

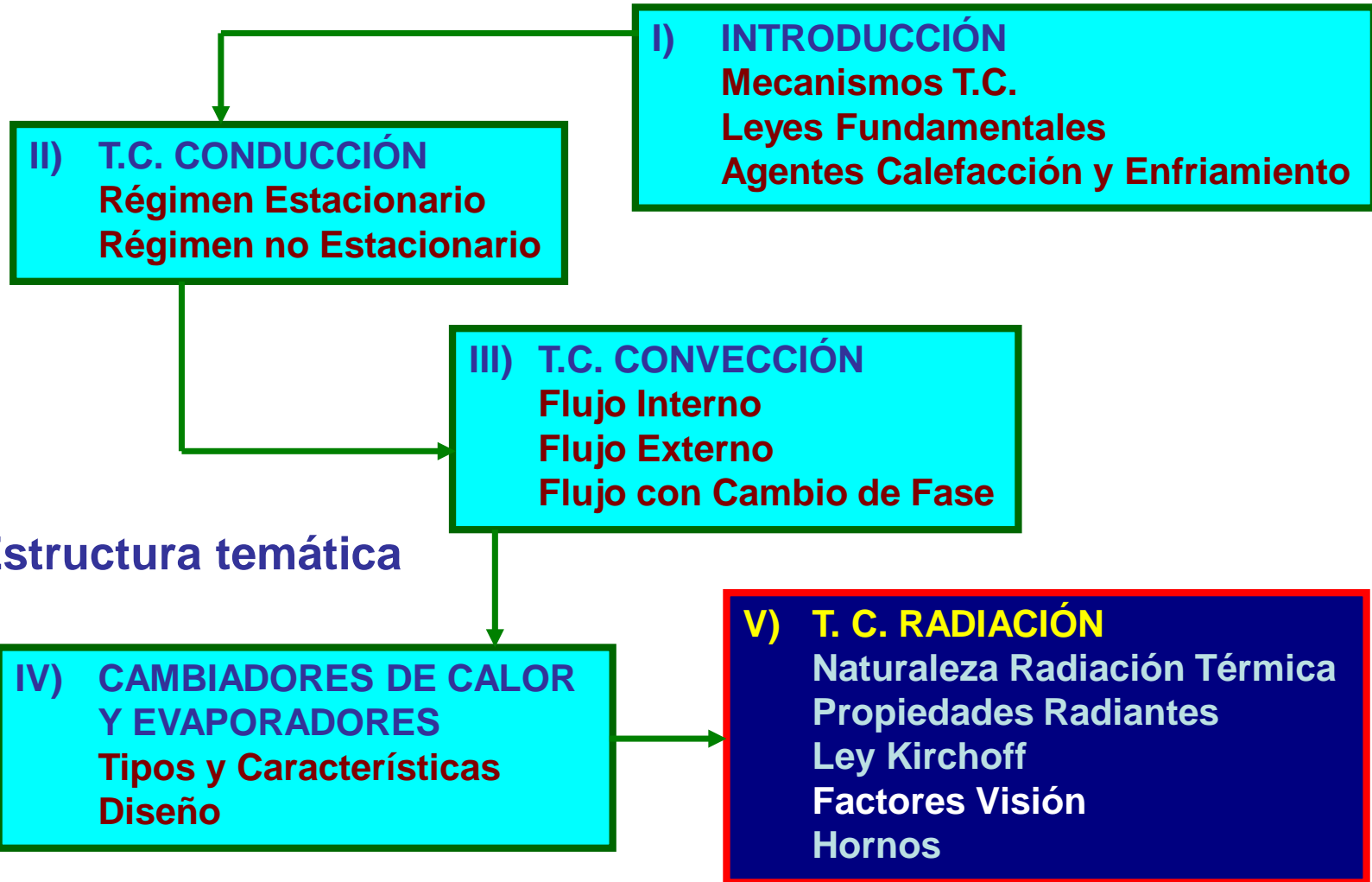
Ingeniería Térmica

Curso 2016/17

TEMA 10

TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN II

TEMA 9.- TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN II



Estructura temática

TEMA 9.- TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN II

OBJETIVOS

Objetivo general: Aprender a evaluar el flujo de calor que se transmite por radiación desde una superficie.

