# Estática

## 2 Vectores de Fuerzas

# Objetivos

- Regla del paralelogramo.
- Vectores en forma cartesiana.
- Producto escalar y ángulo entre 2 vectores.

# Índice

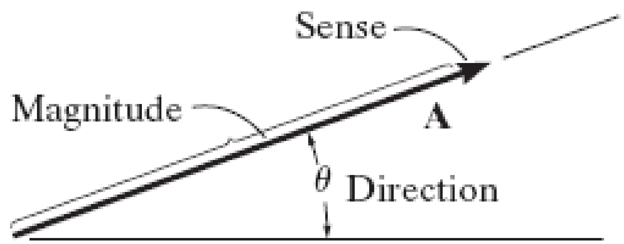
# 2.1 Escalares and Vectores

- Escalar
  - Es una cantidad caracterizada por un número positivo o negativo (y en Física siempre especificaremos su unidad).
  - Lo representamos a veces por una letra: *A*
- Ej. de magnitudes escalares:

  Masa: 10 kg, volumen: 30 $m^3$, longitud: 1.12 cm.

# 2.1 Escalares and Vectores

- Vector
  - Una cantidad que tiene magnitud y dirección,
    ej. posición, fuerza y momento.
  - Representado por una letra con una flecha. $\vec{A}$
  - Su magnitud es un número positivo (con su correspondiente unidad si designa una magnitud física). $|\vec{A}|$
  - A veces también un vector se presenta como **A** y su magnitud como A



# 2.2 Operaciones Vectoriales

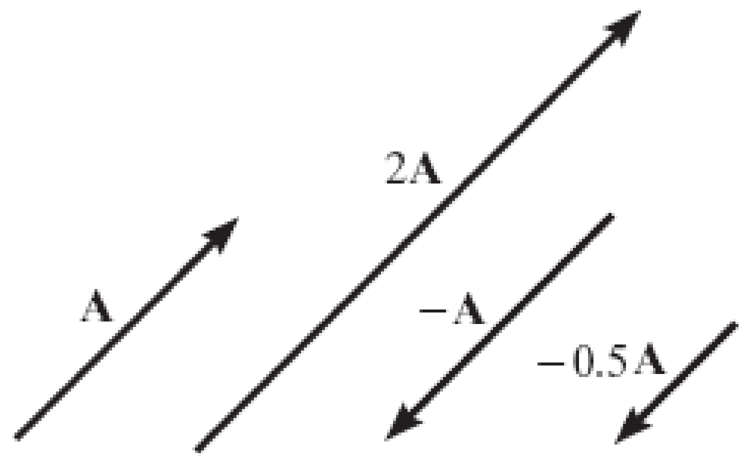
- Multiplicación y división de un Vector por un Escalar

  - Producto de vector “**A**” y escalar “a”: a**A**

  - Magnitud = $|aA|$

  - La ley de la multiplicación vale para la división:

    **A**/a = ( 1/a ) **A**, a≠0



# 2.2 Operaciones Vectoriales

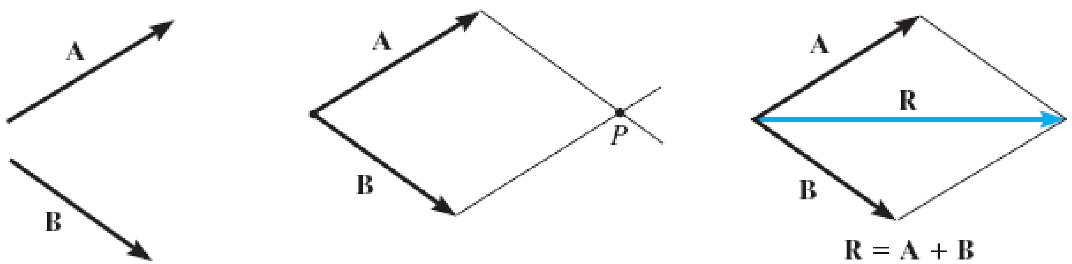
- Adición vectorial

  - Adición de dos vectores **A** y **B** resulta un vector **R** obtenido por la *regla del paralelogramo.*

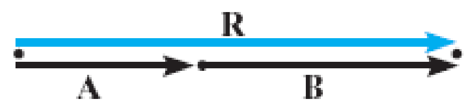
  - El vector **R** resulta de la *construcción triangular.*

  - Conmutativa. **R** = **A** + **B** = **B** + **A**

  - Caso especial: **A** y **B** son *colineales* (tienen la misma línea de acción).




R = A + B
Parallelogram law




$R = A + B$

Addition of collinear vectors

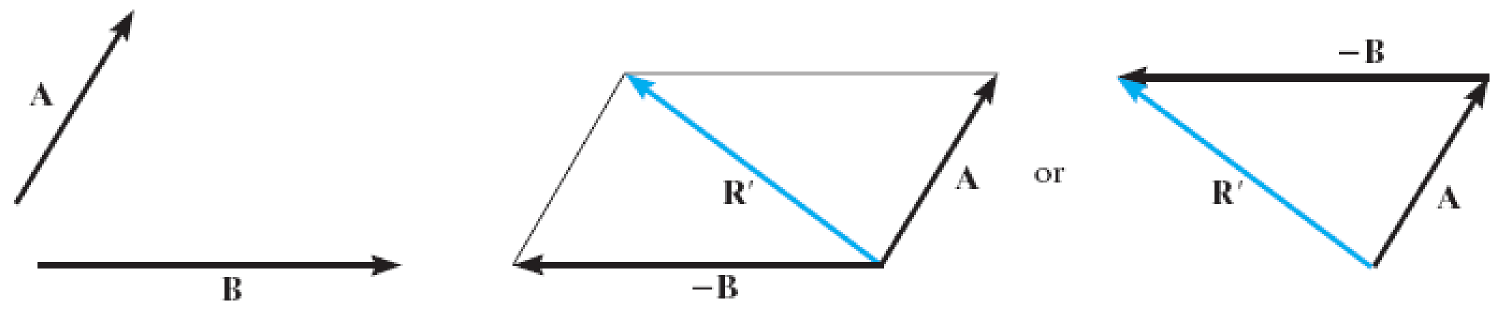
# 2.2 Operaciones Vectoriales

- Sustracción vectorial

  \- Caso especial de adición

  **R**’ = **A** – **B** = **A** + ( - **B** )

  \- Se aplica la regla de adición vectorial.




Parallelogram law

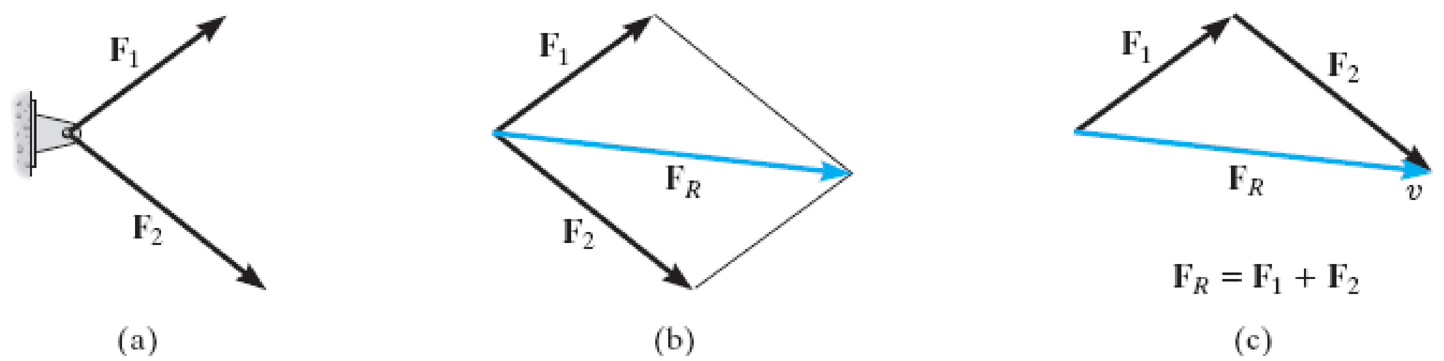
Triangle construction

Vector subtraction

# 2.3 Adición vectorial de Fuerzas

Encontrando la Fuerza Resultante

- *Se emplea la regla del Paralelogramo*



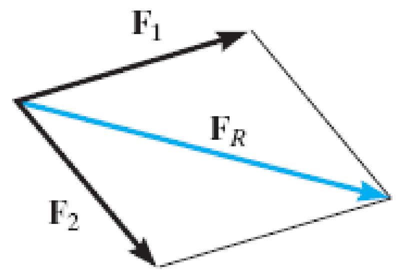

- Resultante,

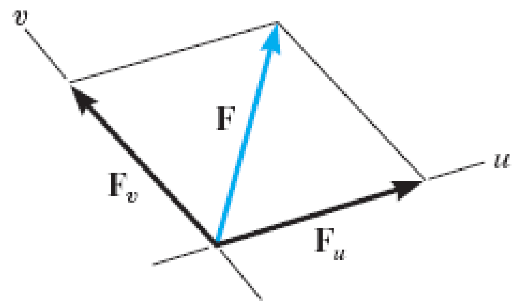
  $\mathbf{F}_R = ( \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 )$

# 2.3 Adición vectorial de Fuerzas

Procedimiento de análisis

- Regla del Paralelogramo
  - Haga un diagrama usando la *regla del paralelogramo.*
  - Sumar 2 las dos componentes para formar la resultante. Los lados del paraleloramo son las componentes.
  - La fuerza resultante es la diagonal.

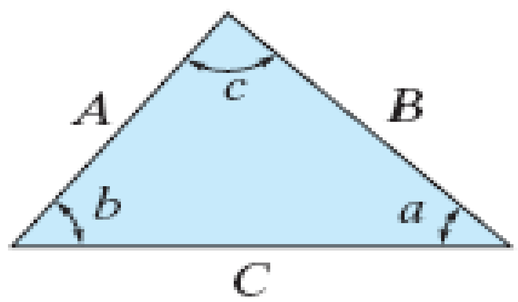


# 2.3 Adición vectorial de Fuerzas

Procedimiento de análisis

- Trigonometría
  - Toma la mitad del paralelogramo.
  - La magnitud de la resultante puede determinarse con la *ley de los cosenos.*
  - La dirección de la resultante puede determinarse con la *ley de los senos.*
  - La magnitud de las componentes puede determinarse con la *ley de los senos.*




Cosine law:

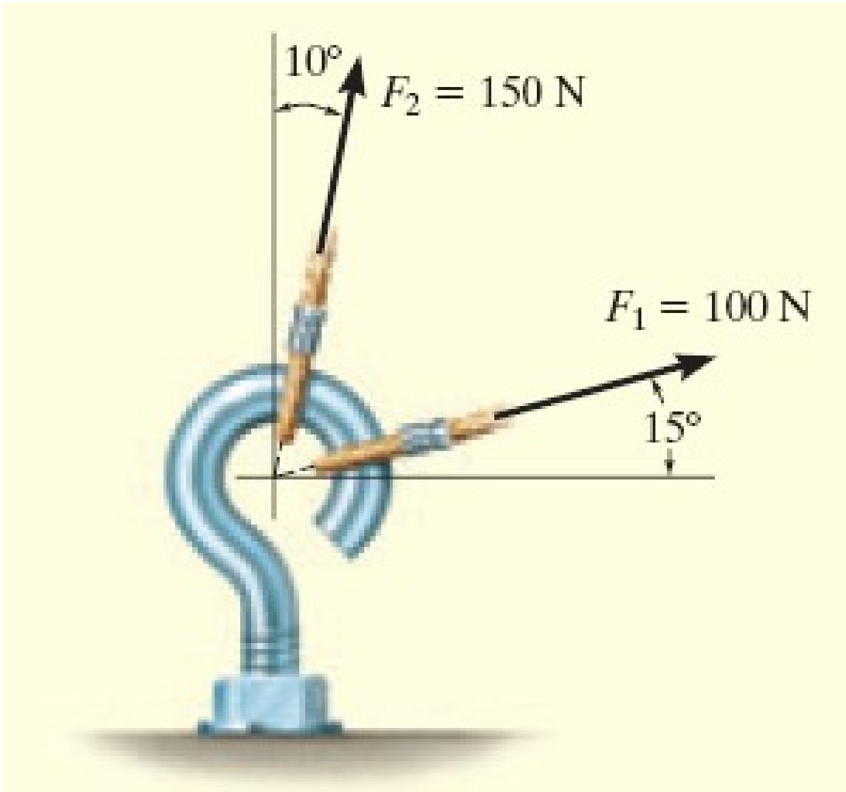
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

