

Capítulo 3: Descripción y representación de los sistemas continuos

carlos.platero@unpm.es (C. 305)

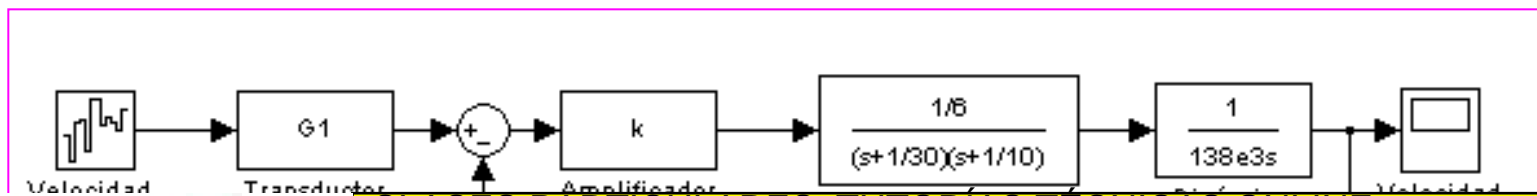
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Descripción y representación de los sistemas continuos

- ▶ Sistema: división en subsistemas o bloques
 - ▶ FDT & diagrama a bloques
- ▶ Objetivos del capítulo
 - ▶ Linealización del sistema
 - ▶ FDT
 - ▶ Diagramas a bloques
 - ▶ Sistemas realimentados
 - ▶ Álgebra de bloques



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

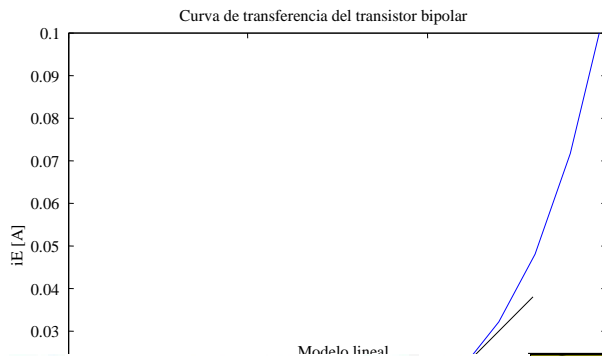
Linealización

► Monovariable

$$f(x) = [f(x)]_0 + \left[\frac{df(x)}{dx} \right]_0 (x - x_0) + \frac{1}{2!} \left[\frac{d^2f(x)}{dx^2} \right]_0 (x - x_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n f(x)}{dx^n} \right]_0 (x - x_0)^n + \dots$$

$$f(x) \cong [f(x)]_0 + \left[\frac{df(x)}{dx} \right]_0 (x - x_0) \qquad \Delta y = \left[\frac{df(x)}{dx} \right]_0 \Delta x$$

► Ejemplo



$$i_E = i_E(u_{BE}) \Rightarrow i_E = I_S e^{\frac{u_{BE}}{V_T}}$$

$$i_E = \left[I_S e^{\frac{u_{BE}}{V_T}} \right]_{u_{BE}=V_{BE}} + \left[\frac{I_S e^{\frac{u_{BE}}{V_T}}}{V_T} \right]_{u_{BE}=V_{BE}} (u_{BE} - V_{BE}) \qquad i_E = I_E + \frac{I_E}{V_T} (u_{BE} - V_{BE})$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Linealización de sistemas dinámicos

► Modelo basado en ecuaciones diferenciales:

$$F(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dots, x_n, \dot{x}_n, \ddot{x}_n, \dots) = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial F}{\partial y} \right]_0 \Delta y + \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right]_0 \Delta \dot{y} + \left[\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}} \right]_0 \Delta \ddot{y} + \dots + \left[\frac{\partial F}{\partial x_1} \right]_0 \Delta x_1 + \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_1} \right]_0 \Delta \dot{x}_1 + \left[\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}_1} \right]_0 \Delta \ddot{x}_1 + \dots + \\ & + \left[\frac{\partial F}{\partial x_n} \right]_0 \Delta x_n + \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_n} \right]_0 \Delta \dot{x}_n + \left[\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}_n} \right]_0 \Delta \ddot{x}_n + \dots = 0 \end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 3.2

Linealizar la expresión: $y = 3x^2 + 4x\dot{x} + \text{sen}(x) + 2$
entorno al punto de reposo $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

$$\Delta y = 3\pi \cdot \Delta x + 2\pi \cdot \Delta \dot{x}$$

Cartagena99

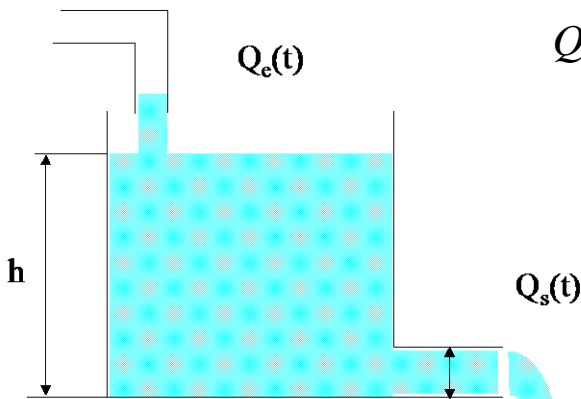
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio 3.3

Obtener el modelo dinámico del nivel del agua y linealizarlo en torno a un punto de reposo. Considere que el caudal de entrada, Q_e , en equilibrio es de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ y la sección de salida, A , es de 1 m^2 , mientras la base de depósito, B , es de 1 m^2 . Analizar las discrepancias entre el modelo no lineal y lineal en el régimen permanente, si el caudal de entrada, en primer lugar, evoluciona a $1.1 \text{ m}^3/\text{s}$ y luego pasa a $2 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\left. \begin{aligned} Q_e(t) - Q_s(t) &= B \frac{dh}{dt} \\ Q_s(t) &= c \cdot v_s \cdot A = c \cdot \sqrt{2gh} \cdot A \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_e(t) - c \cdot \sqrt{2gh} \cdot A - B\dot{h} = 0$$



$$\Delta Q_e(t) - \left[c \cdot \sqrt{2g} \frac{1}{2\sqrt{h}} \cdot A \right]_0 \Delta h - B\Delta\dot{h} = 0$$

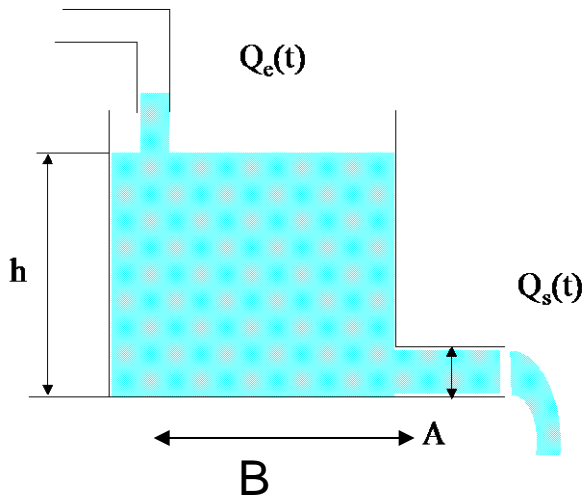
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicio 3.3

- ▶ La validez depende del tamaño del incremento alrededor del punto de reposo



Modelo no lineal estacionario:

$$Q_{e,0} = 1 \frac{m^3}{s} \rightarrow h_0 = \frac{Q_{e,0}^2}{A^2 \cdot 2g} = 0.05m$$

$$Q_{e,1} = 1.1 \frac{m^3}{s} \rightarrow h_1 = \frac{Q_{e,1}^2}{A^2 \cdot 2g} = 0.0605m$$

$$Q_{e,2} = 2 \frac{m^3}{s} \rightarrow h_2 = \frac{Q_{e,2}^2}{A^2 \cdot 2g} = 0.2m$$

Si el incremento es de 0.1 ó 1 m³/s, los resultados del modelos incremental son:

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta Q_{e,1}}{10} = 0.01 \Rightarrow h_1 \cong h_0 + \Delta h_1$$

$$\Delta h_2 = \frac{\Delta Q_{e,2}}{10} = 0.1 \Rightarrow h_2 \cong h_0 + \Delta h_2$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Final de enero 2017

Sea la dinámica del sistema:

$$\dot{y}(t) + x(t)y(t) + y(t) = x^2(t) + 2$$

1. Obtener el punto de equilibrio sabiendo que $x_0=3$.
2. Calcular el modelo lineal incremental $\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)}$ para el punto de reposo calculado en el anterior apartado.
3. Si la entrada $x(t)$ pasa bruscamente de 3 a 3.2, determinar la evolución temporal de la salida analíticamente y gráficamente utilizando el modelo lineal.
4. Comparar la salida del régimen permanente entre el resultado del modelo lineal y del modelo no lineal.
5. Hacer lo mismo que en el apartado 3 y 4, si la entrada $x(t)$ pasa bruscamente de 3 a 5. Comparar estos resultados con los del apartado 3 y 4. Obtener conclusiones.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Final de enero 2017

▶ Obtener el punto de equilibrio sabiendo que $x_0=3$.

$$y_0 = \frac{x_0^2 + 2}{1 + x_0} = 2.75$$

Calcular el modelo lineal incremental $\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)}$ para el punto de reposo calculado en el anterior apartado.