Objetivos específicos:

- **Concepto de factor de visión.**
- **Determinar el intercambio de radiación entre superficies negras y refractarias en un recinto.**
- **Determinar el intercambio de radiación entre superficies grises y refractarias en un recinto así como entre superficies y gases.**

TEMA 9.- TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN II

CONTENIDOS DEL TEMA

- 1) Introducción**
- 2) Factores de visión**
- 3) Sistemas cerrados de superficies negras y refractarias**
- 4) Sistemas cerrados de superficies grises y refractarias**
- 5) Intercambio de radiación entre superficies y gases**

INTRODUCCIÓN. INTERCAMBIO DE ENERGÍA RADIANTE

En Ingeniería Química es interesante el estudio del intercambio de calor por radiación entre dos o más superficies.

Este intercambio es $f(x)$ de la geometría y orientaciones de las superficies, así como de las propiedades radiantes y de la temperatura.

El estudio del intercambio de energía se lleva a cabo considerando un sistema cerrado, es decir una región del espacio en la que se encuentran una serie de superficies, que no intercambian calor con el exterior, es decir solamente hay intercambio entre las propias superficies.

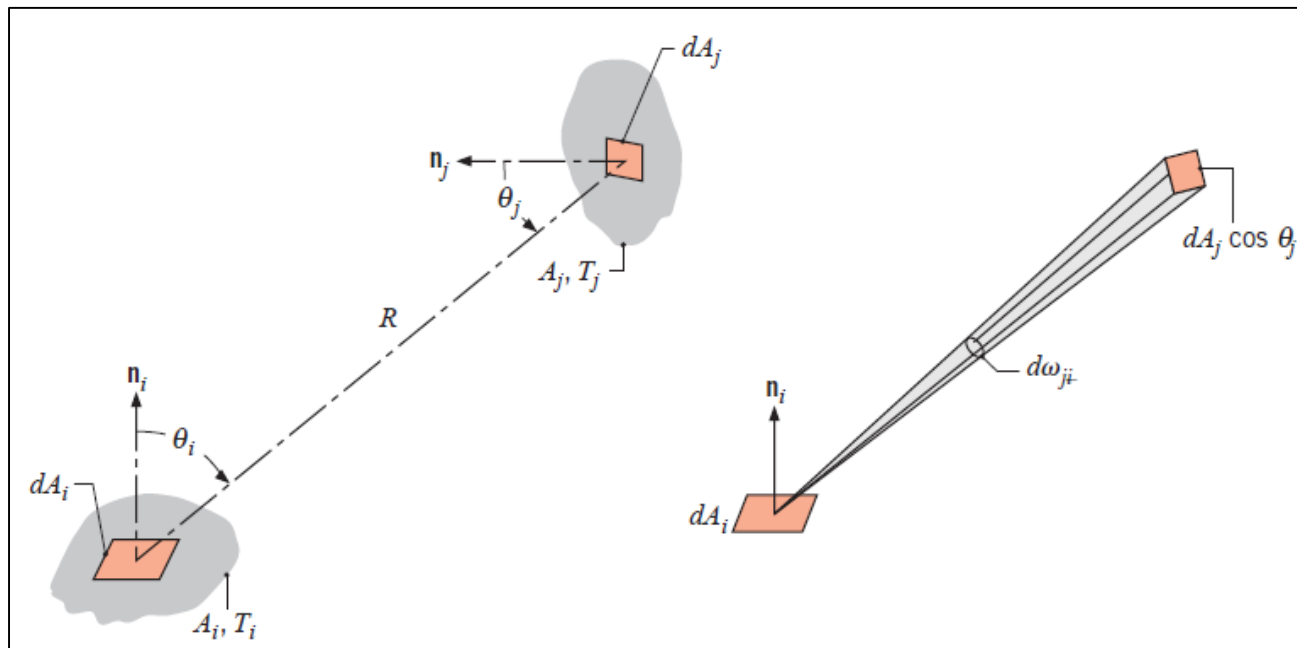


Factor de visión

FACTORES DE VISIÓN

F_{ij} → fracción del caudal de radiación que sale de la superficie i y que es interceptado por la superficie j

