PRUEBA PUNTUABLE 1

-Cálculo-

MARZO 2017

APELLIDOS..**NOMBRE**........

1. Escribe la Serie de Maclaurin de $f(x) = e^{-x^2}$ usando la conocida serie de Maclaurin de e^x

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \Rightarrow \boxed{e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}}$$

2. Para qúe valores converge $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{3n+2}$

$$\lim_n \left| \frac{\frac{x^{3n+3}}{3n+5}}{\frac{x^{3n}}{3n+2}} \right| = \lim_n \left| \frac{x^{3n} \cdot x^3 \, (3n+2)}{x^{3n} \, (3n+5)} \right| =$$

$$= \lim_n \left| \frac{x^3 \, (3n+2)}{3n+5} \right| = |x|^3 < 1 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

Si $x = -1$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{3n}}{3n+2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+2}$ conv. (crit. de L.)

Si $x = 1$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n+2}$ div (serie armónica)

INT. de CONV. $[-1, 1)$

3. Calcula el orden n del polinomio de Maclaurin, $P_n(x)$, para que el error de aproximación mediante él a $\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$ sea menos que **una décima**

$f(x) = e^{-x}$

$f'(x) = -e^{-x}$

$f''(x) = e^{-x}$

$f'''(x) = -e^{-x}$

$\vdots$

$f^{n)}(x) = (-1)^n e^{-x}$

$-2/3 \quad 0 \quad 2/3$

$|x| < 2/3$

$$R_n(x) = \left| \frac{(-1)^{n+1} e^{-c}}{(n+1)!} x^{n+1} \right| < \frac{e^{-c}}{(n+1)!} \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} =$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \frac{e^{-c}}{(n+1)!} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \frac{1}{(n+1)!\, e^{c}} < \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \frac{1}{(n+1)!\, e^{-2/3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \frac{e^{2/3}}{(n+1)!} =$$

$$= \frac{(0{,}666)^{n+1} \cdot 1{,}947}{(n+1)!}$$

$n = 1 \to 0{,}4318$

$n = 2 \to 0{,}1917$

$n = 3 \to 0{,}0957 < 0{,}1$

Tiene que ser de orden 3 (al menos)