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{13/4}{s + 4}$$

Si la entrada $x(t)$ pasa bruscamente de 3 a 3.2, determinar la evolución temporal de la salida analíticamente y gráficamente utilizando el modelo lineal.

$$\Delta y(t) = 0.16(1 - e^{-4t})$$

Comparar la salida del régimen permanente entre el resultado del modelo lineal y del modelo no lineal.

Lineal: $y(\infty) = 2.75 + 0.16 = 2.91$

No lineal: $y(\infty) = \frac{3.2^2 + 2}{1 + 3.2} = 2.91$

Hacer lo mismo que en el apartado 3 y 4, si la entrada $x(t)$ pasa bruscamente de 3 a 5. Comparar



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Función de transferencia (LTI-SISO)

► Lineal & No Lineal (proceso de linealización)

$$\text{Modelo lineal : } \sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i}{dt^i} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j}{dt^j} x(t)$$

$$\text{Modelo incremental : } \sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i}{dt^i} \Delta y(t) = \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j}{dt^j} \Delta x(t)$$

► Aplicando transformadas de Laplace

$$\text{Modelo lineal : } \sum_{i=0}^n a_i s^i Y(s) = \sum_{j=0}^m b_j s^j X(s)$$

$$\text{Modelo lineal : } \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i}$$

$$\text{Modelo incremental : } \sum_{i=0}^n a_i s^i \Delta Y(s) = \sum_{j=0}^m b_j s^j \Delta X(s)$$

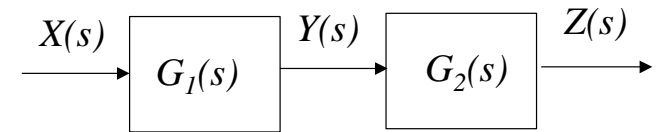
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

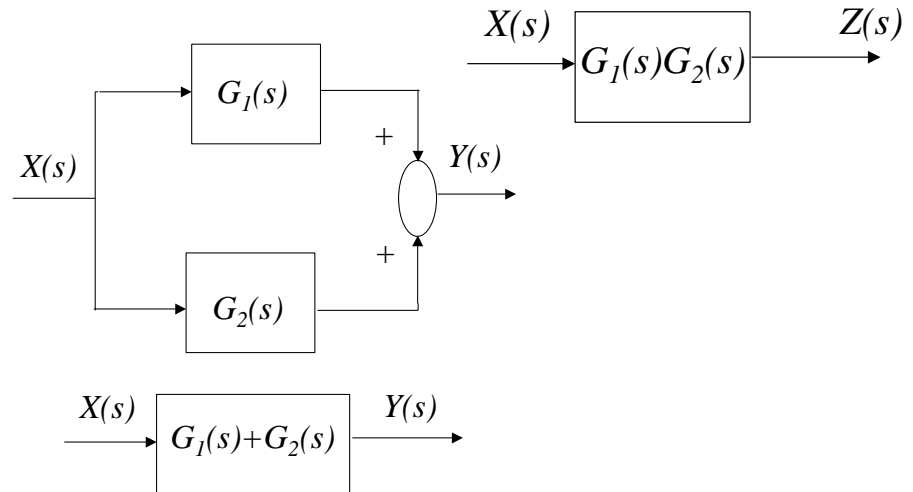
Diagramas de bloques

► Serie



$$Y(s) = G_1(s)X(s) \quad Z(s) = G_2(s)Y(s) \Rightarrow Z(s) = G_1(s)G_2(s)X(s)$$

► Paralelo

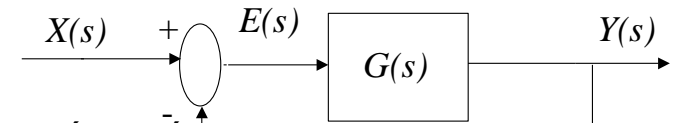


$$Y(s) = G_1(s)X(s) + G_2(s)X(s)$$

$$Y(s) = (G_1(s) + G_2(s))X(s)$$

► Realimentado

$$Y(s) = E(s)G(s)$$

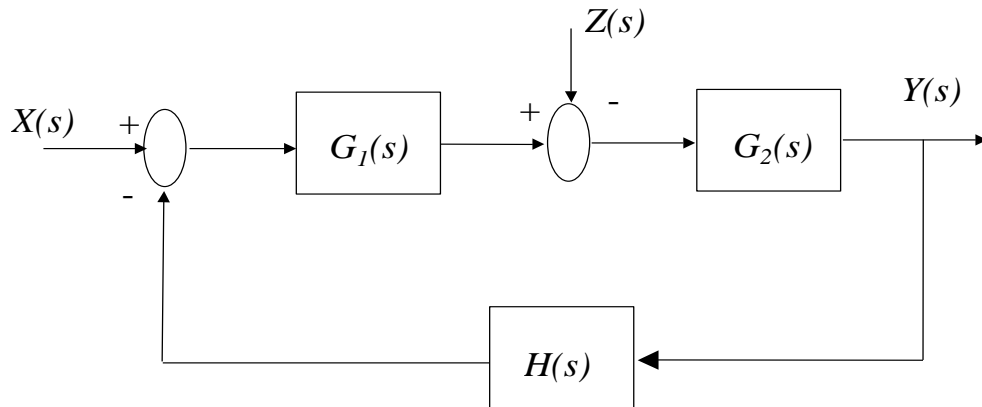


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Sistemas realimentados lineales



$$Y(s) = M_1(s)X(s) + M_2(s)Z(s)$$

(por teorema de superposición)

$$M_1(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)} \quad M_2(s) = \frac{-G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)}$$

- Condición de diseño: $|G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)| \gg 1$

$$M_1(s) \cong \frac{1}{H(s)} \quad M_2(s) \cong \frac{-1}{G_1(s) \cdot H(s)}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Problema 2

El esquema de la figura representa un sistema de control continuo sobre un depósito de agua. La altura es medida por un transductor resistivo, de forma que la tarjeta de acondicionamiento de la señal, da una tensión proporcional a la altura:

$$u_{AC}(t) = k_1 h(t)$$

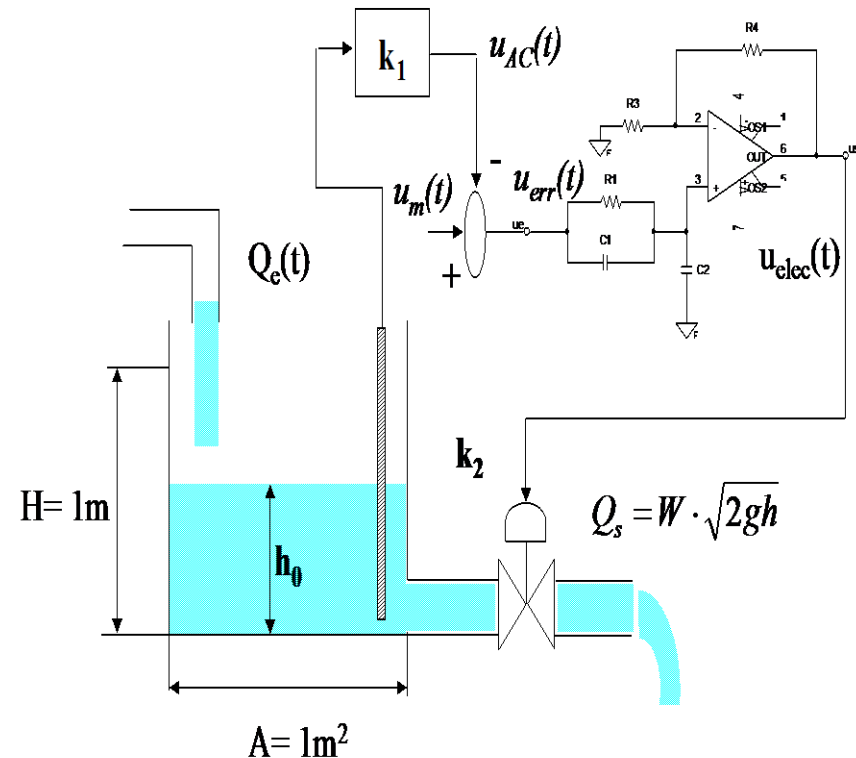
siendo k_1 la ganancia, de valor 10 [V/m]. Esta señal es comparada con la señal de mando, $u_m(t)$, generando la señal de error, la cual ataca al regulador PI analógico, cuya ganancia de tensión está dada por la siguiente ecuación diferencial:

$$u_{elec}(t) + 3 \frac{du_{elec}(t)}{dt} = 2 \left(u_{err}(t) + \frac{du_{err}(t)}{dt} \right)$$

El compensador ataca a la electroválvula de sección variable. La sección de paso, W , es proporcional a la tensión de salida del regulador con una ganancia k_2 , de valor 0.01 [m²/V]. Se pide:

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que determinen la dinámica del sistema.