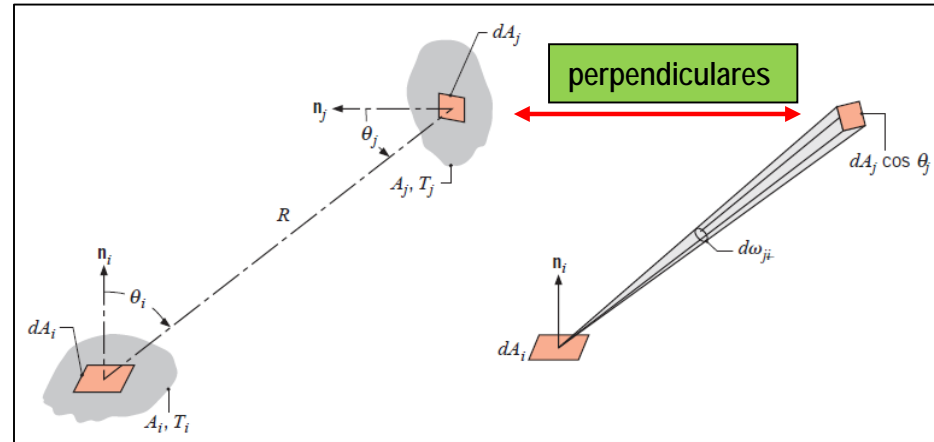
$$F_{ij} = \frac{Q_j^{(i)}}{Q_i^{(e)}}$$



FACTORES DE VISIÓN

1. Intensidad de radiación

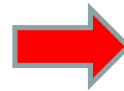
$$I_{\omega} = \frac{dQ}{dA_n d\omega} = \frac{dQ}{dA_1 \cdot \cos \theta_i \cdot d\omega}$$



2. Q que abandona dA_i y es interceptado por dA_j

$$dQ_{i \rightarrow j} = I_{e+r,i} \cdot \cos \theta_i \cdot dA_i \cdot d\omega_{j \rightarrow i}$$

$$d\omega_{j \rightarrow i} = \frac{dA_j \cdot \cos \theta_j}{R^2}$$



$$dQ_{i \rightarrow j} = I_{e+r,i} \cdot \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j$$

ω subtendido por dA_j visto desde dA_i

FACTORES DE VISIÓN

3. Radiación que emite y refleja i es difusa



$$J_i = \pi \cdot I_{e+r,i}$$

Radiosidad
(emitida + reflejada)

$$dQ_{i \rightarrow j} = J_i \cdot \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j$$

4. Integración para todo A_i y A_j

$$Q_{i \rightarrow j} = J_i \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j$$

FACTORES DE VISIÓN

5. Cálculo de F_{ij}

$$F_{ij} = \frac{Q_{i \rightarrow j}}{Q_i}$$

$$F_{ij} = \frac{J_i \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j}{J_i \cdot A_i}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j$$

6. Cálculo de F_{ji}

$$F_{ji} = \frac{1}{A_j} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j$$

Fracción de la radiación emitida por j que es interceptada por i

FACTORES DE VISIÓN. PROPIEDADES

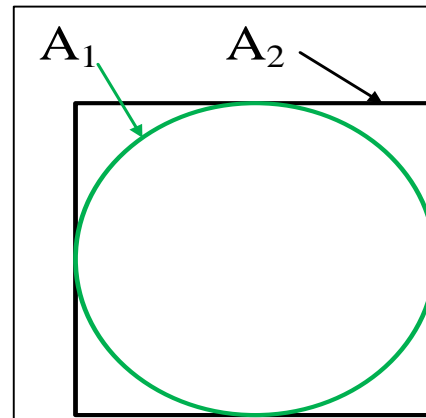
Principio de reciprocidad

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

Principio de conservación

$$F_{i1} + F_{i2} + \dots + F_{iN=1}$$
$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$$

INSPECCIÓN



$$F_{12} = 1$$

FACTORES DE VISIÓN. PROPIEDADES

Principio de no visibilidad

Si una superficie es cóncava, se "ve a sí misma"



