

Capítulo 6: Análisis en el dominio del tiempo de sistemas de primer y segundo orden

carlos.platero@unpm.es (C. 305)

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Análisis en el dominio del tiempo de sistemas de primer y segundo orden

- ▶ Las propiedades dinámicas de las plantas pueden ser aproximadas por las características temporales de sistemas más simples.
 - ▶ Se entiende por modelos simples, aquellos que definen su dinámica por ecuaciones diferenciales lineales de primer o de segundo orden.
- ▶ Desde el punto de vista del análisis, al reducir el modelo se podrá predecir sus características temporales empleando expresiones matemáticas de los modelos sencillos.
- ▶ Desde el diseño, se suele emplear las medidas de las características temporales de los modelos simples para fijar los requisitos del comportamiento dinámico de los sistemas a compensar.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Sistemas de primer orden

- ▶ La función de transferencia de un sistema de primer orden es:

$$G(s) = \frac{N(s)}{(s + a)}$$

- ▶ En el caso más simple, el numerador corresponde a una ganancia:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{1 + Ts} = \frac{k/T}{s + \frac{1}{T}}$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, sans-serif font. The '99' is slightly larger and more prominent. The text is set against a light blue and orange gradient background that resembles a stylized wave or a banner.

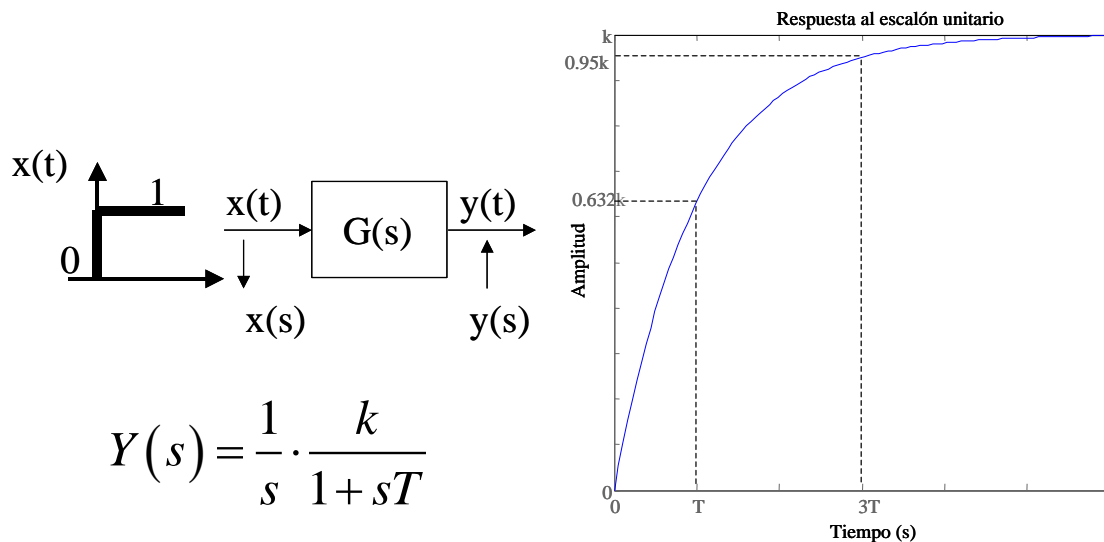
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Respuesta temporal ante la entrada en escalón

► Analítica & transformadas de Laplace



$$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{k}{1+sT} = k \left(\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+sT} \right) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s + \frac{1}{T}}$$

$$y(t) = k(1 - e^{-t/T})$$

$$\text{Valor } t = T: \quad y(t = T) = k(1 - e^{-1}) = 0.632k$$

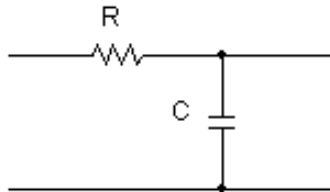
$$\text{Valor } t = 3T: \quad y(t = 3T) = k(1 - e^{-3}) = 0.95k$$