Linearizar el modelo respecto al punto de equilibrio $u_m = 0$, $u_{err} = 0$, $u_{elec} = 0$, $h = 0$. Cuánto vale



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Problema depósito

El conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que definen la dinámica del sistemas:

$$u_{AC}(t) = k_1 h(t) = 10h(t)$$

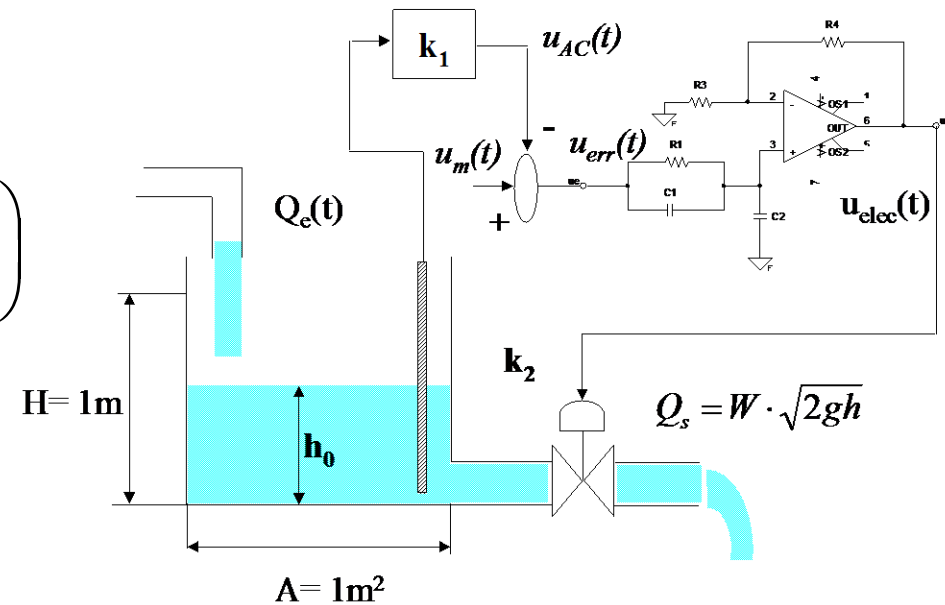
$$u_{err}(t) = u_m(t) - u_{AC}(t)$$

$$u_{elec}(t) + 3\dot{u}_{elec}(t) = 2\left(u_{err}(t) + \dot{u}_{err}(t)\right)$$

$$W = k_2 \cdot u_{elec}(t) = 0.01u_{elec}(t)$$

$$Q_e - Q_s = A \cdot \dot{h}$$

$$Q_s = W \cdot \sqrt{2gh}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Problema depósito

El modelo es no lineal; linealizando a partir de la señal de mando y el nivel del depósito se tendrá un modelo en incrementos alrededor del punto de equilibrio:

$$u_{m0} = 6V$$

$$h_0 = 0.5m$$

$$u_{AC0} = 10 \cdot 0.5 = 5V \rightarrow u_{err0} = 6 - 5 = 1V \rightarrow u_{elec0} = 2.1V = 2V$$

$$W_0 = 0.02m^2$$

$$Q_{e0} = Q_{s0} = 0.02 \cdot \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 0.5} = 0.062 \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

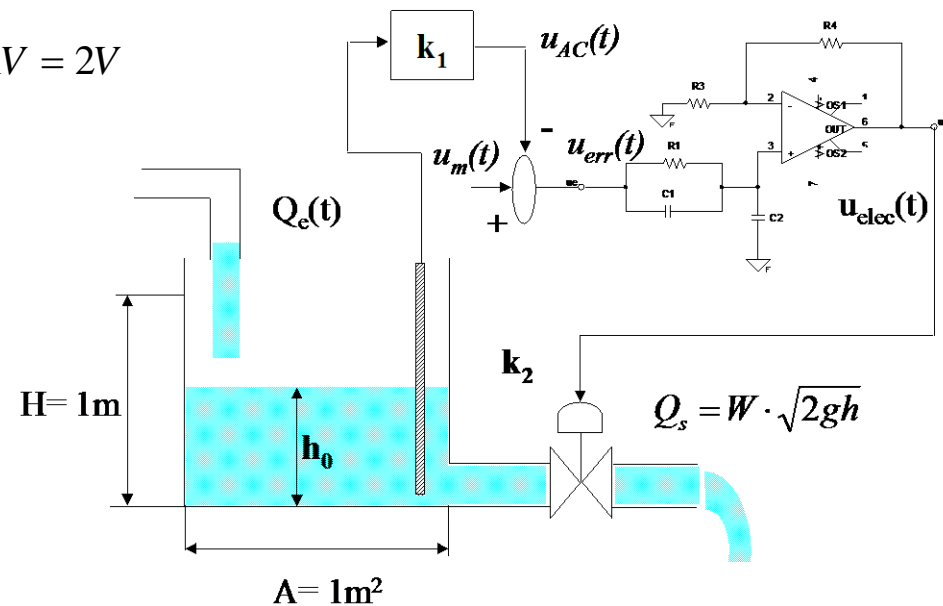
$$\Delta u_{AC}(t) = 10 \Delta h(t)$$

$$\Delta u_{err} = \Delta u_m - \Delta u_{AC}$$

$$\Delta u_{elec}(t) + 3 \Delta \dot{u}_{elec}(t) = 2 \left(\Delta u_{err}(t) + \Delta \dot{u}_{err}(t) \right)$$

$$\Delta W = 0.01 \Delta u_{elec}(t)$$

$$\Delta Q_E - \Delta Q_S = A \Delta \dot{h}$$



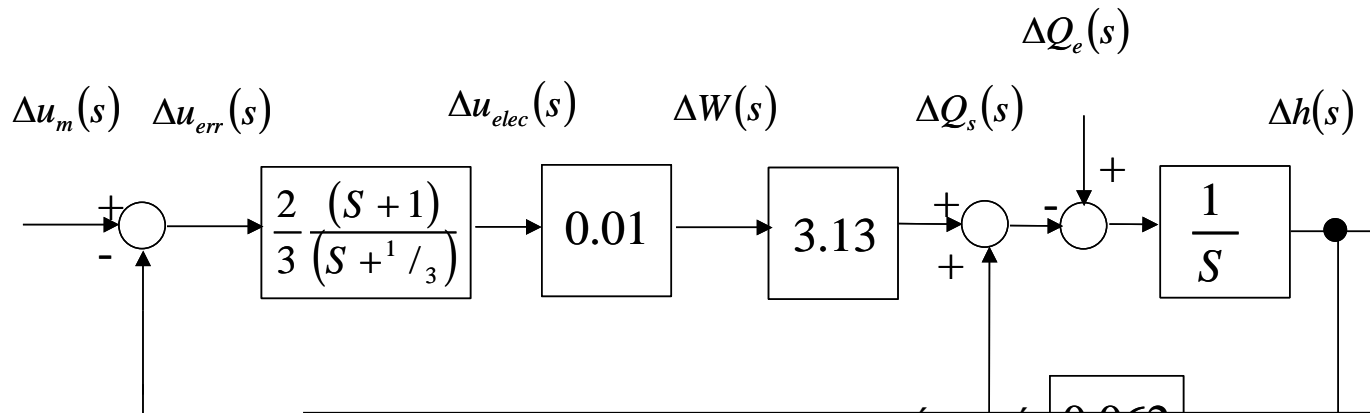
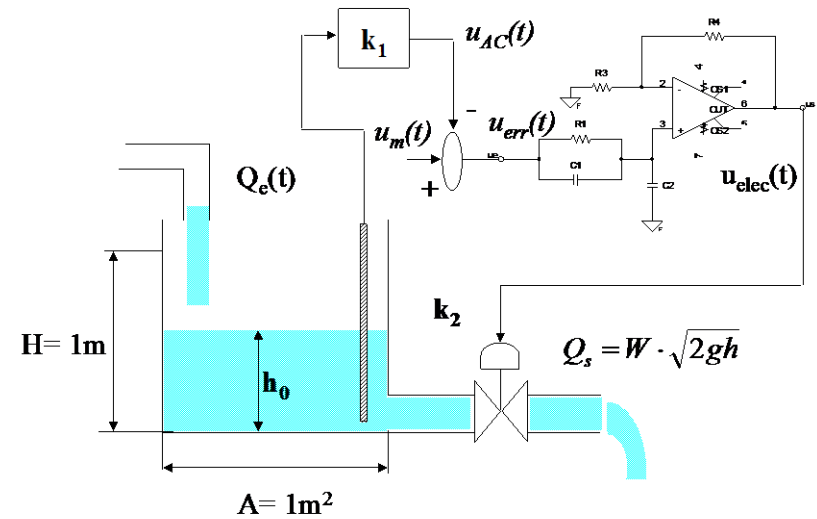
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Problema depósito