$$F_{ii} \neq 0$$

Si una superficie es plana o convexa, no



$$F_{ii} = 0$$

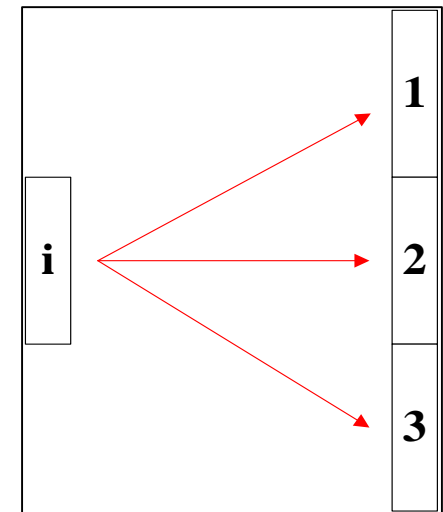
Principio de aditividad

$$A_i \cdot F_{i(1,2,3)} = A_i \cdot F_{i1} + A_i \cdot F_{i2} + A_i \cdot F_{i3}$$

$$F_{i(1,2,3)} = F_{i1} + F_{i2} + F_{i3}$$

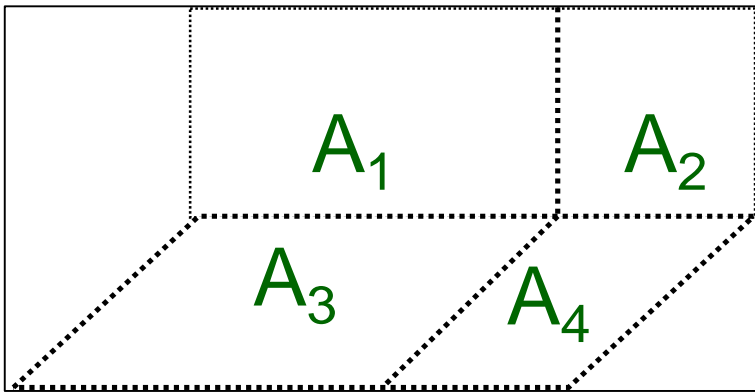
$$F_{(1,2,3)i} \neq F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}$$

$$A_{1,2,3} F_{(1,2,3)i} = \sum_{k=1}^3 A_k F_{ki}$$



FACTORES DE VISIÓN. PROPIEDADES

Principio de simetría

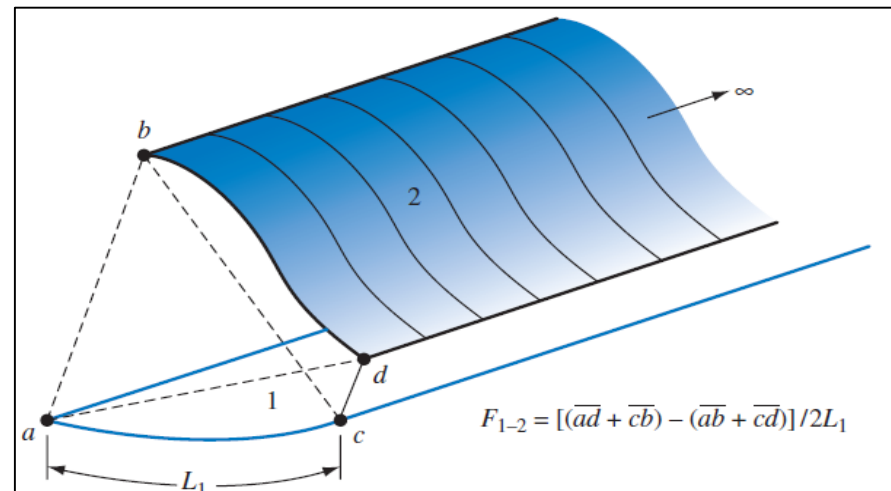


$$A_1 \cdot F_{14} = A_2 \cdot F_{23}$$

Principio de las cuerdas

$$F_{12} = \frac{1}{2 \cdot L_1} \cdot \left[(\overline{ad} + \overline{cb}) - (\overline{ac} + \overline{bd}) \right]$$

Superficie bidimensional, infinitamente larga en una dirección, y con secciones transversales idénticas normales a la dirección infinita



SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS

- Sistema formado por dos SUPERFICIES NEGRAS i Y j
- Solo intercambio de calor entre las superficies, no con el exterior
- El medio no absorbe ni emite

Caudal que abandona i y es interceptado por j

$$Q_{i \rightarrow j} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{b_i} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot T_i^4$$

Caudal que abandona j y es interceptado por i

$$Q_{j \rightarrow i} = A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{b_j} = A_j \cdot F_{ji} \cdot \sigma \cdot T_j^4$$

$$Q_{i,j_{neto}} = Q_{i \rightarrow j} - Q_{j \rightarrow i} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot T_i^4 - A_j \cdot F_{ji} \cdot \sigma \cdot T_j^4$$

