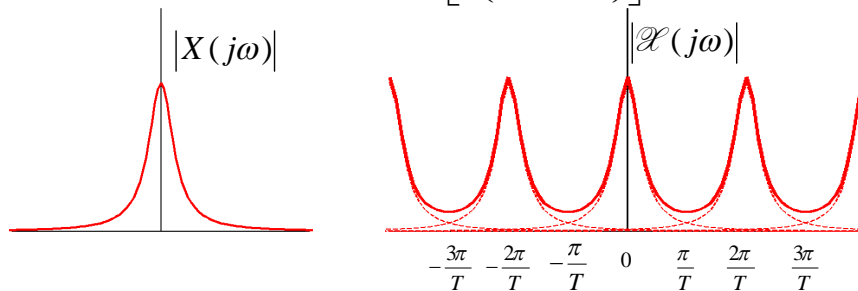
Cartagena99



Estudio en frecuencia del muestreo

- Se puede demostrar que las transformadas de Fourier de señal continua y secuencia cumplen la siguiente propiedad

$$\mathcal{X}(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} X \left[j \left(\omega + \frac{2\pi}{T} r \right) \right]$$



Estudio en frecuencia del muestreo

- Teorema de Shannon: Para que a partir de la transformada de la secuencia sea posible determinar con precisión la transformada de la señal original se tienen que verificar

- Que transformada de la señal continua sea de banda limitada

$$X(j\omega) = 0 \quad \forall \omega \geq \omega_{\max}$$

- Que el período de muestreo verifique

$$\frac{\pi}{\omega_{\max}} > T < \frac{\pi}{\omega_{\min}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

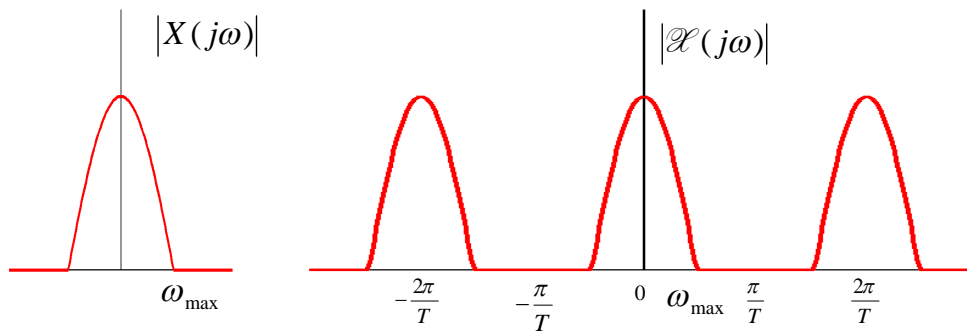
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Estudio en frecuencia del muestreo

- Teorema de Shannon

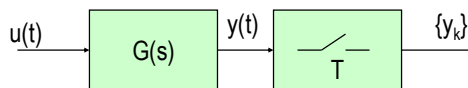


7



Estudio en frecuencia del muestreo

- En control con computador se muestrea la salida de un sistema continuo



- Los posibles componentes en frecuencia de $y(t)$ serán los de $G(j\omega)$, que en sistemas lineales se anula únicamente cuando $\omega \rightarrow \infty$

• Para cualquier Teor. de la información

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99



Criterios para la elección del período de muestreo

- Se suelen tomar teniendo en cuenta la respuesta en cadena cerrada

$$\omega_{\max} \approx (10 \div 20)B$$

$$t_r \approx (10 \div 20)T$$

$$t_s \approx (40 \div 80)T$$

- A partir del polo con mayor ω_d de la función de transferencia en cadena cerrada

$$\omega_{\max} \approx (30 \div 50)\omega_{d \max}$$

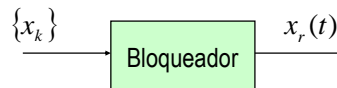
- También hay algún criterio a partir de la respuesta en frecuencia en cadena abierta

$$\omega_{\max} \approx (20 \div 40)\omega_g$$

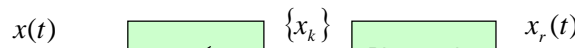


Reconstrucción

- Se plantea el problema inverso al del muestreo: a partir de una secuencia obtener una señal continua



- El ideal es que fuera posible muestrear y luego reconstruir sin pérdida de información