- ▶ El diagrama a bloques quedará como:



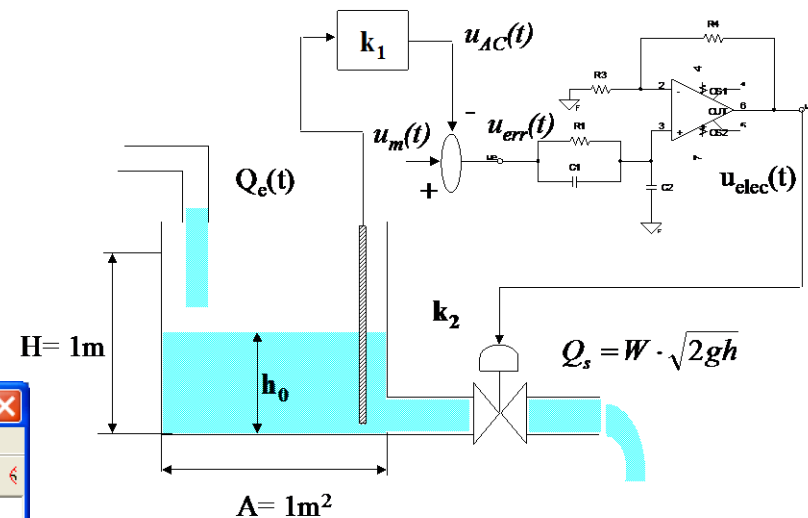
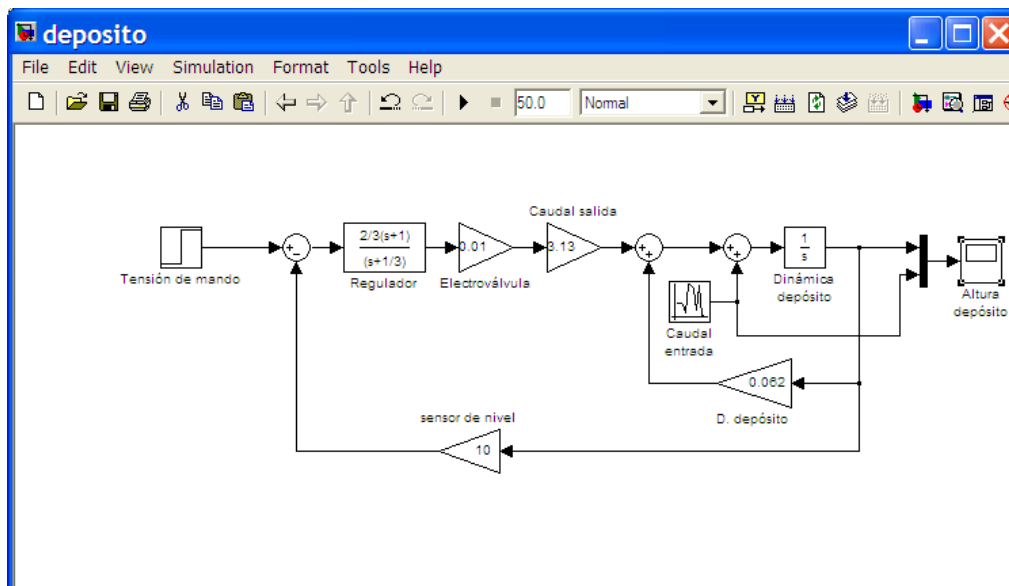
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Problema depósito

▶ La simulación:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

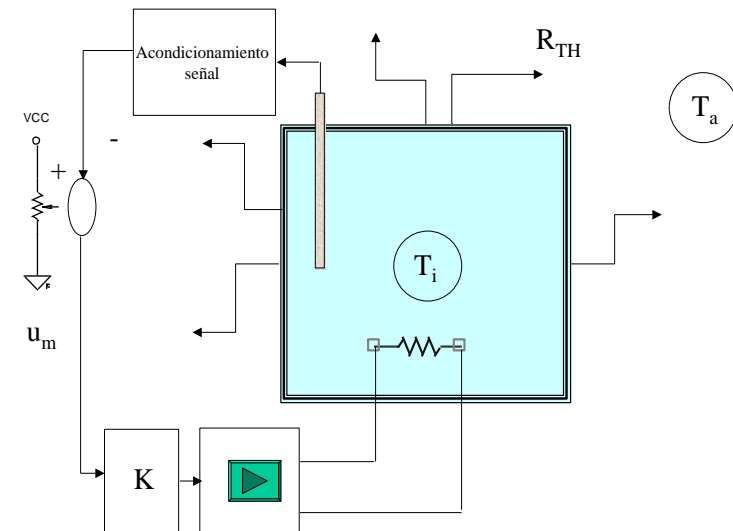
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo 3.5

Para calentar el agua de un termo eléctrico se emplea el efecto Joule. Para su regulación se emplea una estructura de realimentación negativa. La temperatura interior del termo, T_i , es adquirida por un transductor de tipo termopar. La salida del sensor es acondicionada y es convertida en una señal de tensión analógica, u_{Ti} :

$$T_i = \frac{1}{A} (\dot{u}_{Ti} + au_{Ti})$$

La temperatura deseada en el termo o señal de mando, es convertida a través de un potenciómetro en una señal de referencia, u_m . Ésta es comparada con la salida de la tarjeta de acondicionamiento y amplificada por un valor k . Esta señal ataca a la etapa de potencia. Por otro lado, hay



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

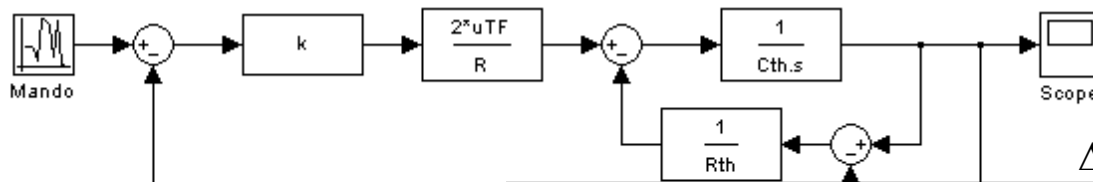
Ejemplo 3.5

► Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales:

- (1) $u_m - u_{Ti} = u_{err}$ (Comparador)
- (2) $u_{FT} = Ku_{err}$ (Amplificación señal error)
- (3) $p = u_{FT}^2 / R$ (Etapas de potencia)
- (4) $q_{Ti} = mc\dot{T}_i$ (Almacenamiento de energía calorífica)
- (5) $T_i - T_a = q_P R_{TH}$ (Pérdidas por transmisión del calor)
- (6) $p = q_{Ti} + q_p$ (Balance energético)
- (7) $T_i = 1/A(\dot{u}_{Ti} + au_{Ti})$ (Etapas de acondicionamiento transductor)



► Diagrama a bloques



$$\Delta T_i(s) = M_1(s)\Delta u_m(s) + M_2(s)\Delta T_a(s)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

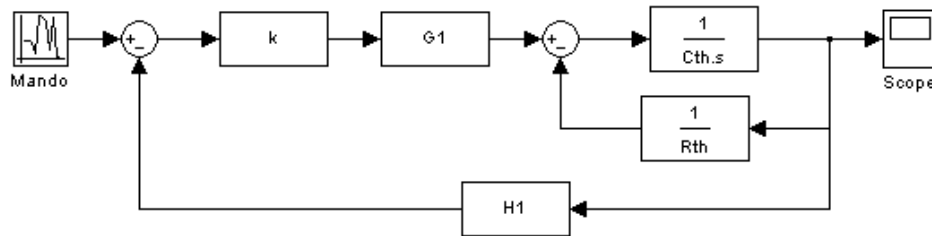
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo 3.4

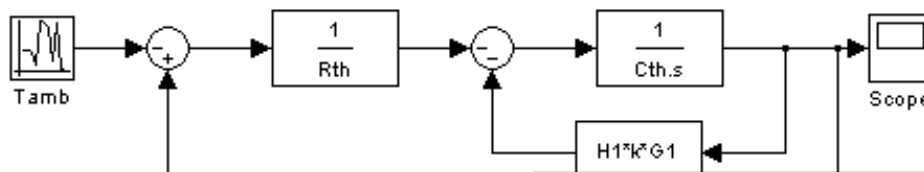


► FDT respecto a la señal de mando



$$M_1(s) = \frac{\Delta T_i(s)}{\Delta u_m(s)} = \frac{KG_1 R_{TH}}{1 + H_1 KG_1 R_{TH} + s R_{TH} C_{TH}}$$

► FDT respecto a la perturbación



$$M_2(s) = \frac{\Delta T_i(s)}{\Delta T_a(s)} = \frac{1}{1 + H_1 KG_1 R_{TH} + s R_{TH} C_{TH}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 3.4