Cartagena99

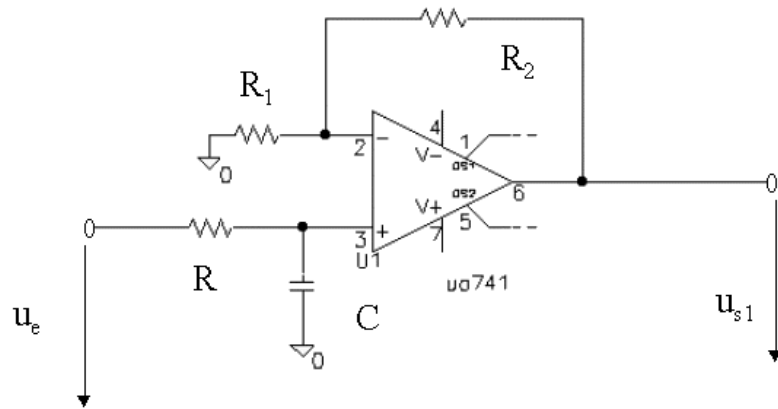
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

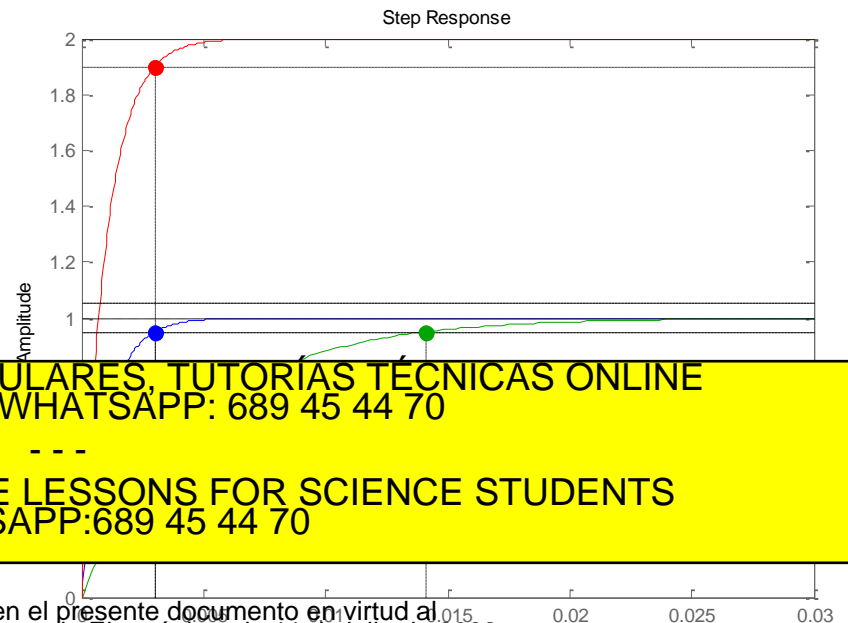
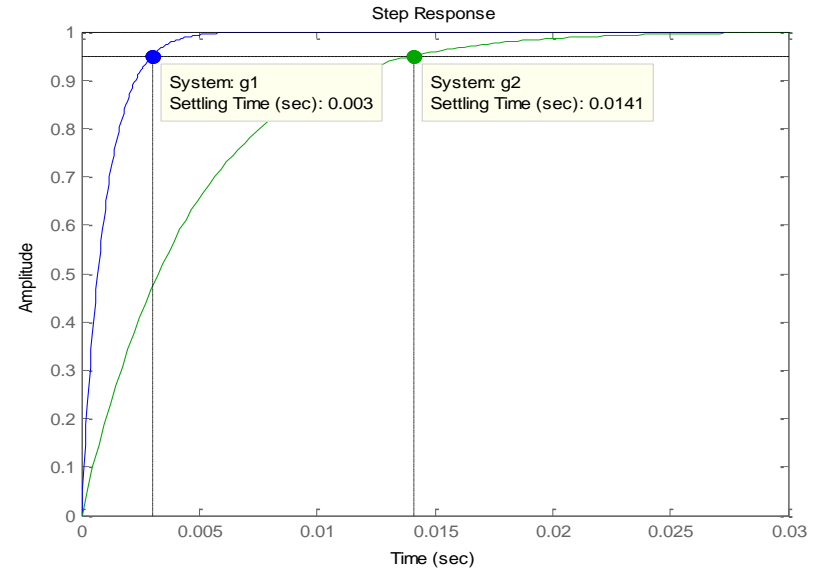
Ejemplos