# Ejemplo

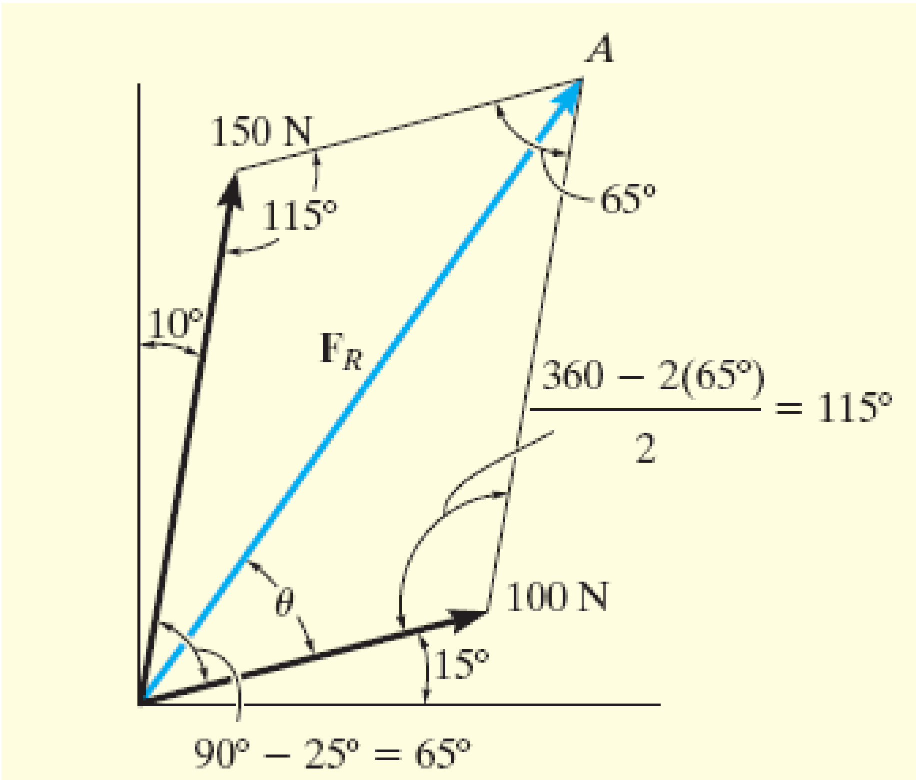
La alcayata soporta dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ and $\mathbf{F}_2$.
Determine la  magnitud y dirección de la fuerza.



# Solución

Ley del Paralelogramo

Incógnitas: la magnitud de $\mathbf{F}_R$ y el ángulo θ



# Solución

## Trigonometría

### Ley de los Cosenos

$$F_R = \sqrt{(100\,N)^2 + (150\,N)^2 - 2(100\,N)(150\,N)\cos 115^\circ}$$

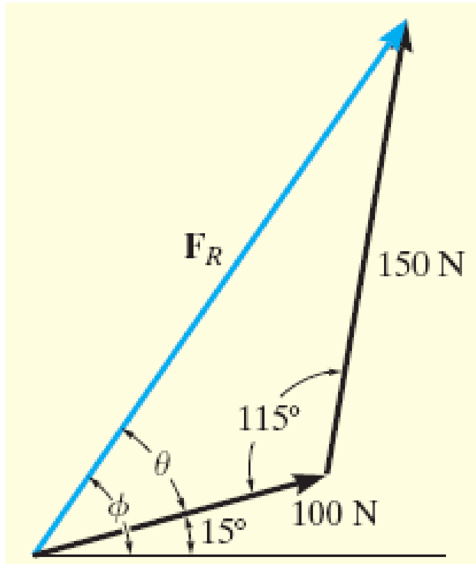
$$\sqrt{10000 + 22500 - 30000(-0.4226)} = 212.6\text{N} = 213\,N$$

### Ley de los Senos

$$\frac{150\,N}{\sin\theta} = \frac{212.6\text{N}}{\sin 115^\circ}$$

$$\sin\theta = \frac{150\,N}{212.6\text{N}}(0.9063)$$

$$\theta = 39.8^\circ$$



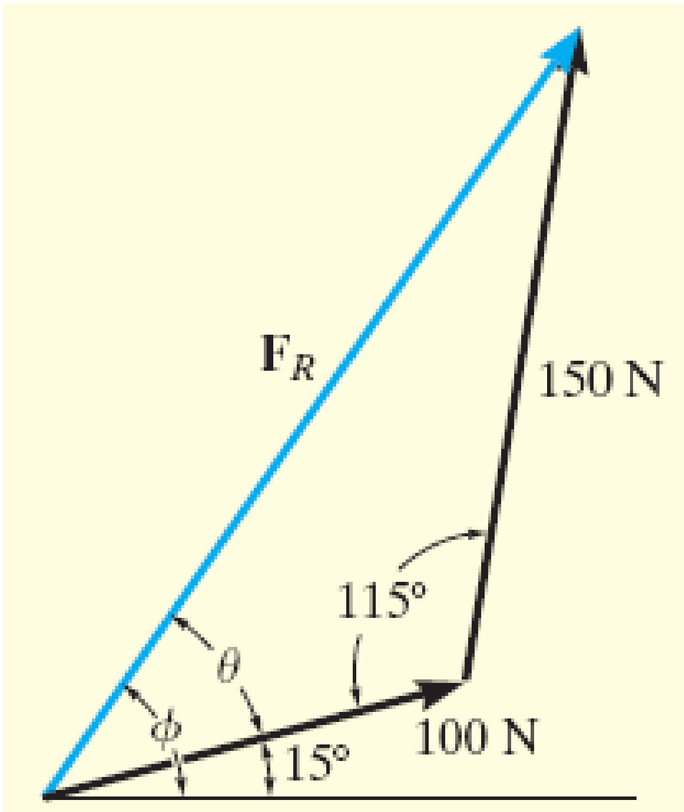
# Solución

Trigonometría

Dirección Φ de $\mathbf{F}_R$ medida desde la horizontal

$$\varphi = 39.8^\circ + 15^\circ$$

$$54.8^\circ \angle^{\varphi}$$

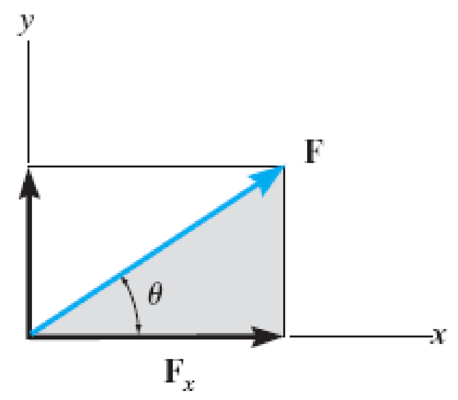


# 2.4 Adición de un sistema coplanar de fuerzas

- Notación escalar
  - Los ejes x,y tienen sentido positivo y negativo.
  - Se expresa cada fuerza en componentes escalares.

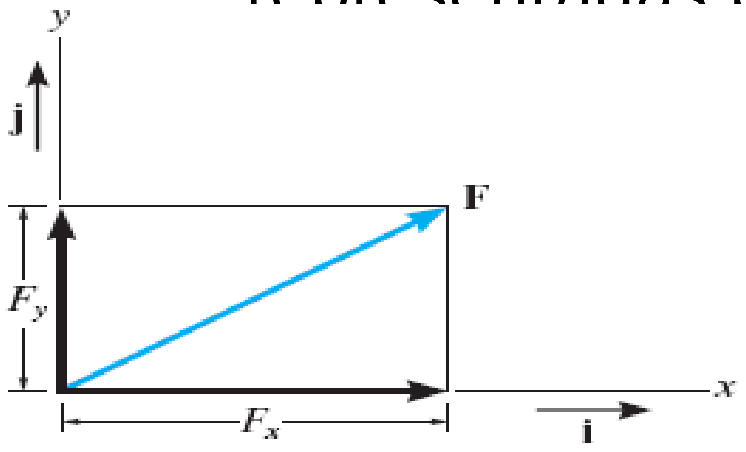
$$\overline{F} = \overline{F}_x + \overline{F}_y$$

$$F_x = F\cos\theta \quad , \quad F_y = F\sin\theta$$



# 2.4 Adición de un sistema coplanar de fuerzas

- Notación vectorial cartesiana
  - Se usan vectores cartesianos unitarios **i**, **j** para designar las direcciones x, y.
  - Los vectores unitarios **i**, **j** tienen de magnitud la unidad sin dimensiones ( = 1 )
  - Las componentes cartesianas de las fuerzas son siempre una cantidad positiva con dimensiones, representadas por los escalares $F_x$ and $F_y$




$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

# 2.4 Adición de un sistema coplanar de fuerzas

- Fuerza coplanar resultante

  En el caso de más de dos fuerzas coplanares:

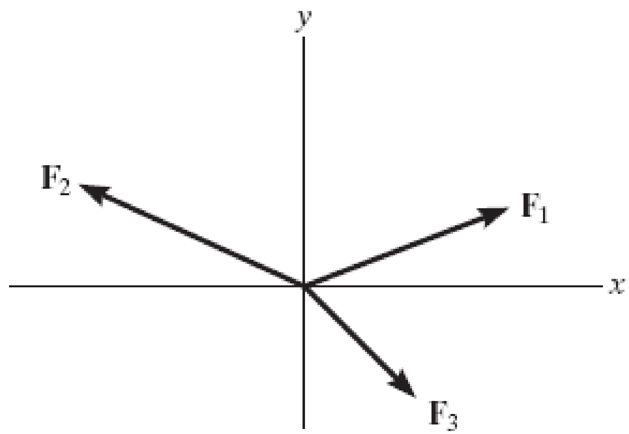
  – Se resuelve cada fuerza en las component x,y

  – Suma algebraica de las respectivas componentes

  – La fuerza resultante se encuentra usando la regla del paralelogramo para las dos componentes x-y

  – En notación cartesiana:

$$F_1 = F_{1x} i + F_{1y} j$$
$$F_2 = -F_{2x} i + F_{2y} j$$
$$F_3 = F_{3x} i - F_{3y} j$$



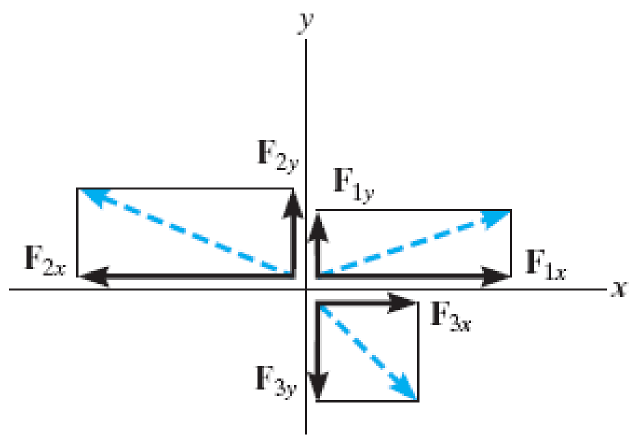
# 2.4 Adición de un sistema coplanar de fuerzas