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

$$Q_{i,j_{neto}} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS

N SUPERFICIES NEGRAS de T conocida

Caudal neto que abandona cada superficie

$$Q_i = A_i \cdot \sigma \cdot T_i^4 - \sum_{j=i}^N A_j \cdot F_{ji} \cdot \sigma \cdot T_j^4$$

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$
$$\sum_j F_{ij} = 1$$

$$Q_{i_{neto}} = \sum_{j=i}^N A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)$$

$$Q_{i_{neto}} = \frac{\text{Fuerza impulsora}}{\text{Resistencia}} = \sum_{j=i}^N \frac{E_i - E_j}{\frac{1}{A_i F_{ij}}} = \sum_{j=i}^N \frac{\sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)}{\frac{1}{A_i F_{ij}}}$$

Sistema de N ecuaciones con N incógnitas ($Q_{i, neto}$)

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS

N SUPERFICIES NEGRAS, una de ellas con T desconocida y Q_{neto} conocido

$$Q_k = A_k \cdot \sigma \cdot T_k^4 - \sum_{\substack{j=i \\ j \neq k}}^N A_k \cdot F_{jk} \cdot \sigma \cdot T_j^4 - A_k \cdot F_{kk} \cdot \sigma \cdot T_k^4$$

$$T_k = \left[\frac{\sum_{j \neq k}^N A_k \cdot F_{kj} \cdot \sigma \cdot T_j^4 + Q_k}{\sigma \cdot (1 - F_{kk}) \cdot A_k} \right]^{1/4}$$

Sistema de N ecuaciones con N incógnitas (Q_{i,neto} + T_k)

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS Y REFRACTARIAS

Superficies refractarias

- No absorben nada de la radiación, la reflejan toda ($r = 1$)
- En estacionario \rightarrow emiten y reflejan a = velocidad \rightarrow **ADIABÁTICAS**
- Superficies negras con caudal neto 0

Resolución del sistema de N superficies negras y R refractarias

- N + R ecuaciones con N + R incógnitas
- De las N superficies negras se conoce la temperatura
- De las R superficies refractarias se conoce su $Q_{\text{neto}} (=0)$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS Y REFRACTARIAS

Factores refractarios

$$\overline{F}_{ij} = \frac{\text{Caudal directo de } i \text{ a } j + \text{caudal de } i \text{ a } j \text{ a través de superficies refractarias}}{\text{Caudal emitido por } i}$$
$$\overline{F}_{ij} = \frac{Q_{i \rightarrow j} + Q_{i \rightarrow R \rightarrow j}}{Q_i^{(e)}}$$

Principio de reciprocidad

$$A_i \cdot \overline{F}_{ij} = A_j \cdot \overline{F}_{ji}$$

Principio de conservación

$$\sum_{j=1}^N \overline{F}_{ij} = 1$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS Y REFRACTARIAS

Factores refractarios

Directo i a j

Emite i

Llega a k

Emite k y llega a j

$$\bar{F}_{ij} = \frac{A_i F_{ij} \sigma T_i^4 + A_i \sigma T_i^4 \sum_{N+1}^{N+R} F_{ik} \frac{A_k F_{kj} \sigma T_k^4}{A_k (1 - F_{kk}) \sigma T_k^4}}{A_i \sigma T_i^4}$$

$$\bar{F}_{ij} = F_{ij} + \sum_{N+1}^{N+R} F_{ik} \frac{F_{kj}}{(1 - F_{kk})}$$

- 1 → N superficies negras
- N + 1 → R superficies refractarias

$$\bar{F}_{12} = F_{12} + \frac{1}{\frac{1}{F_{1R}} + \frac{A_1}{A_2} \frac{1}{F_{2R}}} = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2A_1 F_{12}}$$