Cartagena99

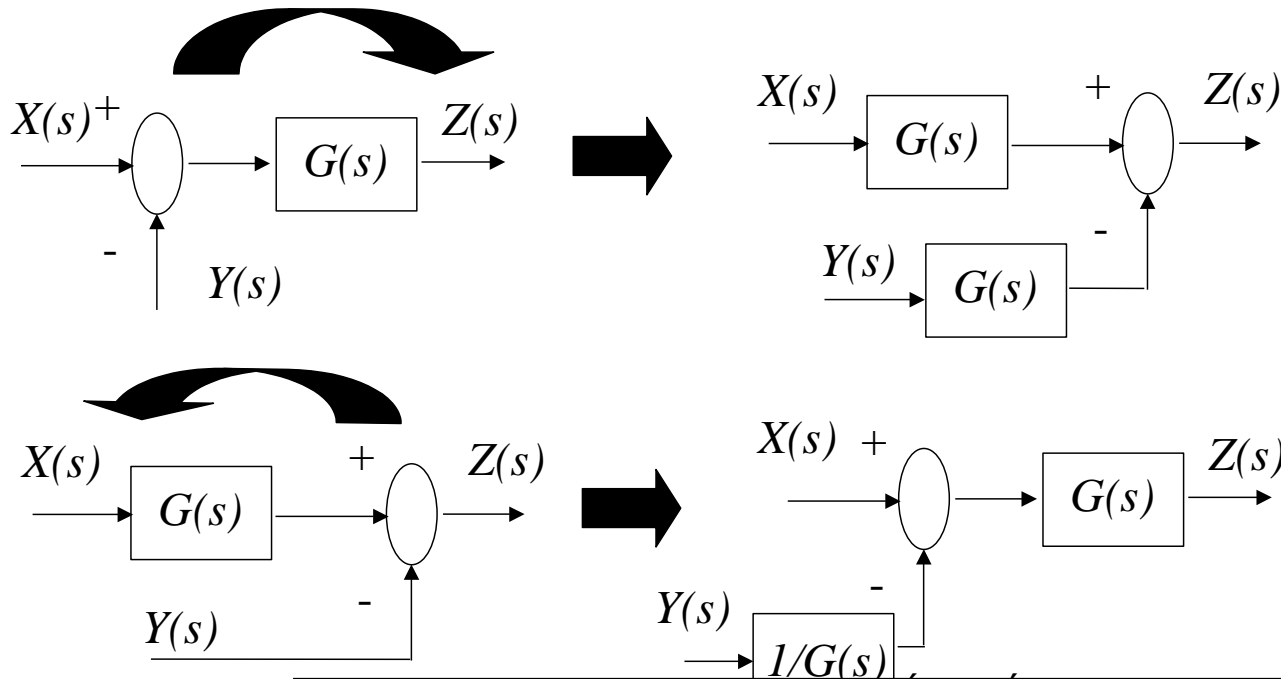
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Reducción de bloques(1/2)

► Transposición del sumador

$$Z(s) = G(s)(X(s) - Y(s)) \Rightarrow Z(s) = G(s)X(s) - G(s)Y(s)$$



Cartagena99

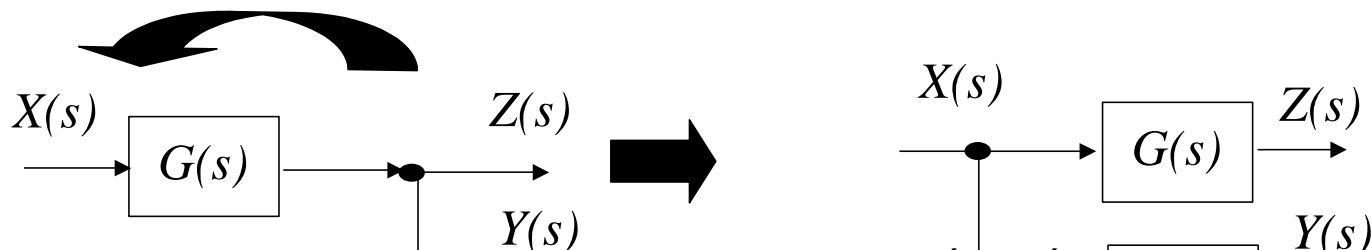
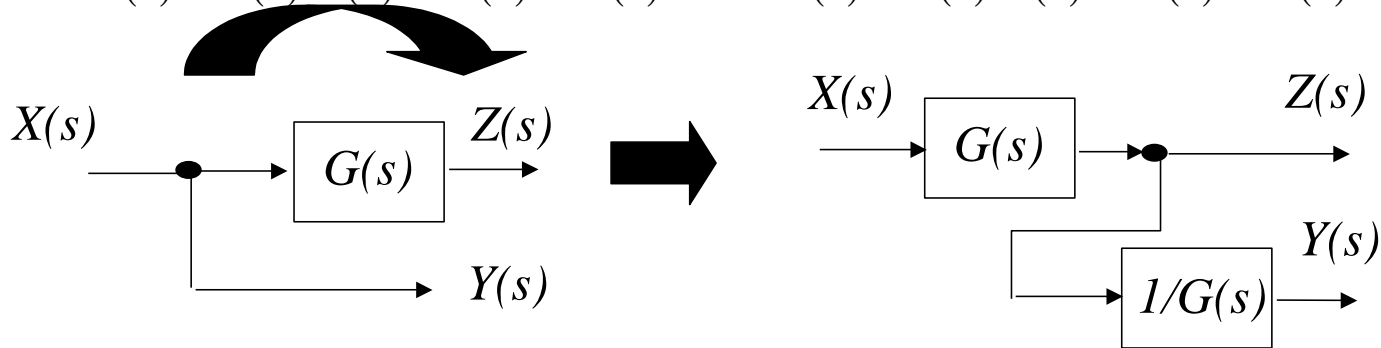
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Reducción de bloques(2/2)

- ▶ Movimiento de los puntos de bifurcación de las señales

$$Z(s) = G(s)X(s); Y(s) = X(s) \Rightarrow Z(s) = G(s)X(s); Y(s) = X(s)G(s) \frac{1}{G(s)}$$