- Fuerza Resultante
  - El vector resultante es

$$\overline{F}_R = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3$$
$$= \left(F_{Rx}\right) i + \left(F_{Ry}\right) j$$

  - O en notación escalar

$$F_{Rx} = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$
$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$



# 2.4 Adición de un sistema coplanar de fuerzas

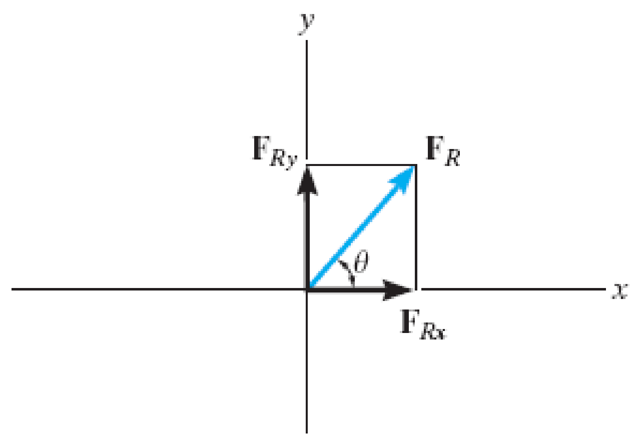
- Fuerza coplanar resultante
  - En todos los casos tenemos

$$F_{Rx} = \sum F_x$$
$$F_{Ry} = \sum F_y$$

* No olvide asignar el signo apropiado

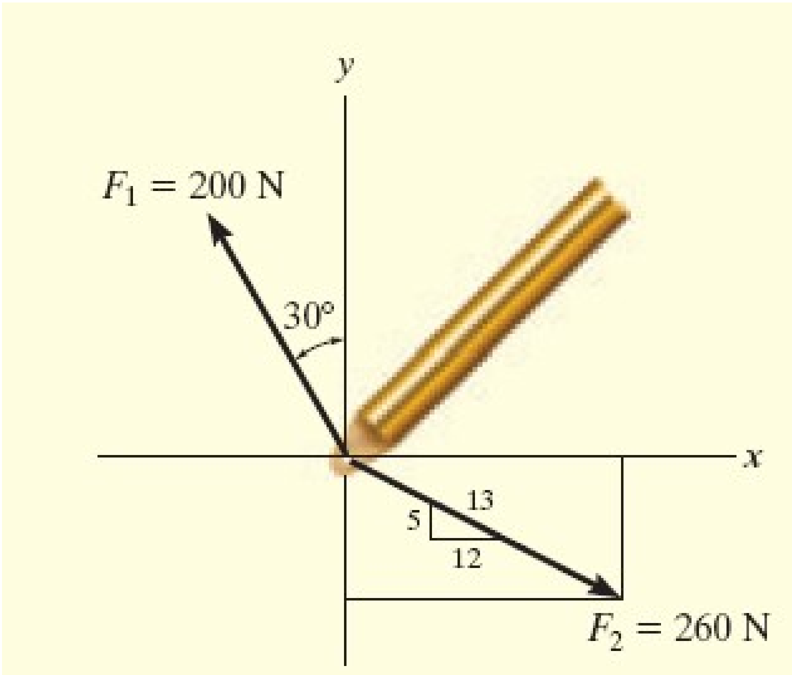
  - La magnitud de $\mathbf{F}_R$ se encuentra usando el teorema de Pitágoras.

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} \quad \text{and} \quad \theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right|$$



# Ejemplo

Determine las componentes x, y de $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ que actúan sobre la articulación. Exprese cada fuerzar como un vector cartesiano.

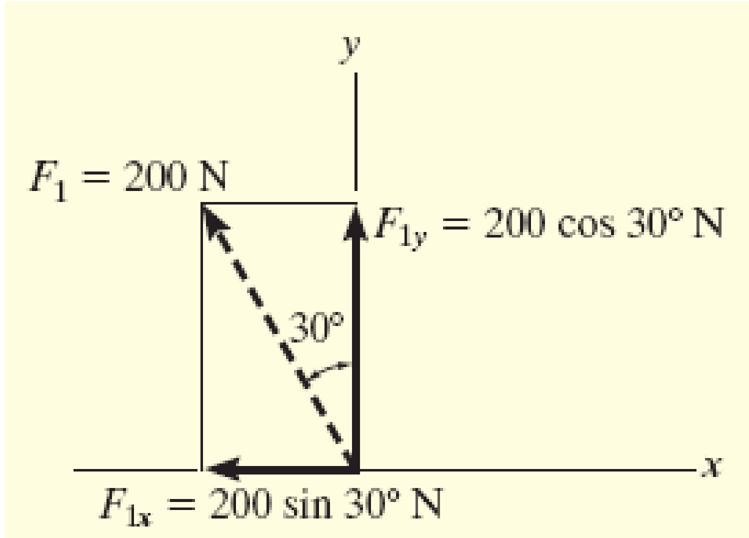


# Solución

Notación escalar

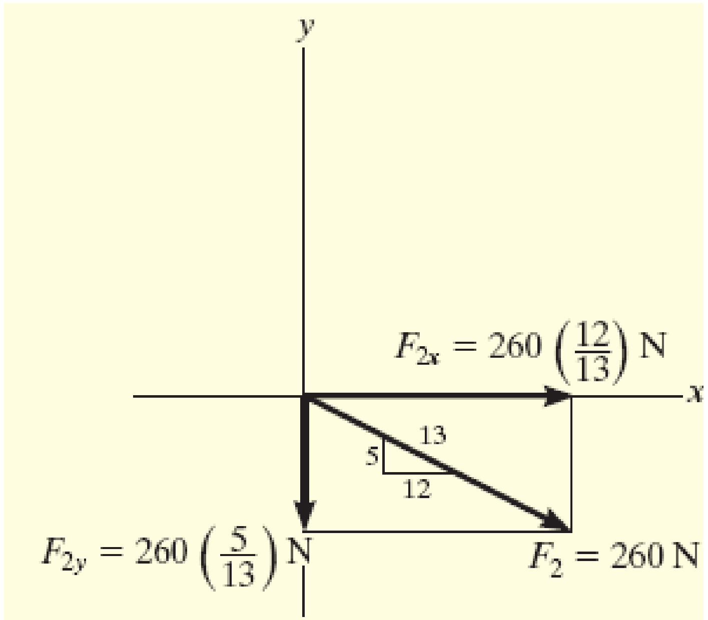
$$F_{1x} = -200 \sin 30^\circ N = -100\, N = 100\, N \leftarrow$$

$$F_{1y} = 200 \cos 30^\circ N = 173\, N = 173\, N \uparrow$$




Para la segunda fuerza,
de la pendiente del triángulo

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$$

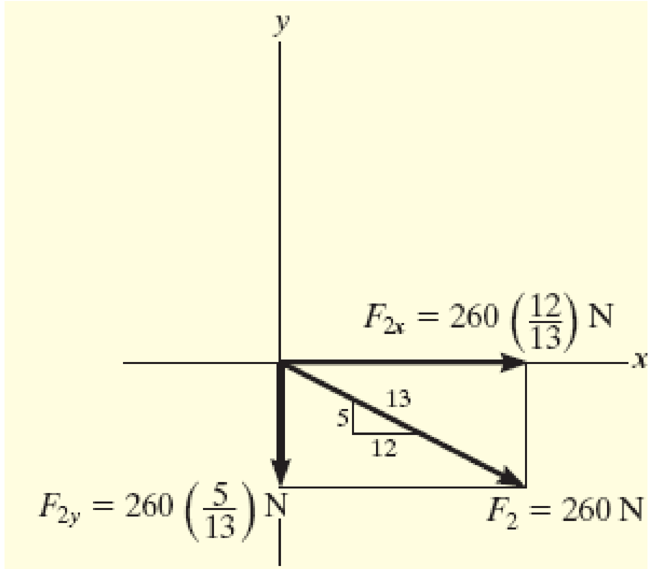


# Solución

Por semejanza de triángulos

$$F_{2x} = 260\left(\frac{12}{13}\right) = 240\,N$$

$$F_{2y} = 260\left(\frac{5}{13}\right) = 100\,N$$




Notation escalar:

$$F_{2x} = 240\,N \rightarrow$$

$$F_{2y} = -100\,N = 100\,N \downarrow$$

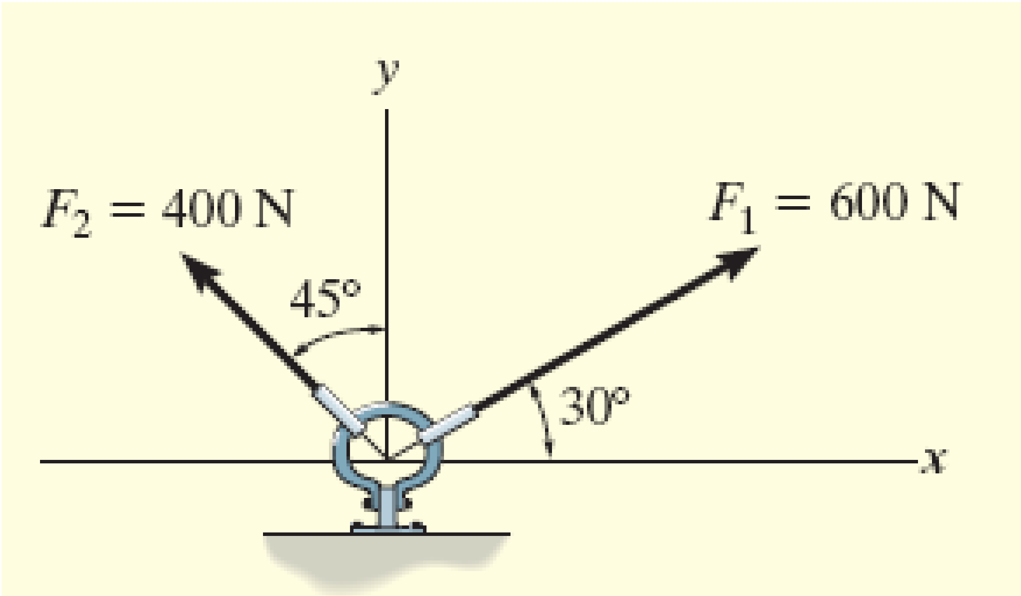
Notación vectorial:

$$F_1 = \{-100i + 173\,j\}\,N$$

$$F_2 = \{240i - 100\,j\}\,N$$

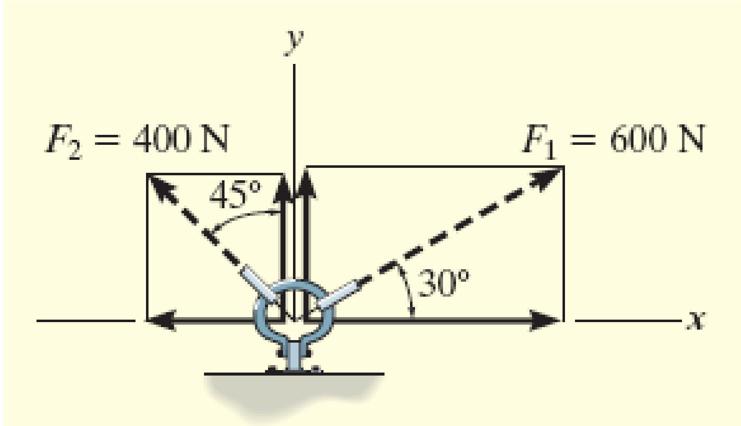
# Ejemplo

La agarradera está sujeta a dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$. Determine la magnitud y orientación de la resultante.