- 1 y 2 → Superficies negra
- R → Superficie refractaria

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES NEGRAS Y REFRACTARIAS

Factores refractarios

Caudal neto que abandona cada superficie i

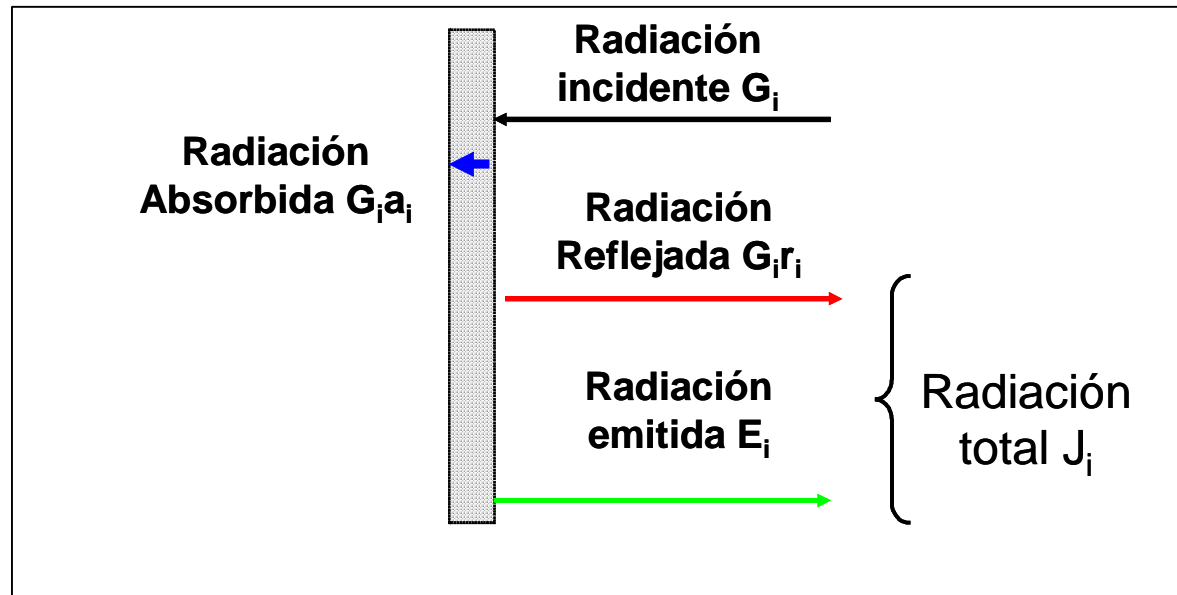
Reciprocidad
Conservación



$$Q_{i_{neto}} = A_i \cdot \sigma \cdot T_i^4 - \sum_{j=i}^N A_j \cdot \bar{F}_{ji} \cdot \sigma \cdot T_j^4$$

$$Q_{i_{neto}} = \sum_{j=i}^N A_i \cdot \bar{F}_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES GRISES Y REFRACTARIAS



Flujo neto irradiado por una superficie gris i

$$J_i = E_i + G_i \cdot r_i$$
$$G_i = \frac{J_i - E_i}{r_i}$$

$$q_{i_{neto}} = (J_i - G_i) = J_i - \frac{J_i - E_i}{r_i} = \frac{(r_i - 1) \cdot J_i + E_i}{r_i}$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES GRISES Y REFRACTARIAS

Flujo neto irradiado por una superficie gris i

$$q_{i_{neto}} = (J_i - G_i) = J_i - \frac{J_i - E_i}{r_i} = \frac{(r_i - 1) \cdot J_i + E_i}{r_i}$$

Si la superficie es gris y opaca

$\varepsilon = a$ (emisividad = absorbanca)

$t = 0$ (transmitancia)

$r = 1 - \varepsilon$ (reflectancia)

$$q_{i_{neto}} = \frac{-\varepsilon_i \cdot J_i + E_i}{1 - \varepsilon_i} = \frac{\varepsilon_i \cdot E_{b_i} - \varepsilon_i \cdot J_i}{1 - \varepsilon_i}$$

$$q_{i_{neto}} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} \cdot [E_{b_i} - J_i]$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES GRISES Y REFRACTARIAS

N SUPERFICIES GRISES

La radiación que incide sobre i procede de las restantes superficies grises

$$G_i \cdot A_i = J_1 \cdot A_1 \cdot F_{1i} + J_2 \cdot A_2 \cdot F_{2i} + \dots + J_N \cdot A_N \cdot F_{Ni}$$