$R=100k$ ó $470k$ $C=10nF$



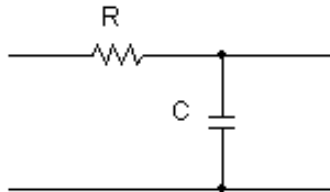
Cartagena99



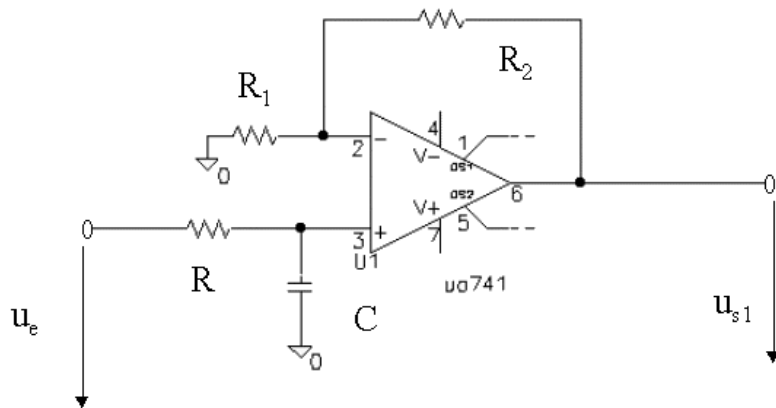
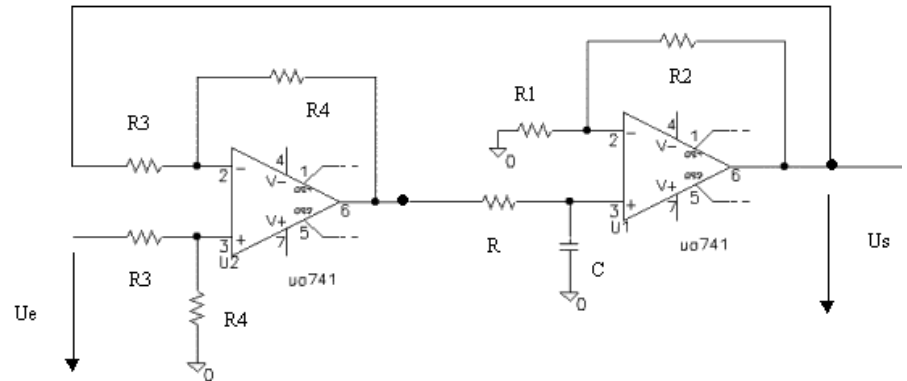
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