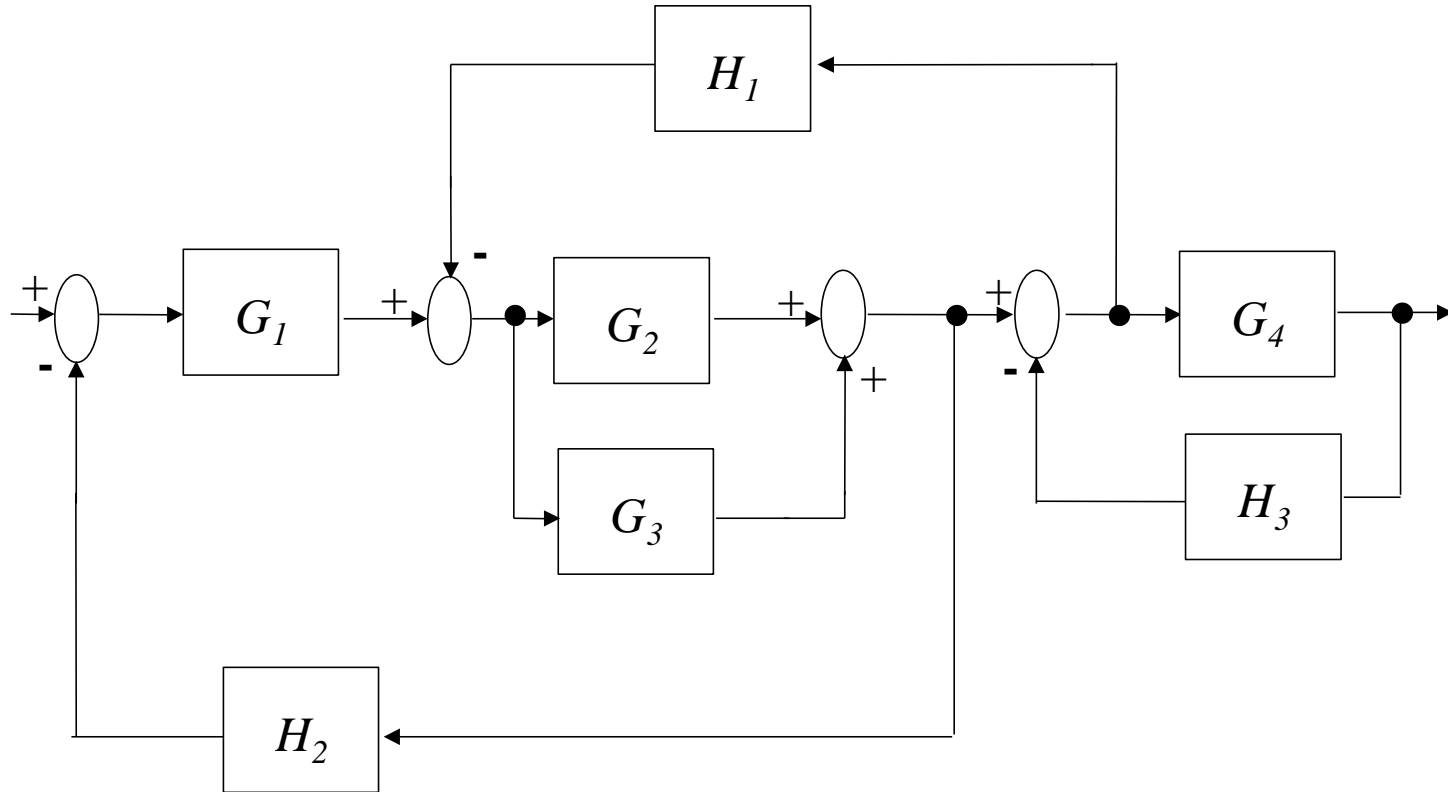


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo 3.6



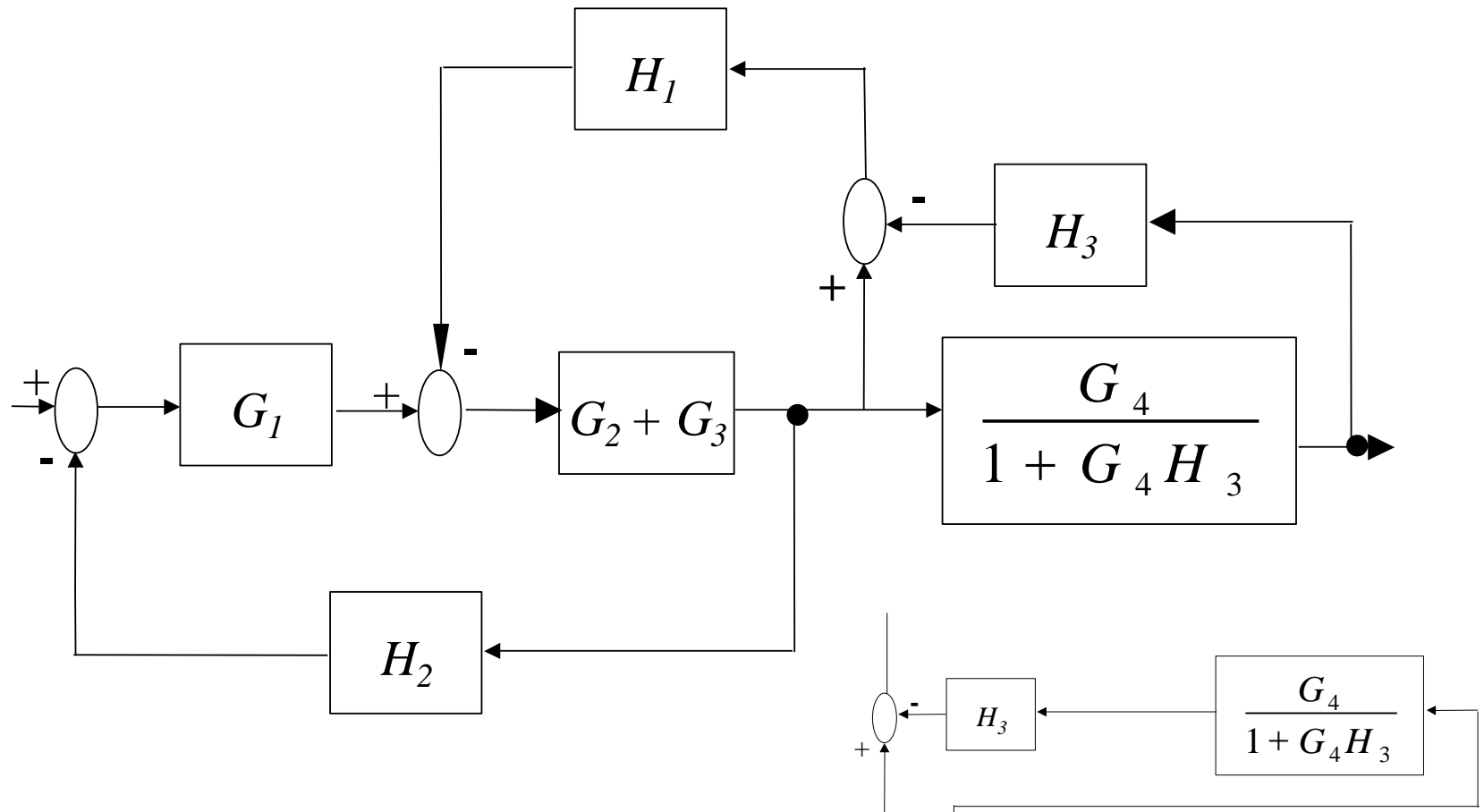
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 3.6

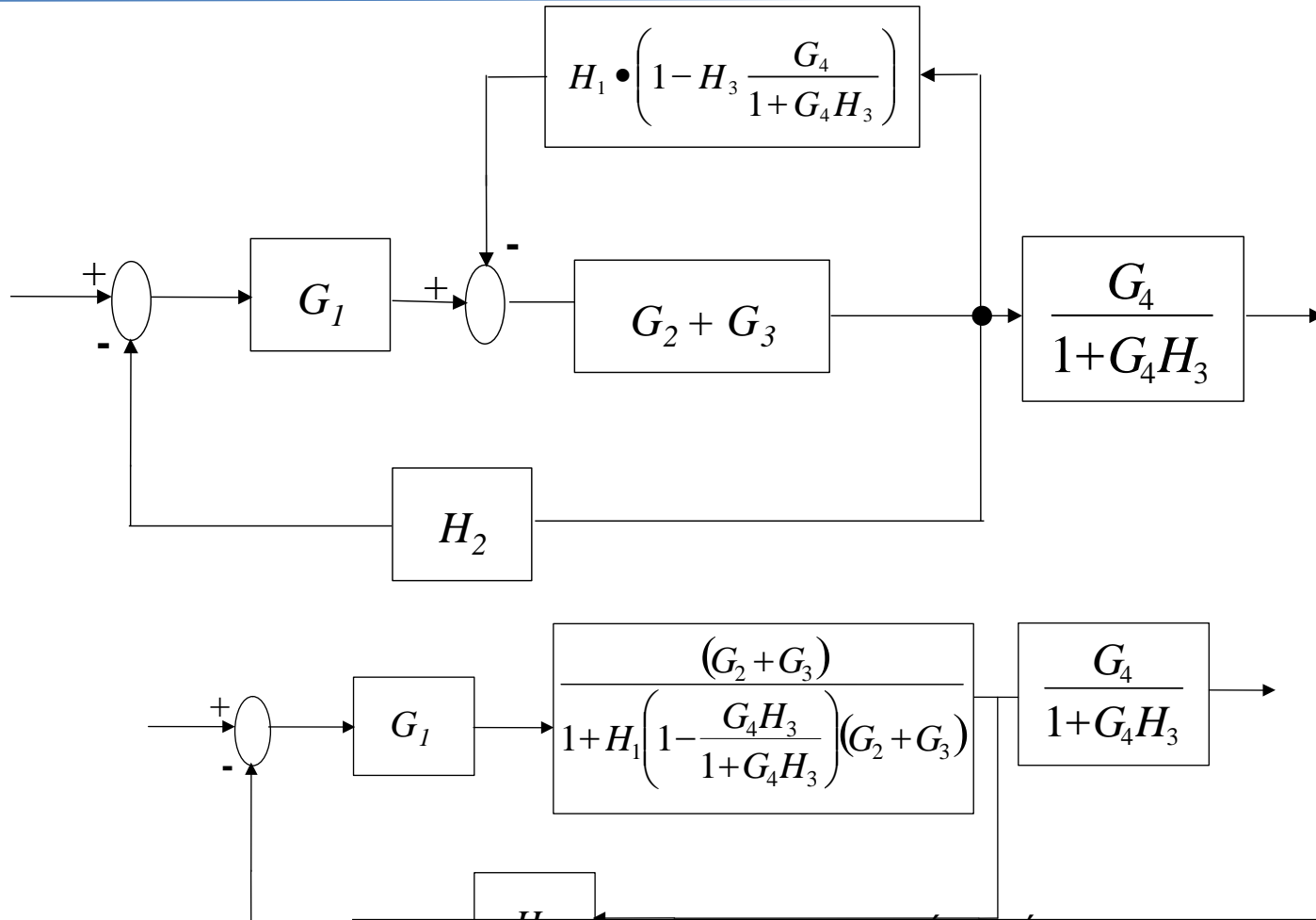


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo 3.6

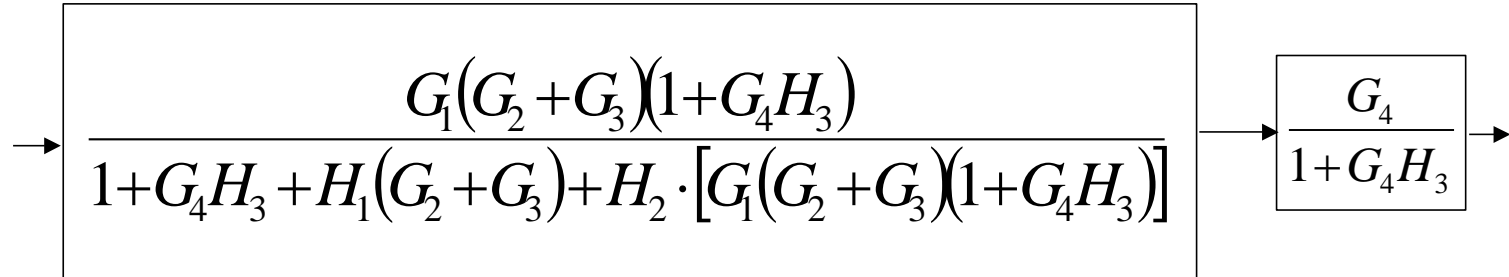


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 3.6



$$M(s) = \frac{G_1(G_2 + G_3)G_4}{1 + G_4 H_3 + H_1(G_2 + G_3) + H_2 \cdot [G_1(G_2 + G_3)(1 + G_4 H_3)]}$$