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

$$G_i = \sum_{j=1}^N J_j \cdot F_{ij}$$

$$q_{i,neto} = (J_i - G_i) = J_i - \sum_{j=1}^N J_j \cdot F_{ij}$$

Para cada superficie $i \rightarrow 2N$ ecuaciones

$$q_{i,neto} = (J_i - G_i) = J_i - \sum_{j=1}^N J_j \cdot F_{ij} = \frac{\epsilon_i}{1 - \epsilon_i} \cdot [E_{b_i} - J_i]$$

$$\begin{aligned} N &\rightarrow q_{i,neto} \\ N &\rightarrow J_i \end{aligned}$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES GRISES Y REFRACTARIAS

N SUPERFICIES GRISES

$$\frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \cdot [E_{b_1} - J_1] = J_1 - J_1 \cdot F_{11} - J_2 \cdot F_{12} - J_3 \cdot F_{13} - \dots - J_N \cdot F_{1N}$$

$$\frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \cdot [E_{b_2} - J_2] = J_2 - J_1 \cdot F_{21} - J_2 \cdot F_{22} - J_3 \cdot F_{23} - \dots - J_N \cdot F_{2N}$$

$$\frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \cdot [E_{b_3} - J_3] = J_3 - J_1 \cdot F_{31} - J_2 \cdot F_{32} - J_3 \cdot F_{33} - \dots - J_N \cdot F_{3N}$$

...

$$\frac{\varepsilon_N}{1 - \varepsilon_N} \cdot [E_{b_N} - J_N] = J_N - J_1 \cdot F_{N1} - J_2 \cdot F_{N2} - J_3 \cdot F_{N3} - \dots - J_N \cdot F_{NN}$$

SISTEMAS CERRADOS DE SUPERFICIES GRISES Y REFRACTARIAS

N SUPERFICIES GRISES

$$\begin{aligned}(1 - F_{11} + \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1}) \cdot J_1 - F_{12} \cdot J_2 - F_{13} \cdot J_3 - \dots - F_{1N} \cdot J_N &= \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1} \cdot E_{b_1} \\ -F_{21} \cdot J_1 + (1 - F_{22} + \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2}) \cdot J_2 - F_{23} \cdot J_3 - \dots - F_{2N} \cdot J_N &= \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} \cdot E_{b_2} \\ -F_{31} \cdot J_1 - F_{32} \cdot J_2 + (1 - F_{33} + \frac{\epsilon_3}{1 - \epsilon_3}) \cdot J_3 - \dots - F_{3N} \cdot J_N &= \frac{\epsilon_3}{1 - \epsilon_3} \cdot E_{b_3} \\ \dots & \\ -F_{N1} \cdot J_1 - F_{N2} \cdot J_2 - F_{N3} \cdot J_3 + \dots (1 - F_{NN} + \frac{\epsilon_N}{1 - \epsilon_N}) \cdot J_N &= \frac{\epsilon_N}{1 - \epsilon_N} \cdot E_{b_N}\end{aligned}$$

Inversión de matrices

$$A \cdot J = C \qquad J = A^{-1} C$$

INTERCAMBIO DE RADIACIÓN ENTRE SUPERFICIES Y GASES

Disminución de I al atravesar un gas no transparente a la radiación

$$I_{\lambda} = I_{\lambda_0} \cdot \exp(-\beta \cdot c_m \cdot x)$$

Intercambio de radiación gas - superficie negra que rodea al gas

$$Q_G = \varepsilon_G \cdot A_S \cdot E_G = \varepsilon_G \cdot A_S \cdot \sigma \cdot T_G^4$$