# Solución I

Notación escalar:




$F_{Rx} = \Sigma F_x$:

$F_{Rx} = 600\cos 30^\circ N - 400\sin 45^\circ N$

$= 236.8\text{N} \rightarrow$

$F_{Ry} = \Sigma F_y$:

$F_{Ry} = 600\sin 30^\circ N + 400\cos 45^\circ N$

$= 582.8\text{N} \uparrow$

# Solución I

Fuerza resultante

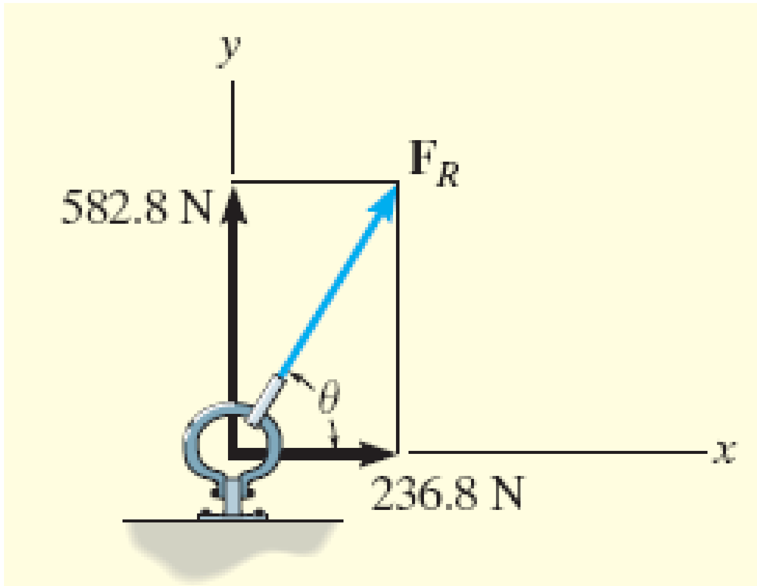
$$F_R = \sqrt{(236.8\text{N})^2 + (582.8\text{N})^2}$$

$$= 629\,N$$

La dirección es dada por el ángulo θ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8\text{N}}{236.8\text{N}}\right)$$

$$= 67.9^\circ$$



# Solución I

Fuerza resultante

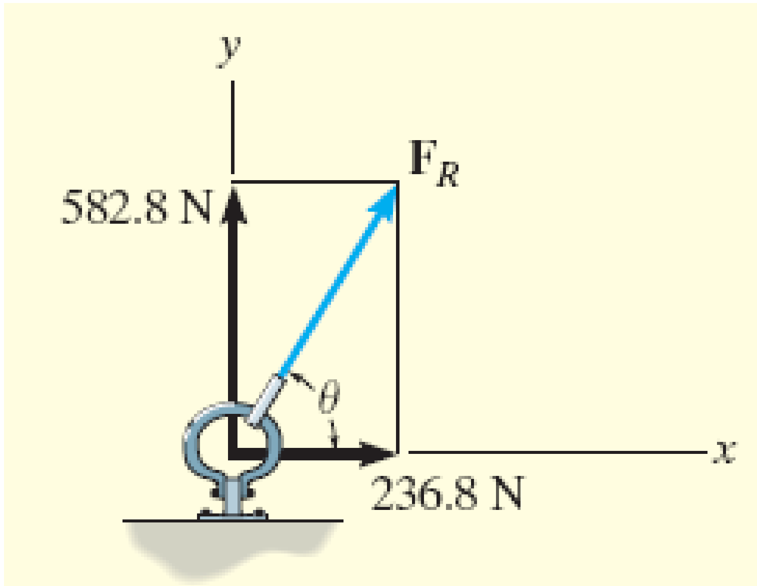
$$F_R = \sqrt{(236.8\text{N})^2 + (582.8\text{N})^2}$$

$$= 629\,N$$

La dirección es dada por el ángulo θ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8\text{N}}{236.8\text{N}}\right)$$

$$= 67.9^\circ$$



# Solución II

Notación vectorial cartesiana

$\mathbf{F}_1 = \{\ 600\cos 30°\mathbf{i} + 600\sin 30°\mathbf{j}\ \}$ N

$\mathbf{F}_2 = \{\ -400\sin 45°\mathbf{i} + 400\cos 45°\mathbf{j}\ \}$ N

Thus,

$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$

$= (600\cos 30º\text{N} - 400\sin 45º\text{N})\mathbf{i} + (600\sin 30º\text{N} + 400\cos 45º\text{N})\mathbf{j}$

$= \{236.8\mathbf{i} + 582.8\mathbf{j}\}\text{N}$

La magnitud y dirección de $\mathbf{F}_R$ se determinan como antes

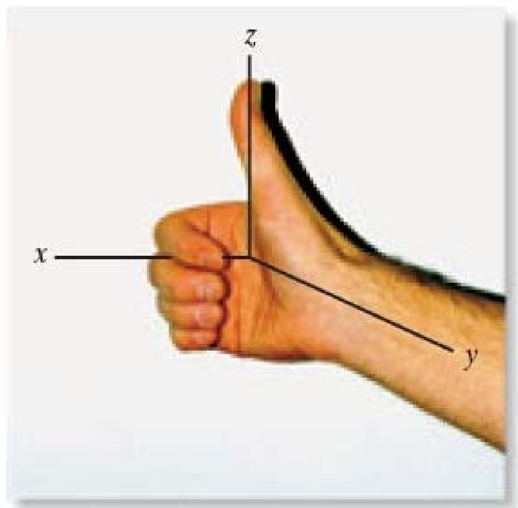
# 2.5 Vectores cartesianos

- Sistema de coordenadas orientado

  Un sistema rectangular o cartesiano está orientado según la mano derecha si:

  – El pulgar de la mano derecha apunta en direción del eje z positivo, al agarrar de x a y.

  – El eje z para un problema 2D apuntaría perpendicularmente hacia afuera de la página.



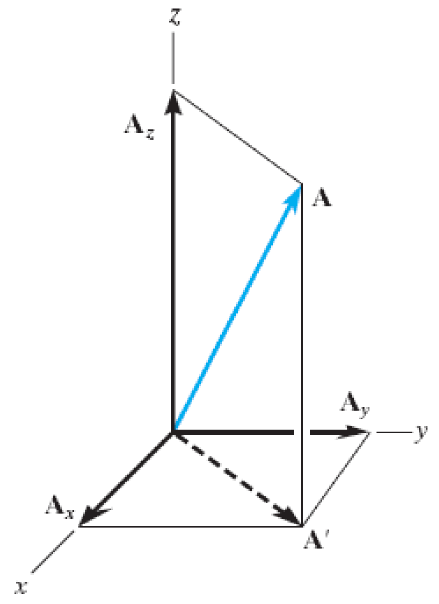
# 2.5 Vectores cartesianos

- Componentes rectangulares de un vector
  - Un vector **A** puede tener una, dos o tres componentes rectangulares a lo largo de los ejes *x*-*y*-*z*, dependiendo de su orientación.
  - Por dos aplicaciones sucesivas de la ley del paralelogramo

    $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \mathbf{A}_z$

    $\mathbf{A}' = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$
  - Combinando las ecuaciones, **A** puede expresarse como

    $\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$

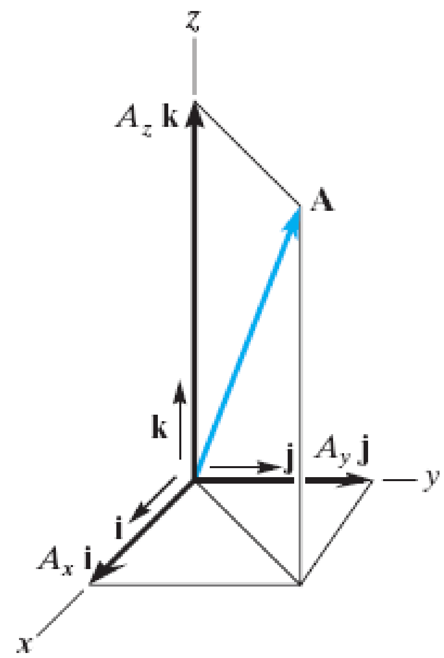


# 2.5 Vectores cartesianos

- Representación cartesiana
  - Las 3 componentes de **A** actúan en las direcciones **i**, **j** , **k**

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

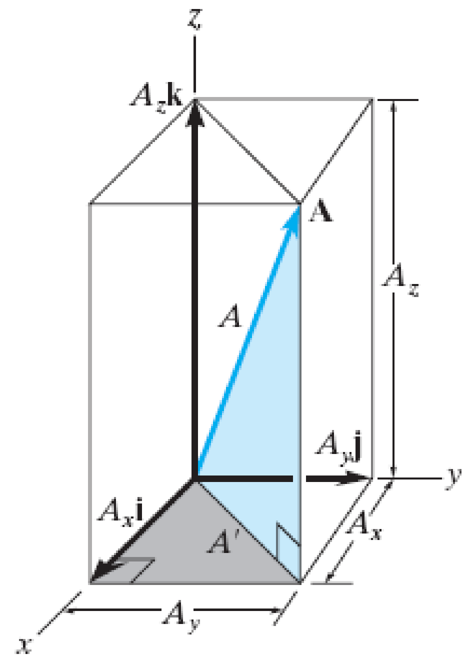
Note que la magnitud y dirección de cada componente se pueden determinar usando las reglas ya vistas.



# 2.5 Vectores cartesianos

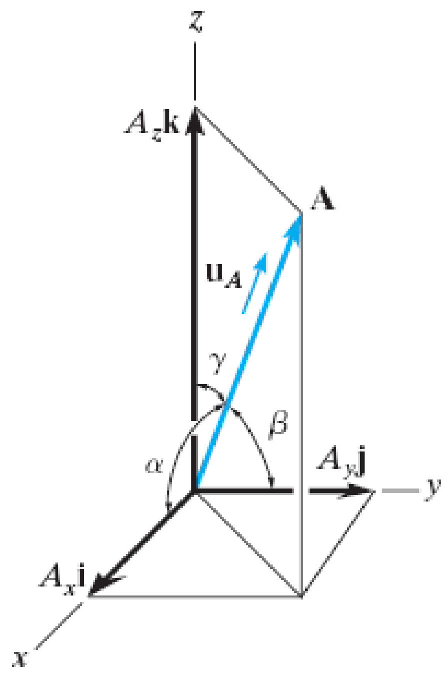
- Magnitud de una vector cartesiano
  - Mirando el triángulo azúl, $A = \sqrt{A'^2 + A_z^2}$
  - Mirando el triángulo sombreado, $A' = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
  - Combinando las dos ecuaciones resulta la magnitud de **A**

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



# 2.5 Vectores cartesianos

- Dirección de un vector cartesiano
  - La orientación de **A** se define según los ángulos $\alpha$, $\beta$ , $\gamma$ medidos desde el inicio de **A** y los ejes x, y, z positivos.
  - Se definen $0° \leq \alpha, \beta , \gamma \leq 180°$
  - Los *cosenos directores de* **A** son




$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

- Los ángulos $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ pueden determinarse invirtiendo el coseno director

# 2.5 Vectores cartesianos

- Vector unitario
  - La dirección de **A** puede especificarse usando un vector unitario.
  - Un vector unitario tiene una magnitud igual a 1.
  - Si **A** es un vector de magnitud $A \neq 0$, un vector unitario on la misma dirección de **A** puede expresarse como $\mathbf{u}_A = \mathbf{A} / A$.

  De manera que:

$$\mathbf{A} = A\, \mathbf{u}_A$$

# 2.5 Vectores cartesianos

- Dirección de un vector cartesiano
  - Los ángulos α, β, γ pueden determinarse invirtiendo el coseno director.