Cartagena99

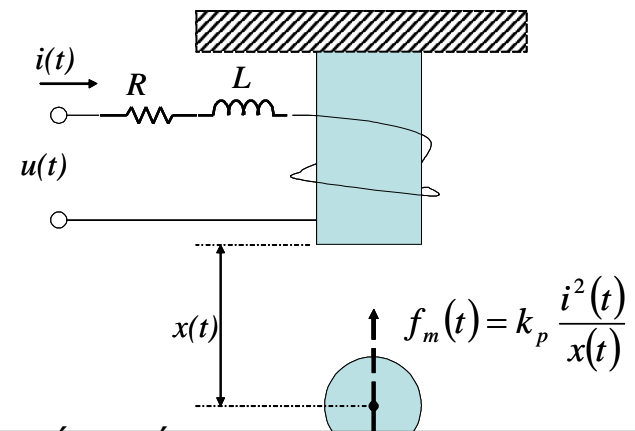
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Problema 5

El diagrama de la figura representa un esquema simplificado de levitación magnética. La fuerza magnética producida por el electroimán intenta compensar la fuerza de gravitación sobre el cuerpo que levita. Sabiendo que la fuerza magnética es proporcional al cuadrado de la corriente de la bobina e inversamente a la posición del cuerpo, determinar:

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describe la dinámica del levitador.
2. Linealización de la planta alrededor del punto de reposo.
3. Diagrama de bloques del sistema.
4. ¿Es estable?



Datos:

$$M = 0.1 \text{ kg} \quad k_p = 25 \cdot 10^{-3} \text{ [N} \cdot \text{m/A}^2] \quad R = 0.1 \ \Omega$$

$$L = 5.4 \text{ mH}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Problema 5

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describe la dinámica del levitador:

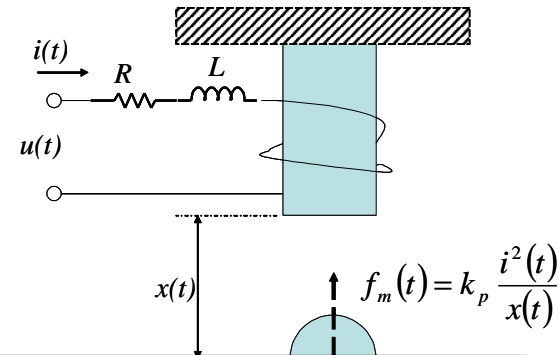
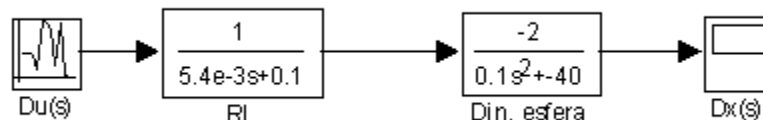
$$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$M \cdot \ddot{x} = M \cdot g - k_p \frac{i^2(t)}{x(t)}$$

2. Linealización de la planta alrededor del punto de reposo.

$$i_0^2 = \frac{M \cdot g \cdot x_0}{k_p} \rightarrow i_0 \cong 1A \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta u(t) = R \cdot \Delta i(t) + L \Delta \dot{i}(t) \\ M \cdot \Delta \ddot{x} = - \left[k_p \frac{2 \cdot i_0}{x_0} \right] \cdot \Delta i(t) + \left[k_p \frac{i_0^2}{x_0^2} \right] \cdot \Delta x(t) \end{array} \right.$$

3. Diagrama de bloques del sistema.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

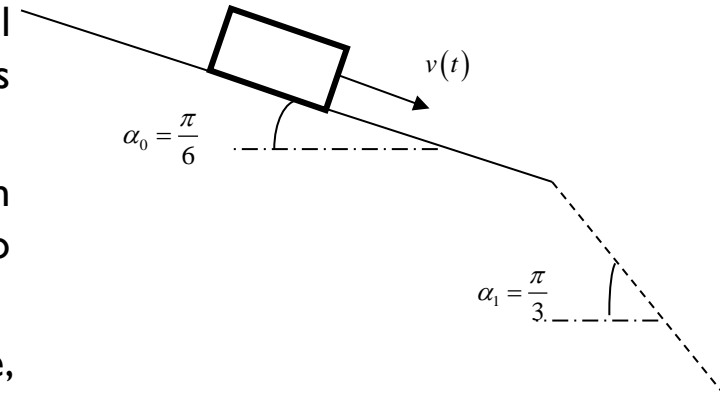
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Problema 6

Una masa se desliza por un plano inclinado a una determinada velocidad, se pide:

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modele la dinámica y velocidad del régimen permanente de la masa cuando la pendiente es $\pi/6$.
2. Determinar el modelo incremental entre el ángulo del plano inclinado y su velocidad, con las condiciones iniciales dadas.
3. Variación temporal de la velocidad del objeto si hay un cambio de pendiente de $\pi/6$ a $\pi/3$. Utilícese el modelo lineal del apartado anterior.
4. Determinar la velocidad en el régimen permanente, cuando la masa se desliza sobre el plano de $\pi/3$. ¿Existe discrepancia con el resultado del apartado anterior? ¿Por qué?

Datos: $M = 10 \text{ kg}$, $B = 5 \text{ Ns/m}$, $g \sim 10 \text{ m/s}^2$.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Problema 6

1. Modelo dinámico:

$$M\ddot{x}(t) = Mg \operatorname{sen} \alpha - f_r(t) \quad f_r(t) = B\dot{x}(t)$$

2. Modelo de incrementos alrededor de una velocidad nominal:

$$v_{rp} = \frac{Mg \cdot \operatorname{sen}(\alpha)}{B} = 10 \text{ m/s} \quad G(s) = \frac{\Delta v(s)}{\Delta \alpha(s)} = \frac{[Mg \cos \alpha]_0}{Ms + B} = \frac{10\sqrt{3}}{1 + 2s}$$

3. Velocidad en el cambio de pendiente:

$$\Delta v(s) = \frac{\pi}{6} \frac{1}{s} \frac{10\sqrt{3}}{1 + 2s}$$

4. Existe discrepancia por la aproximación del sistema no

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Examen julio 2014

La figura muestra un accionamiento hidráulico utilizado para el **control del ángulo** del alerón de una aeronave. El accionamiento consiste básicamente en un amplificador y un acondicionador de potencia hidráulico controlado por una válvula piloto sobre la que **se actúa exteriormente modificando su desplazamiento $x(t)$** . La válvula piloto es una válvula equilibrada, en el sentido de que la presión de todas las fuerzas que actúan sobre ella está equilibrada. Se consideran condiciones de funcionamiento ideales. Se define:

$Q(t)$ = caudal de aceite al cilindro de potencia

$\Delta P(t)$ = diferencia de presiones en el cilindro ($P_1 - P_2$)

$x(t)$ = desplazamiento de la válvula piloto

La diferencia de presiones $\Delta P(t)$ es una función del desplazamiento $x(t)$ y del caudal $Q(t)$.