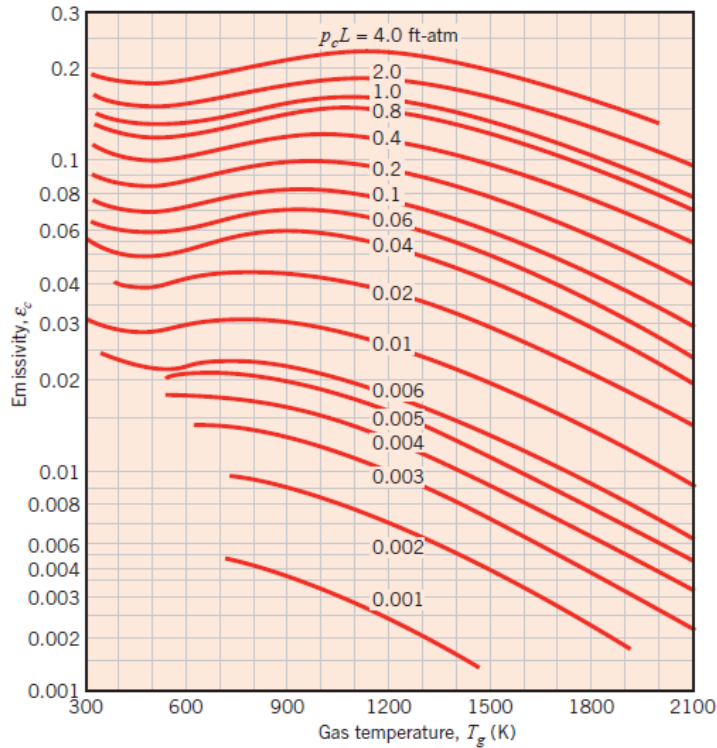
Caudal emitido por el gas

Caudal de calor intercambiado

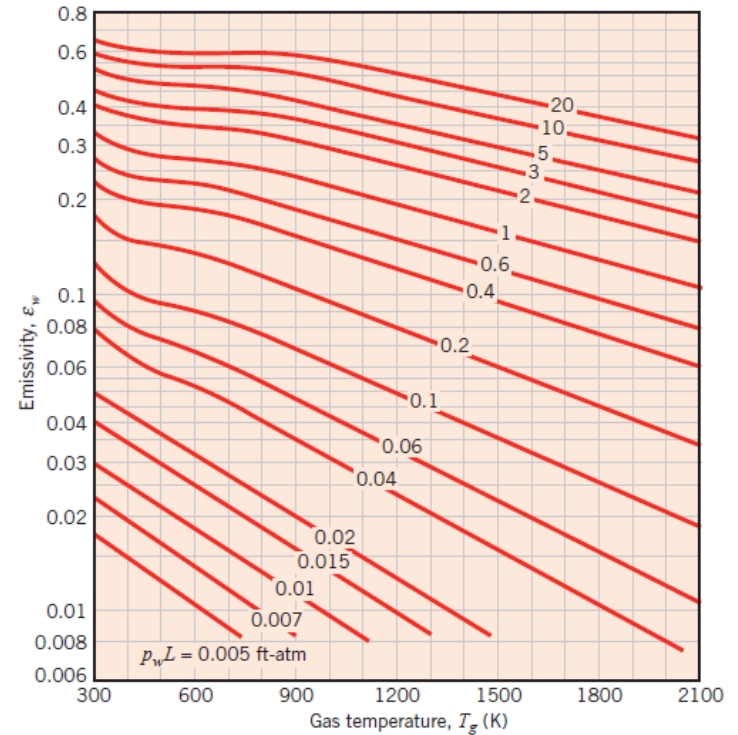
$$Q_{G \rightarrow S} = \varepsilon_G \cdot A_S \cdot \sigma \cdot T_G^4 - a_{G_{TS}} \cdot A_S \cdot \sigma \cdot T_S^4 = A_S \cdot \sigma \cdot \left[\varepsilon_G \cdot T_G^4 - a_{G_{TS}} \cdot T_S^4 \right]$$

INTERCAMBIO DE RADIACIÓN ENTRE SUPERFICIES Y GASES

Propiedades radiantes de los gases → emisividad (Incropera, 7^o edición)



CO_2 a 1 atm



H_2O a 1 atm

INTERCAMBIO DE RADIACIÓN ENTRE SUPERFICIES Y GASES

Propiedades radiantes de los gases → absorbanca

$$a_{H_2O} = \varepsilon_{H_2O} \left(\frac{T_G}{T_S} \right)^{0,45} \quad a_{CO_2} = \varepsilon_{CO_2} \left(\frac{T_G}{T_S} \right)^{0,65}$$

TEMA 9.- TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN II

Bibliografía

1. Incropera, F.P. y DeWitt, D.P. Fundamentos de Transferencia de calor. Ed. Prentice Hall. (1999), 4ª edición.
2. Kreith, F., Bohn, M.S. Principios de transferencia de calor. Ed. Thomson Paraninfo, S.A. (2002). 6ª Edición.
3. Costa, E y Col. Ingeniería Química 4. Transmisión de calor, Ed. Alhambra, (1986).