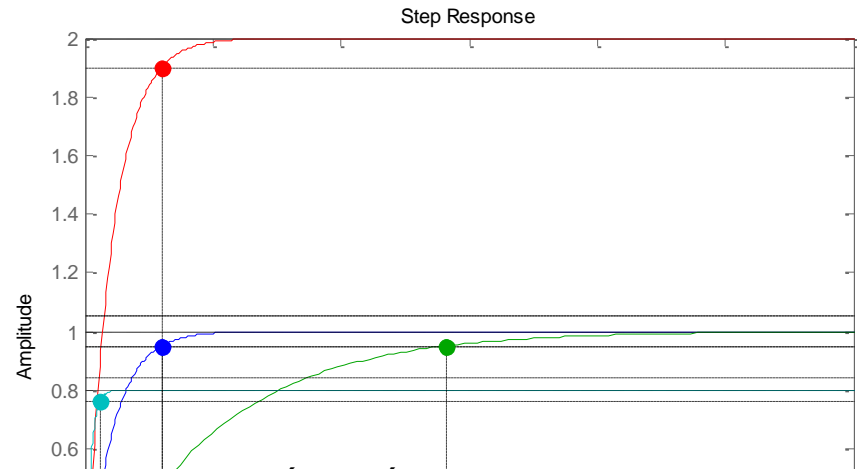
Ejemplos



$R=100k$ ó $470k$ $C=10nF$



$R=100k$ $C=10nF$



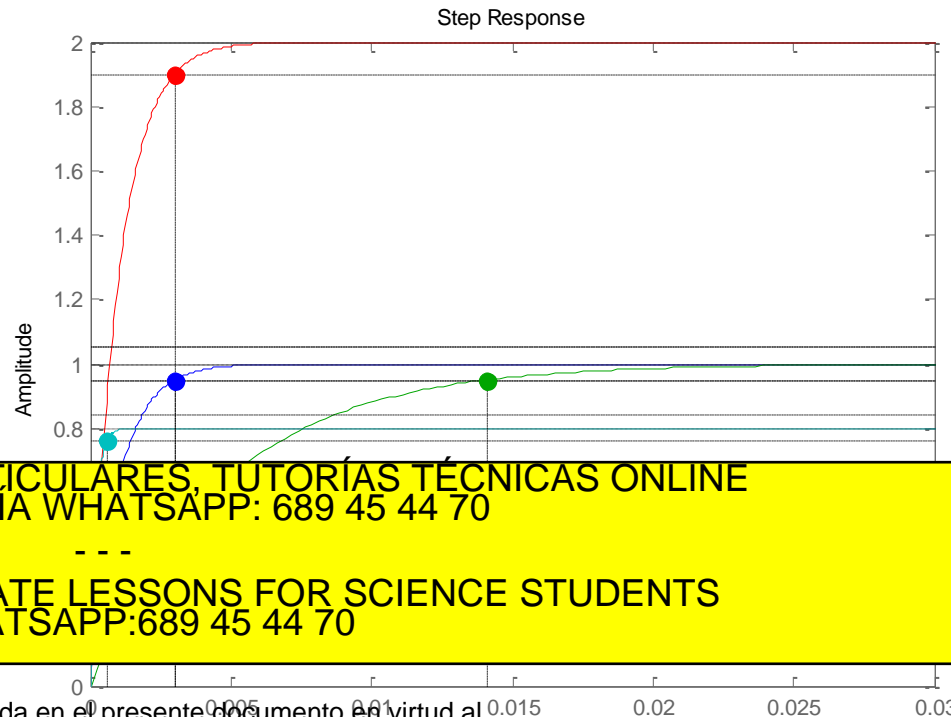
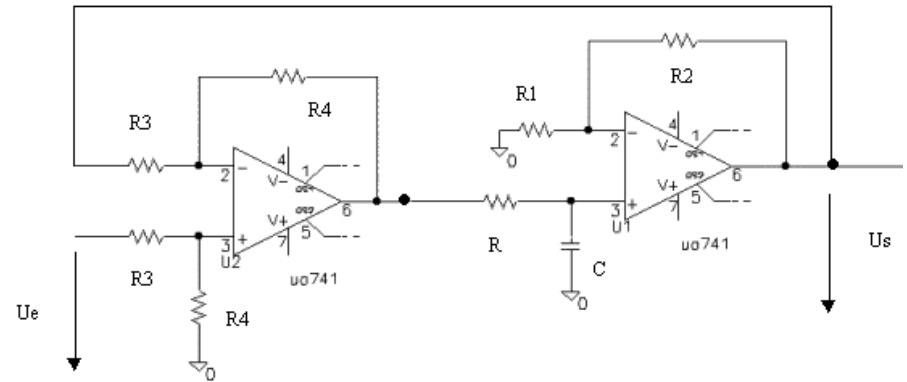
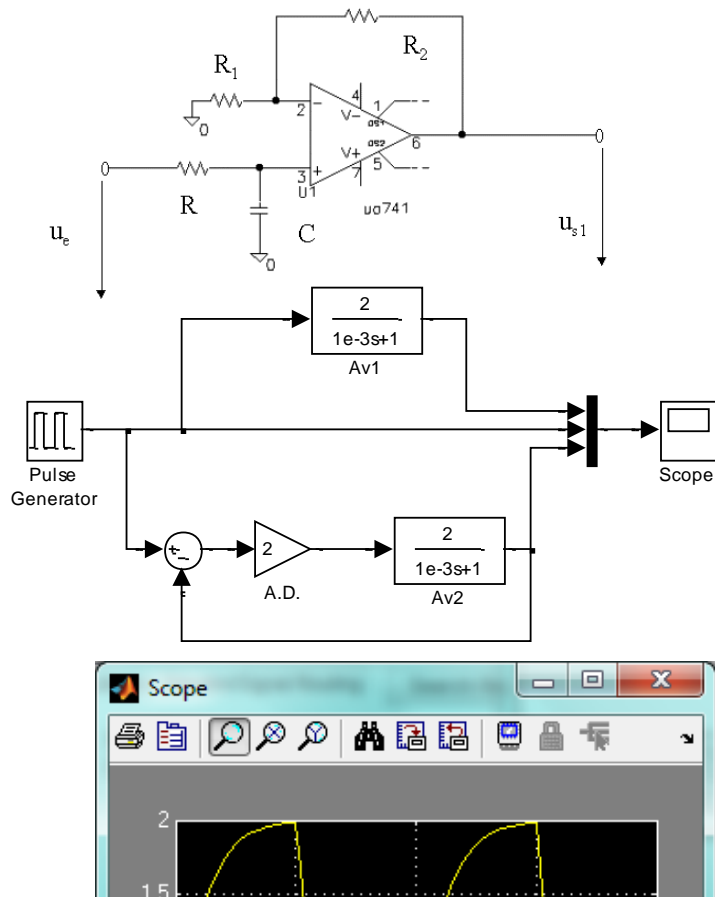
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