  Dado

  $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_Z\mathbf{k}$

  podemos escribir el vector dirección unitario:

  $\mathbf{u}_A = \mathbf{A} / A = (A_x/A)\mathbf{i} + (A_y/A)\mathbf{j} + (A_Z/A)\mathbf{k}$

  siendo

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

# 2.5 Vectores cartesianos

- Dirección de un vector cartesiano
  - $\mathbf{u}_A$ se puede expresar también como:

    $\mathbf{u}_A = \cos\alpha\,\mathbf{i} + \cos\beta\,\mathbf{j} + \cos\gamma\,\mathbf{k}$

Ya que tenemos $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ $|\mathbf{u}_A| = 1$,

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

  - Luego podemos expresar **A** en forma cartesiana como:

    $\mathbf{A} = A\mathbf{u}_A$

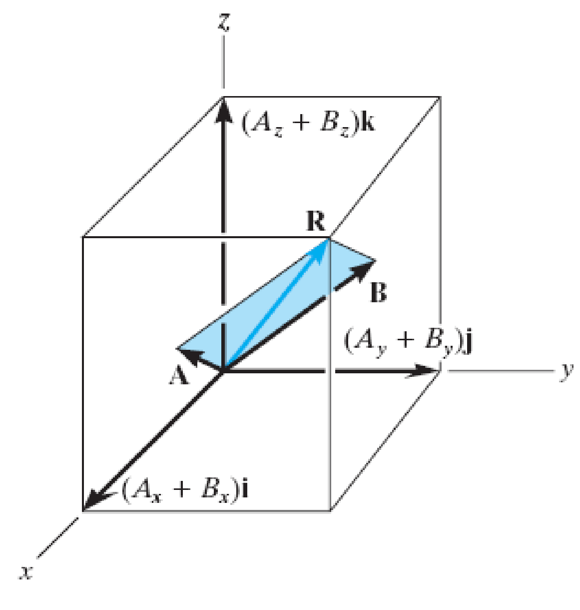
    $= A\cos\alpha\,\mathbf{i} + A\cos\beta\,\mathbf{j} + A\cos\gamma\,\mathbf{k}$

    $= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$

# 2.6 Suma y resta de vectores cartesianos

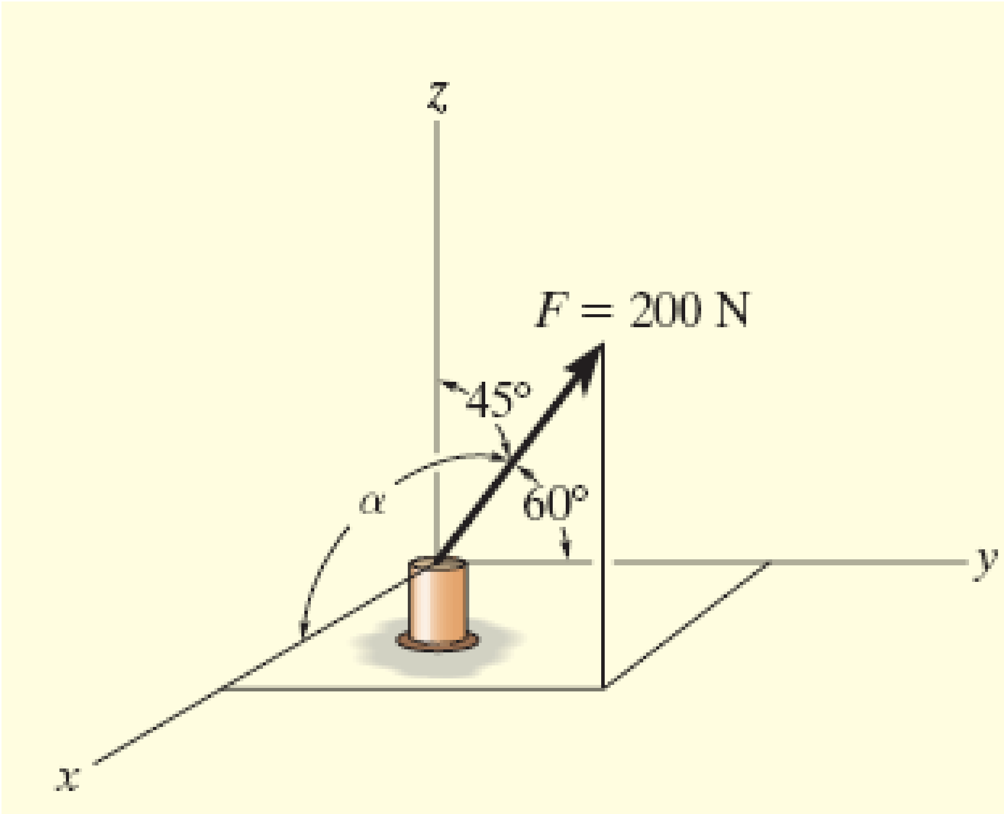
- Sistemas concurrente de fuerzas
  - La resultante es el vector suma de todas las fuerzas del sistema.

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F} = \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k}$$



# Ejemplo

Exprese la fuerza **F** como un vector cartesiano.



# Solución

Ya que dos ángulos están dados, el tercero se encuentra por

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ = 1$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - (0.5)^2 - (0.707)^2} = \pm 0.5$$

Hay dos posibilidades

$$\alpha = \cos^{-1}(0.5) = 60^\circ$$

$$\alpha = \cos^{-1}(-0.5) = 120^\circ$$

# Solución

Por inspección, $\alpha = 60^{\circ}$ ya que $\mathbf{F}_x$ está en la dirección +x

Dado que $F = 200$ N

$$\mathbf{F} = F\cos\alpha\,\mathbf{i} + F\cos\beta\,\mathbf{j} + F\cos\gamma\,\mathbf{k}$$

$$= (200\cos 60º\text{N})\mathbf{i} + (200\cos 60º\text{N})\mathbf{j} + (200\cos 45º\text{N})\mathbf{k}$$

$$= \{100.0\mathbf{i} + 100.0\mathbf{j} + 141.4\mathbf{k}\}\text{N}$$

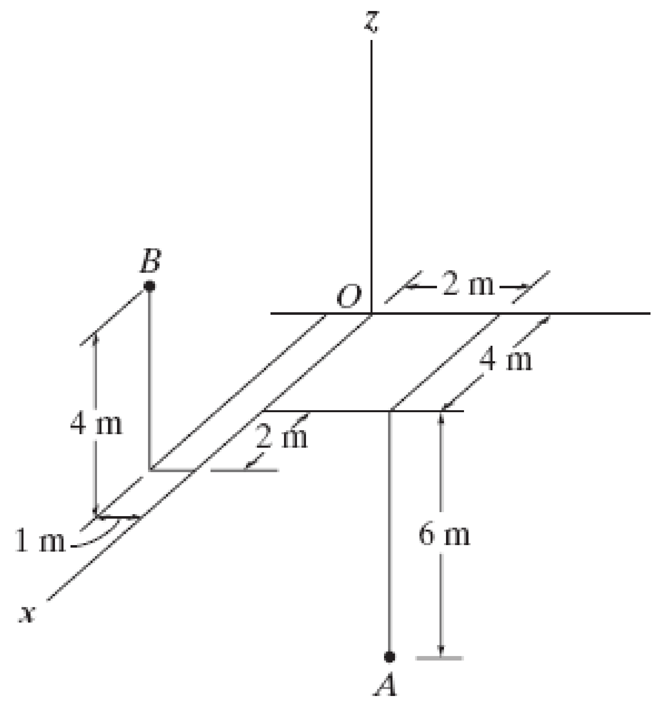
Comprobación:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\sqrt{(100.0)^2 + (100.0)^2 + (141.4)^2} = 200\,N$$

# 2.7 Vector Posición

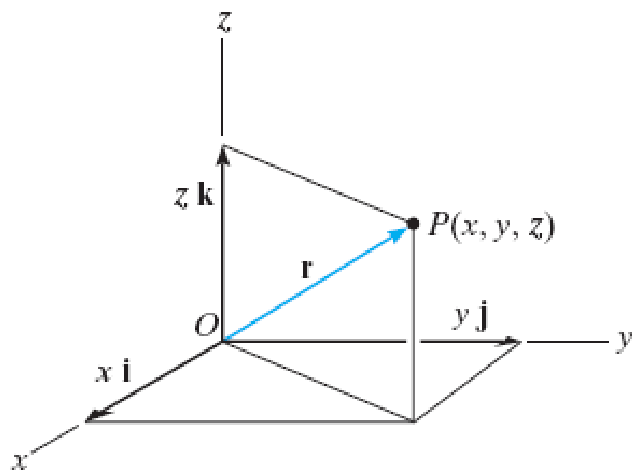
- Coordenadas *x*,*y*,*z*
  - Sistema orientado por la mano derecha.
  - El eje *z* positivo apunta hacia arriba, midiendo la altura de un objeto o la altitud del punto.
  - Los puntos se miden relativos a un origen O.

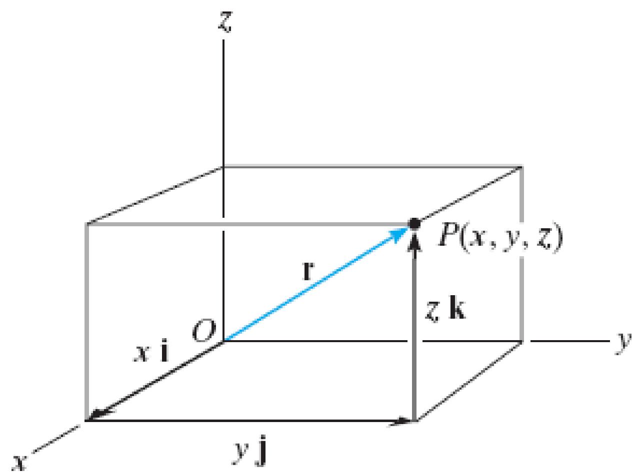


# 2.7 Vectores de posición

Vector posición

- El vector posición **r** se define como un vector que localiza un punto en el espacio respecto a otro punto.
- Ej. $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$



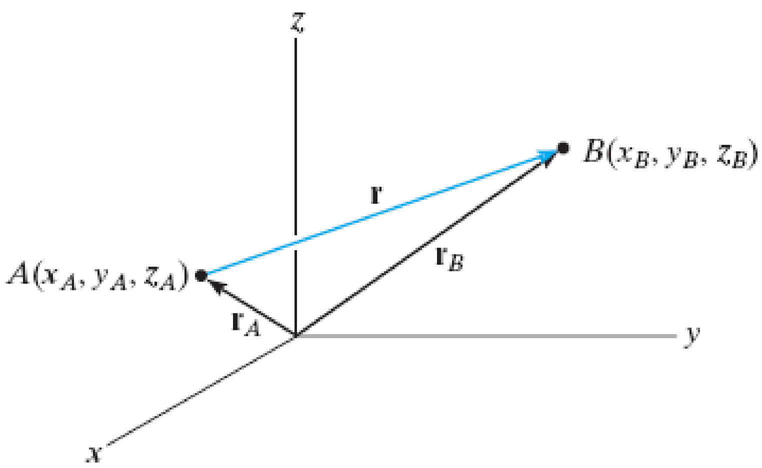



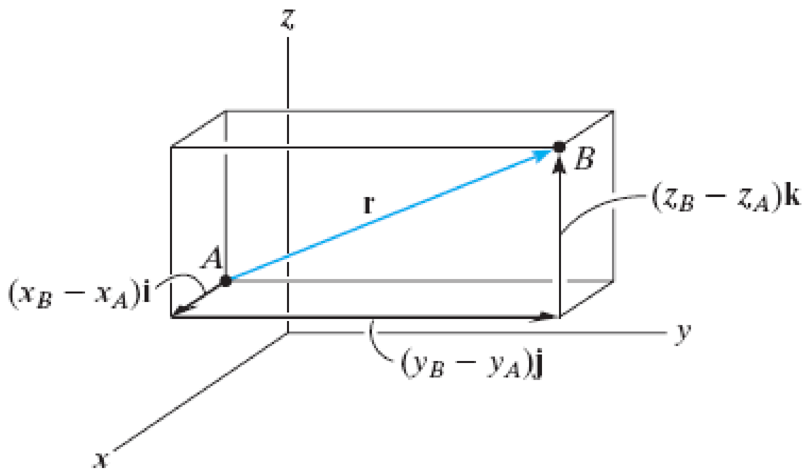
# 2.7 Vectores de posición

Vector posición de B respecto a A:

- La suma de vectores da $\mathbf{r}_A + \mathbf{r} = \mathbf{r}_B$
- Podemos escribir entones

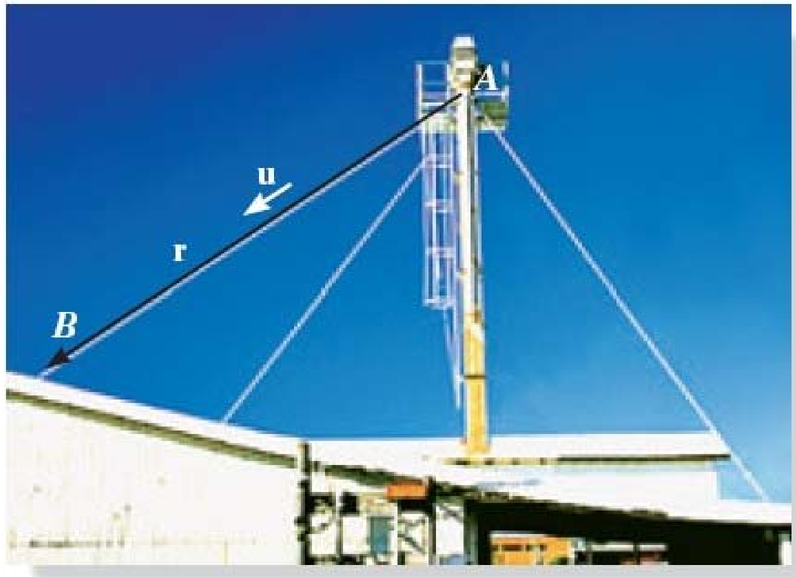
$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B - x_A)i + (y_B - y_A)j + (z_B - z_A)k$$
$$\mathbf{r} = (x_B - x_A)i + (y_B - y_A)j + (z_B - z_A)k$$



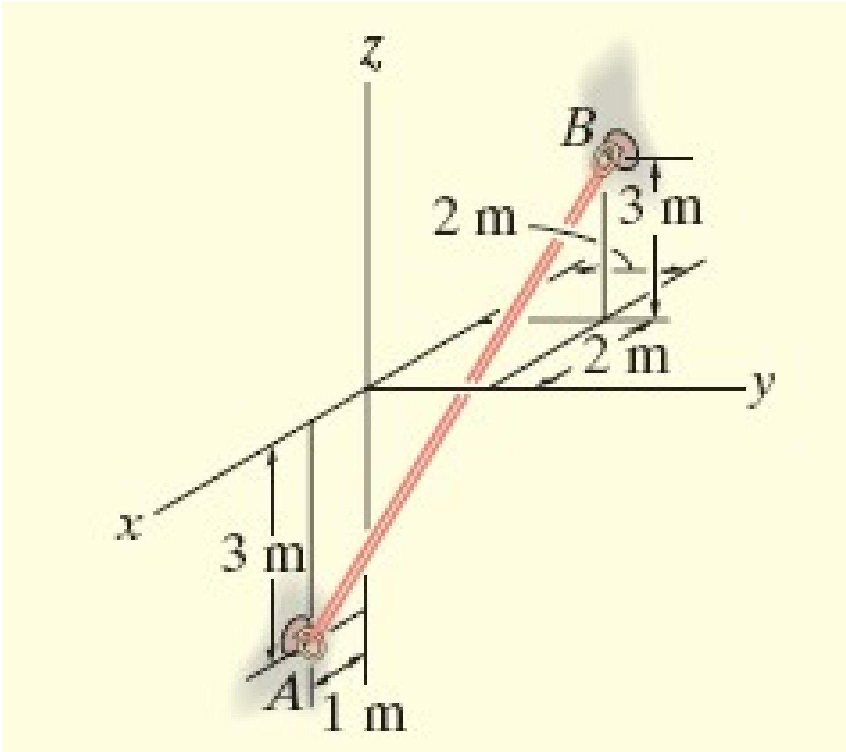
# 2.7 Vectores de posición

- La longitud y dirección del cable AB se puede obtener midiendo A y B usando ejes *x, y, z.*
- Podemos encontrar entonces **r**.
- La magnitud r representa la longitud del cable.
- Los ángulos α, β, γ representan la dirección.
- El vector unitario, **u** = **r**/r



# Ejemplo

Una goma elástica se amarra a los puntos A y B. Determine su longitud y dirección medida desde A a B.



# Solución

El vector posición resulta

$\mathbf{r} = [-2\text{m} - 1\text{m}]\mathbf{i} + [2\text{m} - 0]\mathbf{j} + [3\text{m} - (-3\text{m})]\mathbf{k}$

$= \{-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}\}\text{m}$

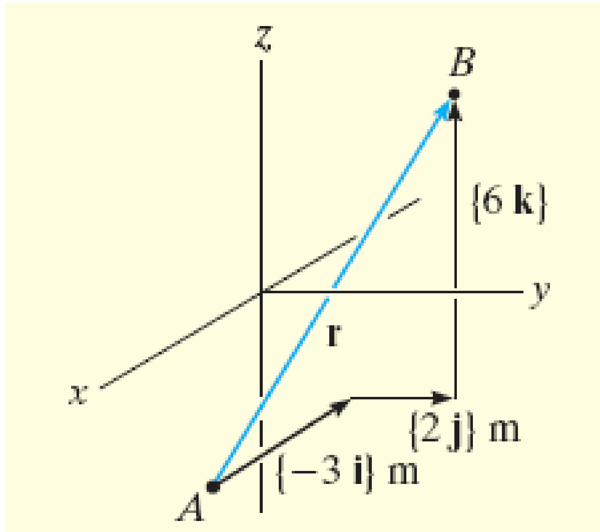
Magnitud = longitud de la goma

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2 + (6)^2} = 7\text{m}$$

El vector director unitario de A a B

$\mathbf{u} = \mathbf{r} / r$

$= -3/7\mathbf{i} + 2/7\mathbf{j} + 6/7\mathbf{k}$

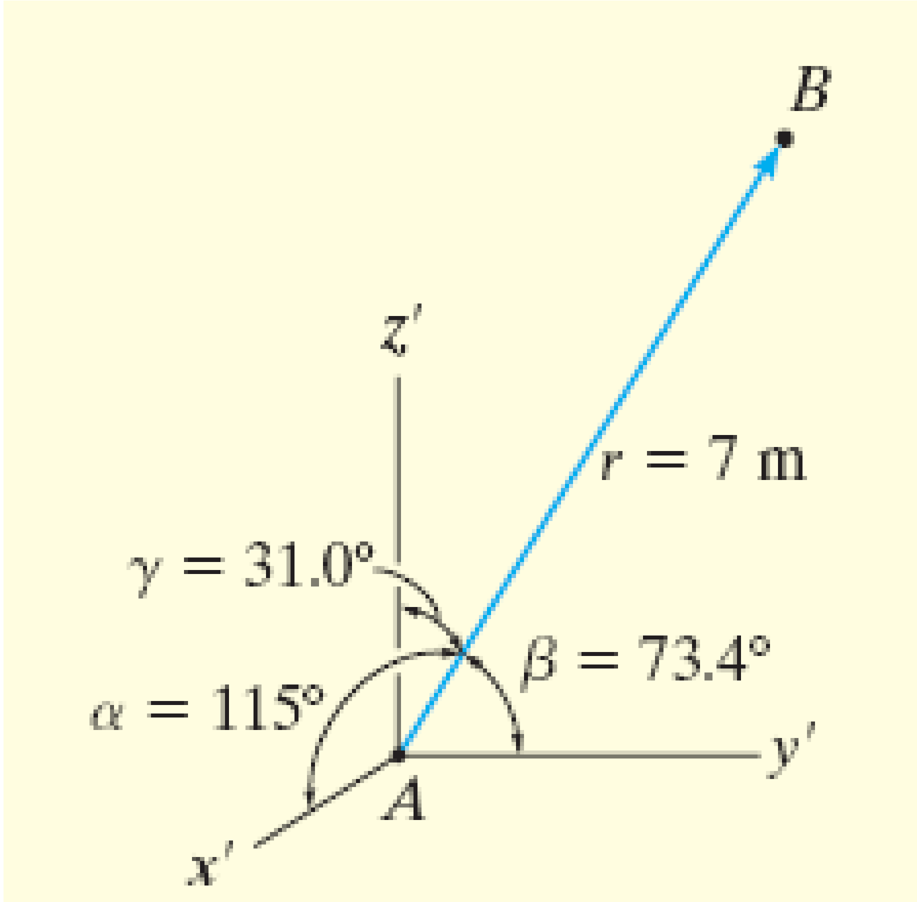


# Solución

$\alpha = \cos^{-1}(-3/7) = 115°$

$\beta = \cos^{-1}(2/7) = 73.4°$

$\gamma = \cos^{-1}(6/7) = 31.0°$

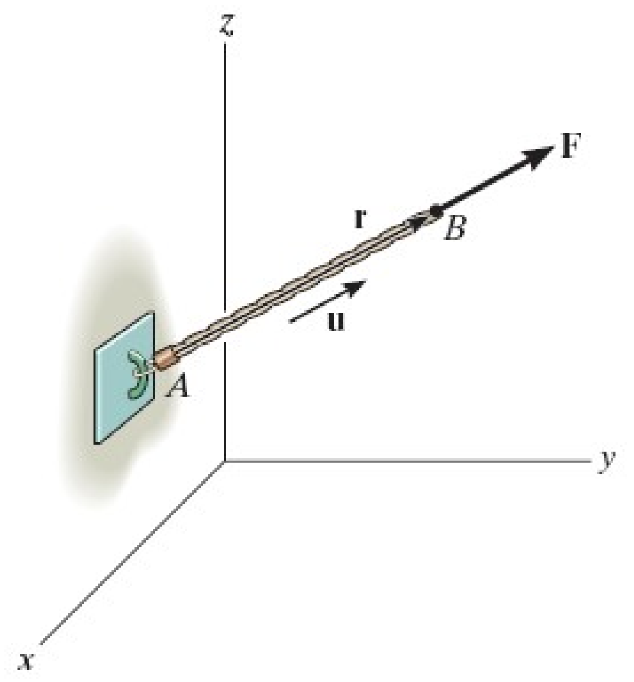


# 2.8 Vector de fuerza dirigido a lo largo de una línea

- En problemas 3D, la dirección de **F** se especifica por 2 puntos a lo largo de la línea de acción de la fuerza.
- **F** puede expresarse como un vector cartesiano

$$\mathbf{F} = F\,\mathbf{u} = F\,(\mathbf{r}/r)$$

- Note que **F** tiene unidades de fuerzas (N) a diferencia de **r**, con unidades de longitud (m).