La relación entre las variables $\Delta P(t)$, $Q(t)$ y $x(t)$ está dada por la ecuación **no lineal**: $\Delta P(t) = f(x(t), Q(t))$. $K_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 > 0$ $K_2 = - \left. \frac{\partial f}{\partial Q} \right|_0 > 0$

La variación del caudal depende de la aceleración del vástago $a(t)$:

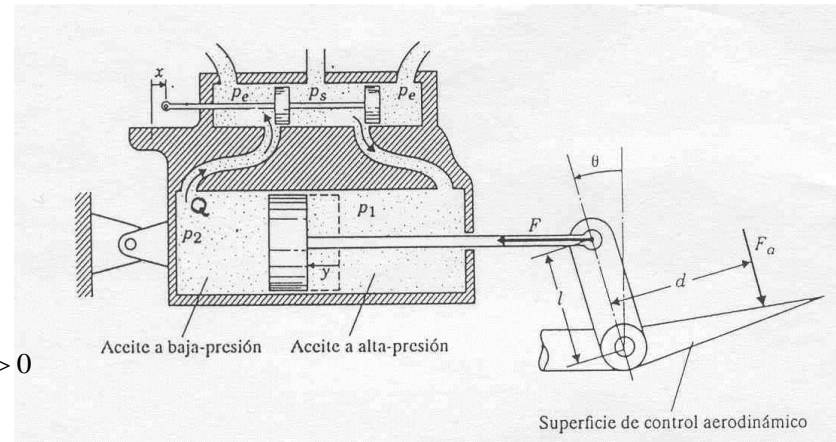
$$A \rho a(t) = \dot{Q}(t)$$

donde A es el área del pistón y ρ es la densidad del aceite

El balance de fuerzas en el pistón da:

$$A \Delta P(t) - F(t) = m a(t)$$

donde m es la masa del pistón y del vástago y $F(t)$ es la fuerza aplicada por el vástago del pistón al punto de fijación de la superficie de control. El balance de momento de la superficie de control da:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Examen julio 2014

I. Expresión en laplace de las ecuaciones linealizadas del sistema físico.

Datos: En el punto de equilibrio: $K_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 > 0$ $K_2 = - \left. \frac{\partial f}{\partial Q} \right|_0 > 0$

Solo hay una ecuación no lineal, en un punto de equilibrio con todas las variables a cero:

$$\Delta P(t) = f(x(t), Q(t)) \xrightarrow{\text{linealización}} \Delta P(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial Q} \right|_0 \Delta Q(t) = K_1 \Delta x(t) - K_2 \Delta Q(t)$$

El resto son lineales y por tanto el paso a laplace es inmediato:

$$\Delta P(t) = K_1 \Delta x(t) - K_2 \Delta Q(t) \xrightarrow{\text{laplace}} P(s) = K_1 x(s) - K_2 Q(s)$$

$$A p a(t) = \dot{Q}(t) \xrightarrow{\text{laplace}} A p a(s) = s Q(s)$$

$$A \Delta P(t) - F(t) = m a(t) \xrightarrow{\text{laplace}} A P(s) - F(s) = m a(s)$$

$$I \alpha(t) = l F(t) - d F_a(t) \xrightarrow{\text{laplace}} I \alpha(s) = l F(s) - d F_a(s)$$

$$a(t) = l \alpha(t) \xrightarrow{\text{laplace}} a(s) = l \alpha(s)$$

$$\ddot{\theta}(t) = \alpha(t) \xrightarrow{\text{laplace}} s^2 \theta(s) = \alpha(s)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Problema 4

- ▶ La figura representa el esquema simplificado de la calefacción de una habitación por medio de un radiador eléctrico. El radiador consiste en una resistencia R alimentada a V voltios y situada en un baño de aceite de masa calorífica M_c y temperatura T_c . Posee una superficie S_c de coeficiente global de transmisión U_c hacia el aire.
- ▶ El aire de la habitación se encuentra a una temperatura T_h y tiene una masa calorífica M_h . La temperatura exterior es T_e . Las paredes tienen una superficie S_p y un coeficiente global de transmisión U_p .
- ▶ La temperatura de la habitación se mide con un termómetro situado cerca del radiador, por lo que su indicación T_m viene afectada ligeramente por él. Dicha medida se compara con una referencia T_r y la diferencia, amplificada con un ganancia K se lleva a la resistencia del radiador.



$$1) T_m = 0.95T_h + 0.05T_c$$

$$2) V = k(T_r - T_m) \quad 3) q = 0.24V^2 / R$$

$$4) M_c \frac{dT_c}{dt} = q - U_c S_c (T_c - T_h)$$

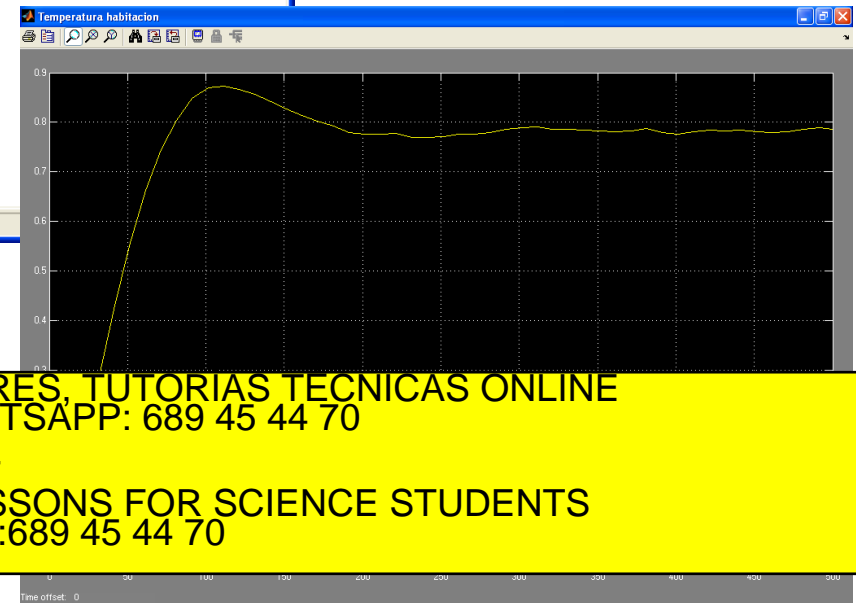
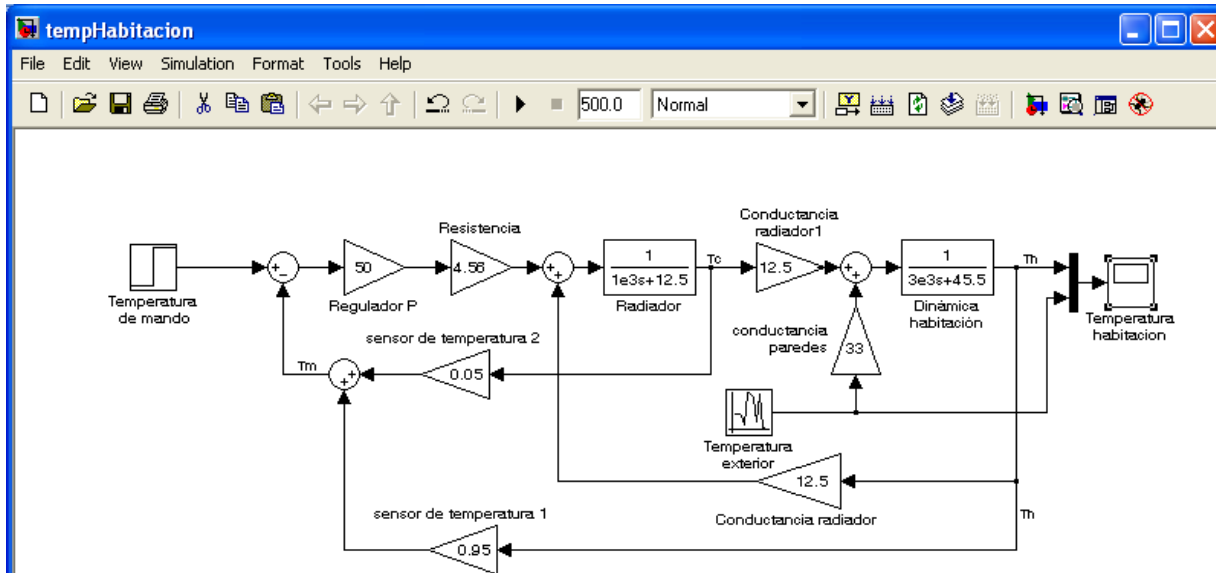
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$K = 2082 \quad k = 50V / ^\circ C \quad U_c S_c = 12.5 \text{ cal} / \text{s } ^\circ C \quad U_p S_p = 55 \text{ cal} / \text{s } ^\circ C$

Control de temperatura de la habitación



$$1) T_m = 0.95T_h + 0.05T_c$$

$$2) V = k(T_r - T_m) \quad 3) q = 0.24V^2 / R$$

$$4) M_c \frac{dT_c}{dt} = q - U_c S_c (T_c - T_h)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Descartes: “El discurso del método” (1637)



Dudar de forma metódica y provisional de todo lo que le rodea:

1. «El primero, no admitir jamás cosa alguna como verdadera sin haber conocido con evidencia que así era».
2. «El segundo, en dividir cada una de las dificultades que examinare, en tantas partes fuere posible y en cuantas requiriese su mejor solución».
3. «El tercero, en conducir con orden mis pensamientos, empezando por los objetos más simples y más fáciles de conocer, para ascender poco a poco, gradualmente, hasta el conocimiento de los más compuestos, e incluso suponiendo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70