time (sec)

Ejemplos



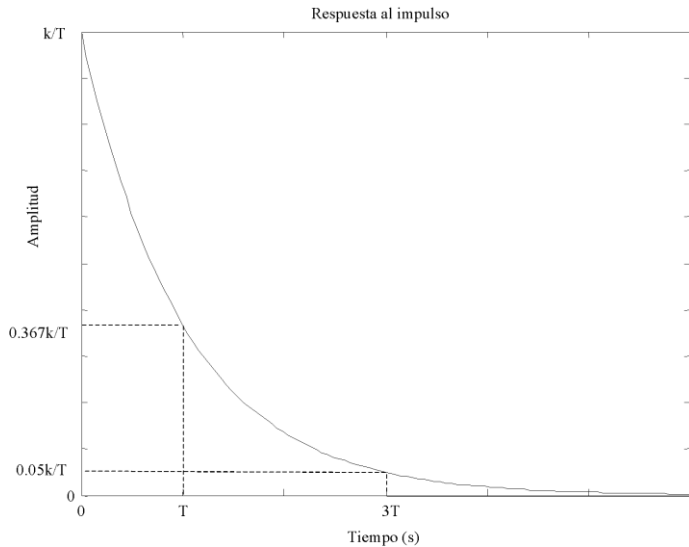
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Respuesta temporal ante el impulso

► Analítica & transformadas de Laplace



$$Y(s) = \frac{k}{1 + sT}$$

$$Y(s) = G(s) = \frac{k}{1 + sT} \Rightarrow y(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T} = g(t)$$

$$y_{escalon}(t) = k(1 - e^{-t/T}) \quad \dot{y}_{escalon}(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T} = g(t)$$

$$y(t = T) = \frac{k}{T} e^{-1} = 0.367 \frac{k}{T} \quad y(t = 3T) = \frac{k}{T} e^{-3} = 0.05 \frac{k}{T}$$

Valor inicial: $y(t \rightarrow 0) = \frac{k}{T}$ $\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot 1 \cdot \frac{k}{1 + sT} = \frac{k}{T}$