# 2.8 Vector de fuerza dirigido a lo largo de una línea

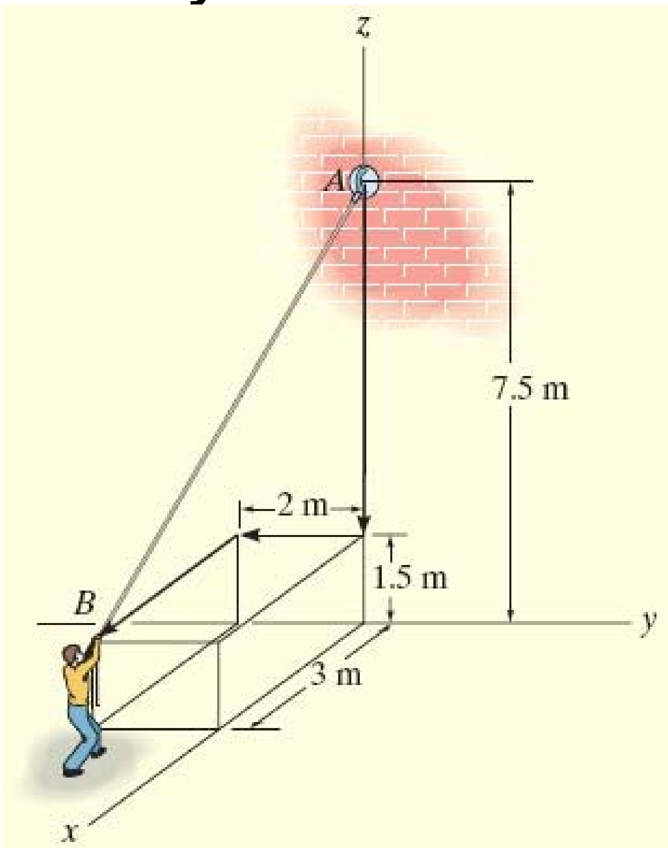
- La fuerza **F** actuando a lo largo de la cadena se puede representar como un vector cartesiano:

  - Se establecen los ejes *x, y, z.*

  - Formamos un vector posición **r**.
- Un vector unitario, **u** = **r**/*r* que define la dirección de la cadena y
- Finalmente, **F** = *F***u**

# Ejemplo

El hombre tira de la cuerda con una fuerza de 350 N. Represente esta fuerza en el soporte A como un vector cartesiano y determine su dirección.



# Solución

Los extremos de la cuerda son A (0m, 0m, 7.5m) y B (3m, -2m, 1.5m)

$\mathbf{r} = (3\text{m} - 0\text{m})\mathbf{i} + (-2\text{m} - 0\text{m})\mathbf{j} + (1.5\text{m} - 7.5\text{m})\mathbf{k}$

$= \{3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 6\mathbf{k}\}\text{m}$

Magnitud = longitud de AB

$$r = \sqrt{(3\text{m})^2 + (-2\text{m})^2 + (-6\text{m})^2} = 7\text{m}$$

Vector unitario,

$\mathbf{u} = \mathbf{r}/r$

$= 3/7\mathbf{i} - 2/7\mathbf{j} - 6/7\mathbf{k}$

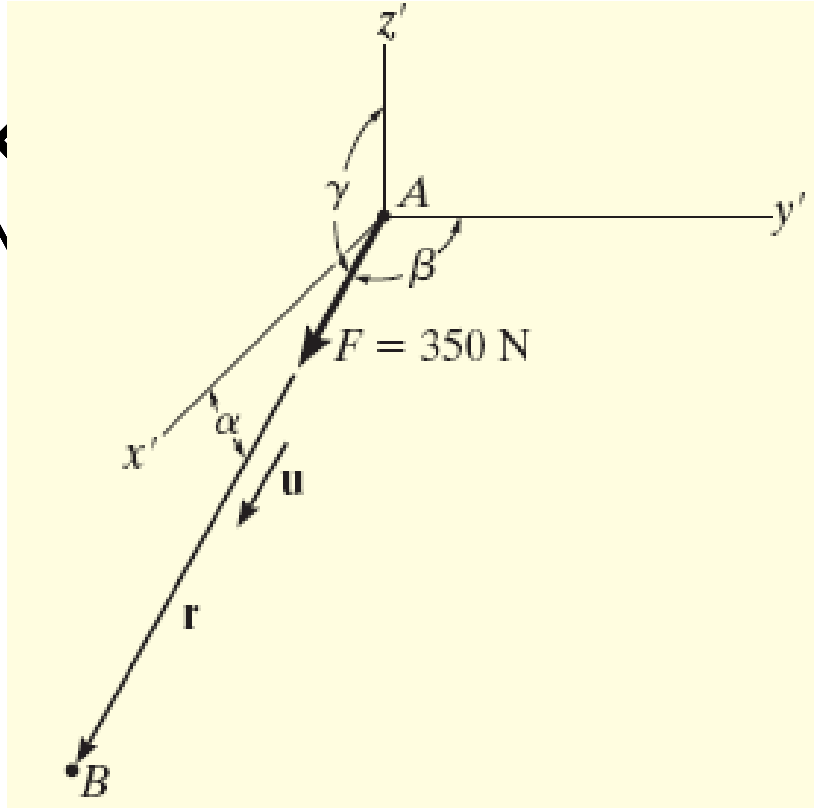
# Solución

La fuerza **F** tiene una magnitud de 350N, y la dirección especificada por **u**.

$\mathbf{F} = F\mathbf{u}$

$= 350\text{N}(3/7\mathbf{i} - 2/7\mathbf{j} - 6/7\mathbf{k}$

$= \{150\mathbf{i} - 100\mathbf{j} - 300\mathbf{k}\}$ N




$\alpha = \cos^{-1}(3/7) = 64.6°$

$\beta = \cos^{-1}(-2/7) = 107°$

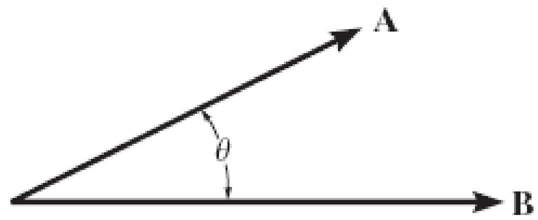
$\gamma = \cos^{-1}(-6/7) = 149°$

# 2.9 Producto escalar

- El producto escalar de los vectores **A** y **B** se escribe como **A·B**
- Define el producto entre las magnitudes de **A** y **B** y el coseno del ángulo que forman entre ellos.

  $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta \quad \text{where } 0° \leq \theta \leq 180°$

- Recibe el nombre de producto escalar porque resulta un escalar.



# 2.9 Producto escalar

- Leyes o propiedades que posee

1. Propiedad conmutativa

   $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$

2. Multiplicación por un escalar

   $a(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = (a\mathbf{A})\cdot\mathbf{B} = \mathbf{A}\cdot(a\mathbf{B}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})a$

3. Propiedad distributiva

   $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B} + \mathbf{D}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) + (\mathbf{A}\cdot\mathbf{D})$

# 2.9 Producto escalar

- Formulación cartesiana

  - Producto escalar de vectores cartesianos unitarios:

  $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = (1)(1)\cos 0° = 1$

  $\mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = (1)(1)\cos 90° = 0$

  - De manera similar:

  $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = 1 \quad \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = 1 \quad \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 1$

  $\mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = 0 \quad \mathbf{i}\cdot\mathbf{k} = 1 \quad \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = 1$

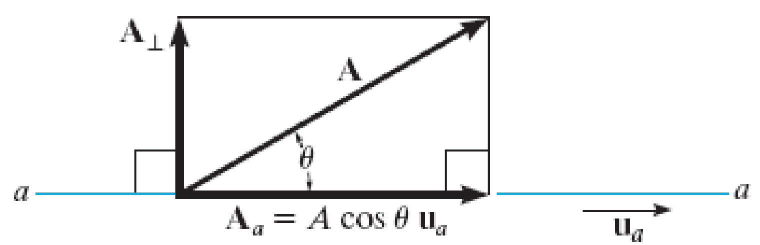
# 2.9 Producto escalar

- Formulación cartesiana
  - Producto de 2 vectores **A** y **B**

    $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$
- Aplicationes
  - *El ángulo formado entre dos vectores o dos líneas que se intersectan.*

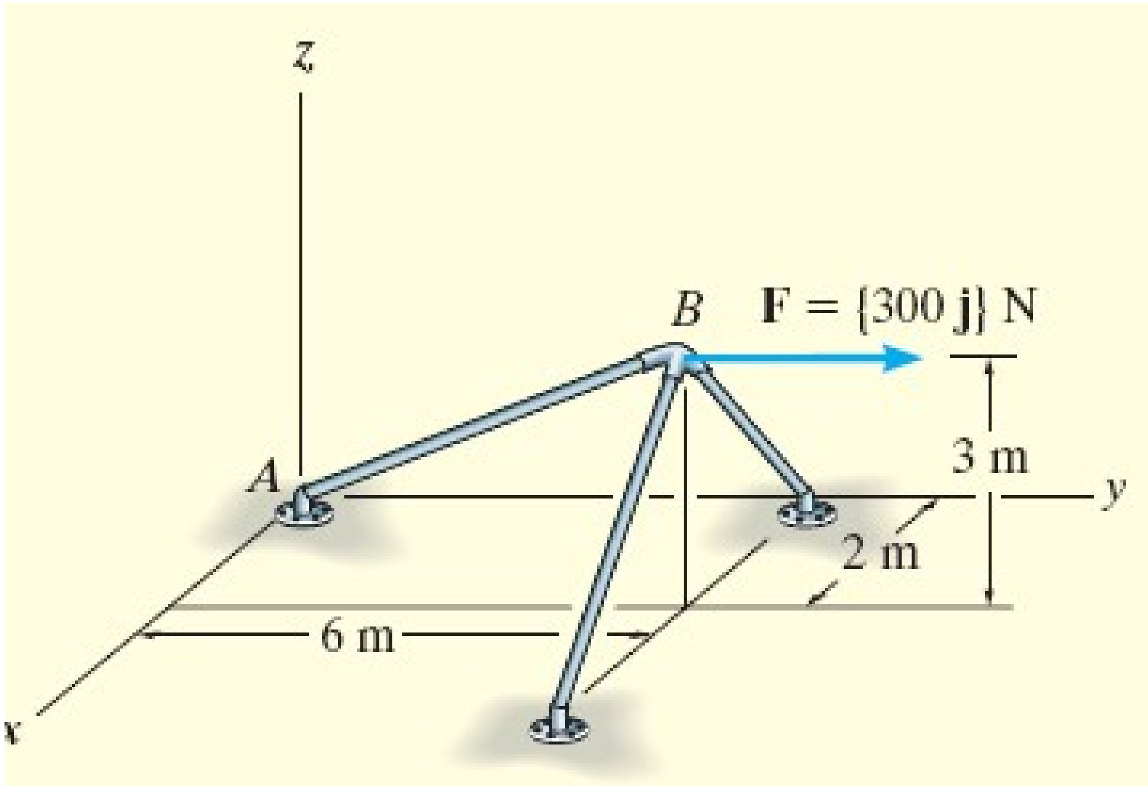
    $\theta = \cos^{-1} [(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})/(AB)]$ $0° \leq \theta \leq 180°$
  - *Las componentes de un vector paralelo y perpendicular a una línea.*

    $A_a = A \cos\theta = \mathbf{A}\cdot\mathbf{u}$



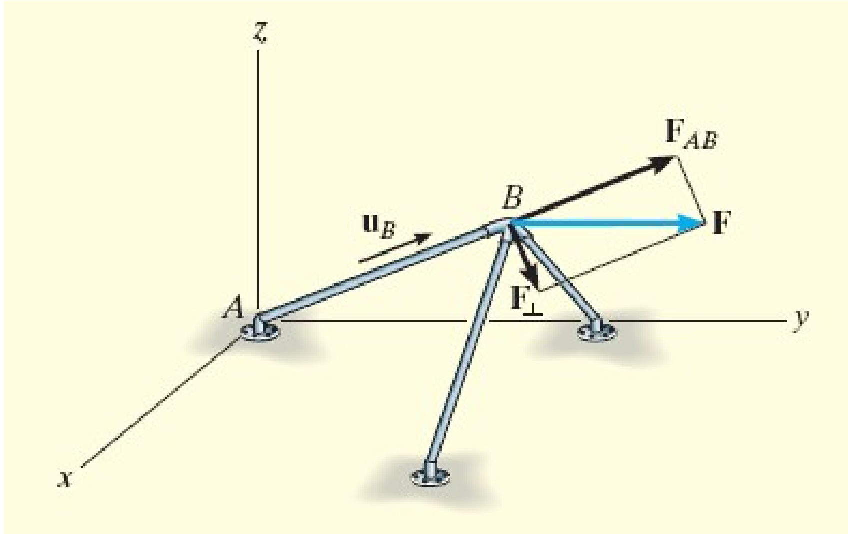
# Ejemplo

La estructura se somete a una fuerza horizontal **F** ={300**j**} N. Determine las componentes de esta fuerza paralela y perpendicular al miembro AB.