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99



Reconstrucción

- La respuesta impulsional del bloqueador será la respuesta ante secuencia impulso unitario

$$\{\delta_k\} \rightarrow b(t)$$

- Se demuestra que existe función de transferencia

$$X_r(j\omega) = B(j\omega)\mathcal{X}(j\omega)$$

- Como la transformada de la secuencia es periódica $B(s)$ debería ser de banda limitada para que la transformada de la señal reconstruida pueda coincidir con la original
- Los sistemas causales no pueden ser de banda limitada, luego no es posible la reconstrucción ideal

11



Reconstrucción

- Únicamente se pueden utilizar bloqueadores causales
- Bloqueador de orden cero
 - Es el comúnmente utilizado
 - Mantiene la señal durante el intervalo entre dos muestras

$$x_r(t) = x_k \quad kT \leq t < (k+1)T$$

$$\{\delta_k\} \rightarrow x_r(t) = u_0(t) - u_0(t-T)$$

$$B(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-sT} = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Reconstrucción

- Bloqueador de orden uno
 - Tiene más interés teórico que práctico
 - Traza una recta con las dos últimas muestras

$$x_r(t) = x_k + \frac{x_k - x_{k-1}}{T} (t - kT) \quad kT \leq t < (k+1)T$$

$$B(s) = \frac{1 + sT}{T} \left(\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right)^2$$



Sistemas muestreados

- Sistemas que sufren el proceso de muestreo
- Son unión de sistemas continuos y discretos
- No hay una técnica unificada para este tipo de sistemas
- Hay que utilizar técnicas propias de los continuo o de los discretos

Cartagena99

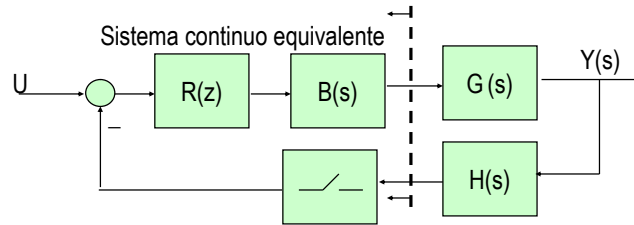
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Sistemas muestreados



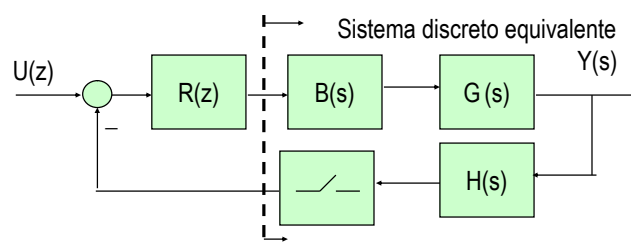
Estudio como sistema continuo

- Se pretende estudiar el sistema muestreado como con técnicas propias de sistemas continuos
- Se diseña un regulador continuo para luego calcular uno discreto equivalente al continuo
- La equivalencia no es exacta, ya que el muestreador no tiene función de transferencia

15



Sistemas muestreados



Estudio como sistema discreto

- Se pretende estudiar el sistema muestreado como con técnicas propias de sistemas discretos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Sistemas muestreados

- La transformada en z de un sistema discreto equivalente a uno continuo con función de transferencia racional también es racional

$$F(s) = B(s)G(s)H(s)$$

$$G(z) = Z[F(s)] = \sum_{\text{polos de } F(s)} \text{residuos} \left[F(s) \frac{1}{1 - e^{sT} z^{-1}} \right]$$

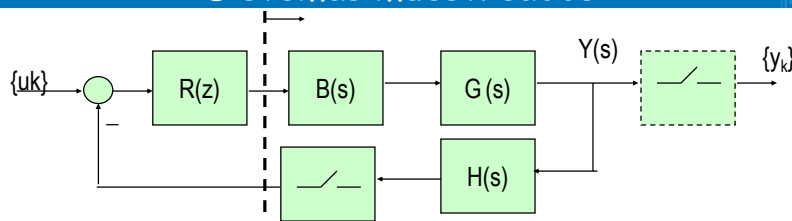
- Ejemplo

$$F(s) = \frac{b}{s + a}$$

$$G(z) = Z[F(s)] = \sum_{s=-a} \text{residuos} \left[\frac{b}{s + a} \frac{1}{1 - e^{sT} z^{-1}} \right] = \frac{b}{1 - e^{-aT} z^{-1}}$$



Sistemas muestreados



- Relación entrada-salida
 - No existe función de transferencia entre $\{u_k\}$ e $y(t)$, por lo que es necesario suponer un muestreador virtual del que se obtenga $\{y_k\}$

$$Y(z) = \frac{R(z)Z[B(s)G(s)]}{1 + R(z)Z[B(s)G(s)H(s)]} U(z)$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