# Solución

Ya que




$\mathbf{u}_B = (\mathbf{2i} + \mathbf{6}j + \mathbf{3}k)/\mathrm{sqrt}(4+36+9)$

$= 0.286\mathbf{i} + 0.857\mathbf{j} + 0.429\mathbf{k}$

resulta

$|F_{AB}| = F \cos \Theta = \mathbf{F}.\mathbf{u}_B = 300\mathbf{j} \,.\, (0.286\mathbf{i} + 0.857\mathbf{j} + 0.429\mathbf{k})$

$= 257.1$ N

# Solución

Ya que el resultado es un escalar positivo, $\mathbf{F}_{AB}$ tiene el mismo sentido que $\mathbf{u}_B$. Expresado en forma cartesiana

$$\mathbf{F}_{AB} = |F_{AB}|\mathbf{u}_B = (73.5\ i + 220\ j + 110\ k)\ N$$

La componente perpendicular

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{F} - \mathbf{F}_{AB} = 300\ j - (73.5\ i + 220\ j + 110\ k) = -73.5\ i + 80\ j - 11($$

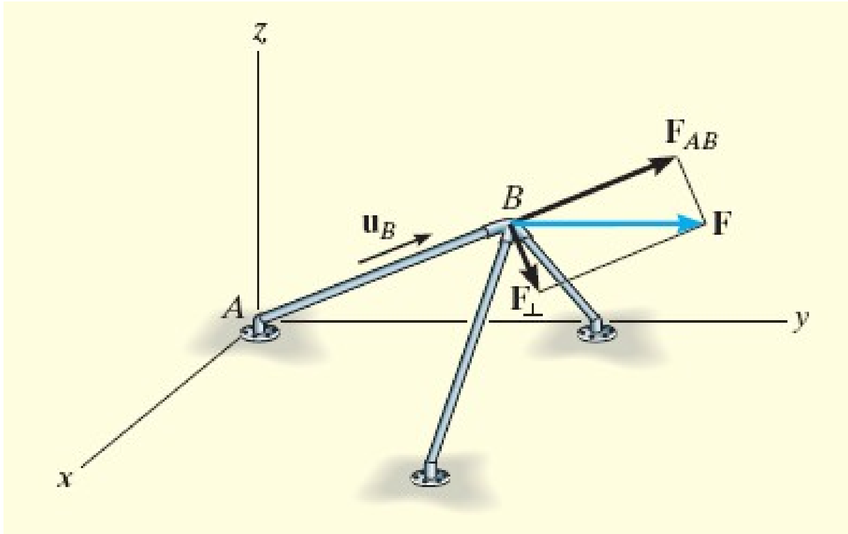
# Solución

La magnitud puede determinarse de $\mathbf{F}_{\perp}$ o usando el Teorema de Pitágoras,

$$|\vec{F}| = \sqrt{|\vec{F}|^2 - |\vec{F}_{AB}|^2}$$

$$\sqrt{(300\,N)^2 - (257.1\mathrm{N})^2}$$

$$155\,N$$



# QUIZ

1. ¿Cuál de las siguientes es una cantidad escalar?

   A) Fuerza B) Posición C) Masa D) Velocidad

2. Para la adición de vectores, se debe usar la ley de ______ .

   A) Newton (la Segunda)

   B) la aritmética

   C) Pascal

   D) el paralelogramo

# QUIZ

3. ¿Se puede resolver un vector 2-D a lo largo de dos direcciones que no forman 90°?

   A) Sí, pero no de manera única.

   B) No.

   C) Sí, de manera única.

4. ¿Se puede resolver un vector 2-D vector a lo largo de tres direcciones (por ej a 0, 60, y 120°)?

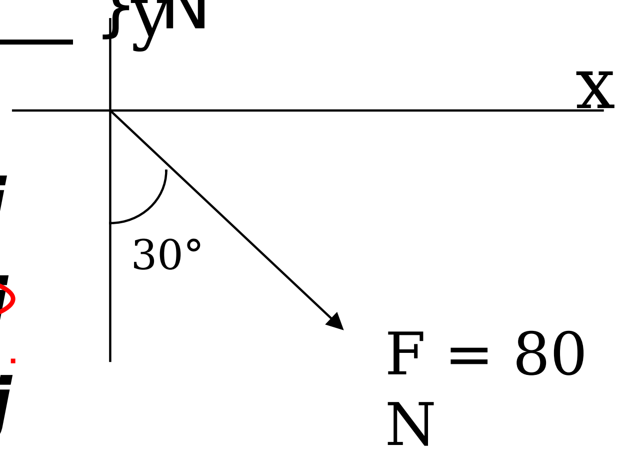
   A) Sí, pero no de manera única.

   B) No.

   C) Sí, de manera única.

# QUIZ

5. Resuelva ***F*** a lo largo de los ejes (x,y) y escríbala en forma vectorial. ***F*** = { ______________ } N




A) 80 cos (30°) ***i*** – 80 sin (30°) ***j***

B) 80 sin (30°) ***i*** + 80 cos (30°) ***j***

C) 80 sin (30°) ***i*** – 80 cos (30°) ***j***

D) 80 cos (30°) ***i*** + 80 sin (30°) ***j***

6. Determine la magnitud de la fuerza resultante ($\boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2}$) en N si $\boldsymbol{F_1}$={ 10***i*** + 20***j*** } N y $\boldsymbol{F_2}$={ 20***i*** + 20***j*** } N .

A) 30 N B) 40 N C) 50 N

D) 60 N E) 70 N

# QUIZ

7. El álgebra vectorial que usaremos está basada en un sistema de coordenadas orientado según ________.

A) La geometría Euclídea  B) La mano izquierda

C) La geometría griega  D) La mano derecha

E) La geometría egipcia

8. Los símbolos $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ designan ___________ de un vector 3-D cartesiano.

A) los vectores unitarios  B) los ángulos directores

C) las sociedades griegas  D) las componentes X,Y,Z

# QUIZ

9. ¿Qué es mentira sobre el vector unitario $\boldsymbol{u}_A$ **?**

   A) No tiene diemensiones.

   B) Su magnitud es uno.

   C) Apunta siempre en la dirección positiva del eje X.

   D) Apunta siempre en la dirección del vector $\boldsymbol{A}$.

10. Si $\boldsymbol{F} = \{10\,\boldsymbol{i} + 10\,\boldsymbol{j} + 10\,\boldsymbol{k}\}$ N y

    $\boldsymbol{G} = \{20\,\boldsymbol{i} + 20\,\boldsymbol{j} + 20\,\boldsymbol{k}\}$ N, entonces $\boldsymbol{F} + \boldsymbol{G} =$ { _____ } **N**

    A) $10\,\boldsymbol{i} + 10\,\boldsymbol{j} + 10\,\boldsymbol{k}$

    B) $30\,\boldsymbol{i} + 20\,\boldsymbol{j} + 30\,\boldsymbol{k}$

    C) $-10\,\boldsymbol{i} - 10\,\boldsymbol{j} - 10\,\boldsymbol{k}$

    D) $30\,\boldsymbol{i} + 30\,\boldsymbol{j} + 30\,\boldsymbol{k}$

# QUIZ

11. Un vector posición $\boldsymbol{r}_{PQ}$ se obtiene por

A) Las coordenadas de Q menos las coordinadas de P

B) Las coordenadas de P menos las coordinadas de Q

C) Las coordenadas de Q menos las coordenadas del origen

D) Las coordenadas del origen menos las coordenadas of P

12. Una fuerza de magnitud F, dirigida a lo largo de un vector unitario ***U***, vendrá dada por ***F*** = ______ .

A) F (***U***)

B) ***U*** / F

C) F / ***U***

D) F + ***U***

E) F – ***U***

# QUIZ

13. **P** y **Q** son dos puntos en un espacio 3-D. ¿Cómo están relacionados los vectores de posición $\boldsymbol{r}_{PQ}$ y $\boldsymbol{r}_{QP}$?

A) $\boldsymbol{r}_{PQ} = \boldsymbol{r}_{QP}$ B) $\boldsymbol{r}_{PQ} = -\boldsymbol{r}_{QP}$

C) $\boldsymbol{r}_{PQ} = 1/\boldsymbol{r}_{QP}$ D) $\boldsymbol{r}_{PQ} = 2\,\boldsymbol{r}_{QP}$

14. Si $\boldsymbol{F}$ y $\boldsymbol{r}$ son vectores de fuerza y posición respectivamente, en unidades SI, ¿cuáles son las unidades de la expresión $(r * (\boldsymbol{F} / F))$ ?

A) Newtons B) Adimensional

C) Metros D) Newtons - Meters

E) La expresión es algebráicamente errónea.

# QUIZ

15. Dos puntos en un espacio 3D tienen coordenadas P (1, 2, 3) y Q (4, 5, 6) metros. El vector posición $\boldsymbol{r}_{QP}$ es

A) $\{3\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} + 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

B) $\{-3\,\boldsymbol{i} - 3\,\boldsymbol{j} - 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

C) $\{5\,\boldsymbol{i} + 7\,\boldsymbol{j} + 9\,\boldsymbol{k}\}$ m

D) $\{-3\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} + 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

E) $\{4\,\boldsymbol{i} + 5\,\boldsymbol{j} + 6\,\boldsymbol{k}\}$ m

16. El vector fuerza ***F*** dirigido a lo largo de la línea PQ es

A) $(\boldsymbol{F}/F)\,\boldsymbol{r}_{PQ}$

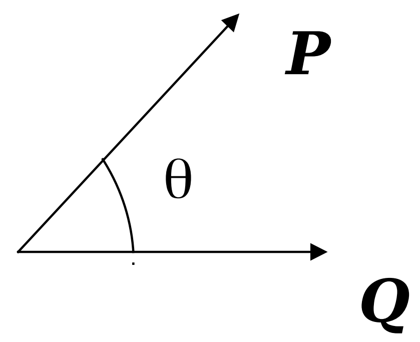
B) $\boldsymbol{r}_{PQ}/r_{PQ}$

C) $F(\boldsymbol{r}_{PQ}/r_{PQ})$

D) $F(r_{PQ}/\boldsymbol{r}_{PQ})$

# QUIZ

17. El producto escalar de dos vectores ***P*** y ***Q*** se define como




A) P Q cos θ  B) P Q sin θ

C) P Q tan θ  D) P Q sec θ

18. El producto escalar de dos vectores resulta una cantidad __________.

A) Escalar  B) Vectorial

C) Compleja  D) Cero

# QUIZ

19. Si un producto escalar de dos vectores no nulos es 0, entonces los dos vectores deben de ser ______________ .

A) Paralelos, apuntando en la misma dirección

B) Paralelos, apuntando en direcciones opuestas

C) Perpendiculares

D) No puede determinarse

20. Si un producto escalar de dos vectores no nulos es igual a -1, entonces los dos vectores deben de ser _________ .

A) Paralelos, apuntando en la misma dirección

B) Paralelos, apuntando en direcciones opuestas

C) Perpendiculares

D) No puede determinarse

# QUIZ

21. El producto escalar puede usarse para todo lo siguiente excepto para ____ .

A) la suma de dos vectores

B) el ángulo entre dos vectores

C) la componente de un vector paralela a una línea

D) la componente de un vector perpendicular a otra línea

22. Calcule el producto escalar entre los dos vectores ***P*** y ***Q***.

$\boldsymbol{P} = \{5\,\boldsymbol{i} + 2\,\boldsymbol{j} + 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

$\boldsymbol{Q} = \{-2\,\boldsymbol{i} + 5\,\boldsymbol{j} + 4\,\boldsymbol{k}\}$ m

A) -12 m

B) 12 m

C) 12 $m^2$

D) -12 $m^2$

E) 10 $m^2$