Cartagena99

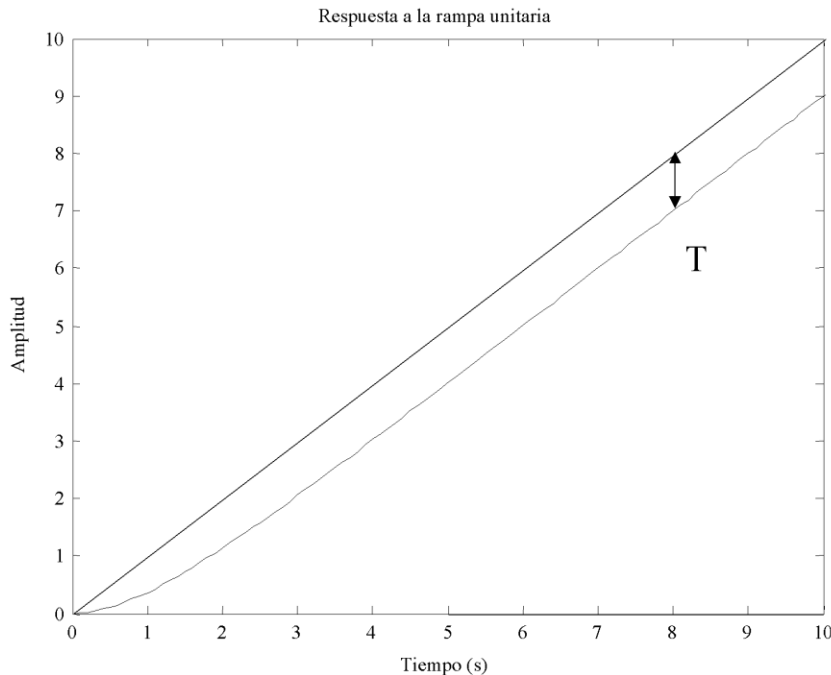
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Respuesta temporal ante la rampa

► Analítica & transformadas de Laplace



$$Y(s) = \frac{1}{s^2} \frac{k}{1+sT} = \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_1}{s} + \frac{k_1}{s + \frac{1}{T}}$$

$$y(t) = k(t - T + Te^{-t/T})$$

$$y_{rampa}(t) = \int_0^t y_{escalon}(\tau) d\tau = \int_0^t k(1 - e^{-\tau/T}) d\tau = k[\tau + Te^{-\tau/T}]_0^t$$

$$y_{rampa}(t) = k(t + Te^{-t/T} - T)$$

Cartagena99

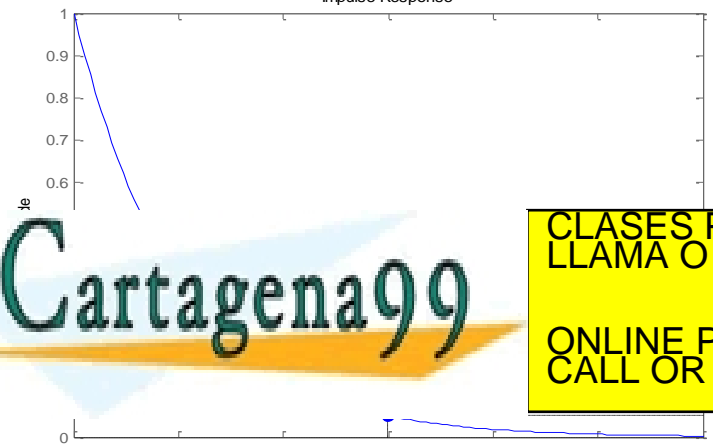
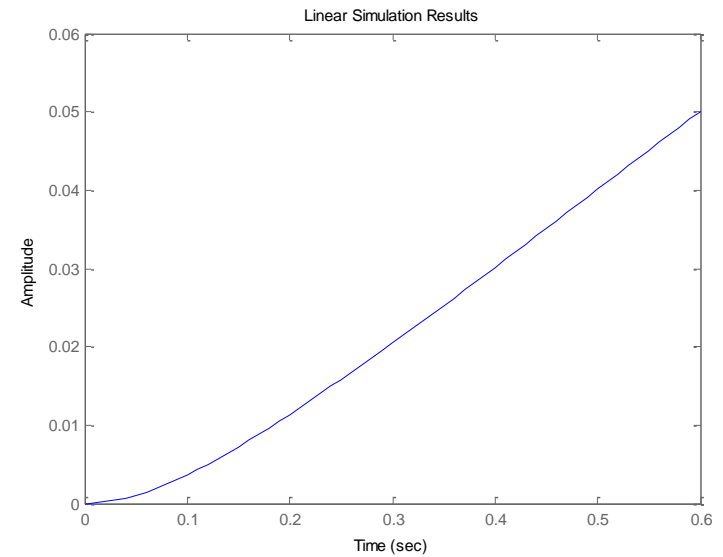
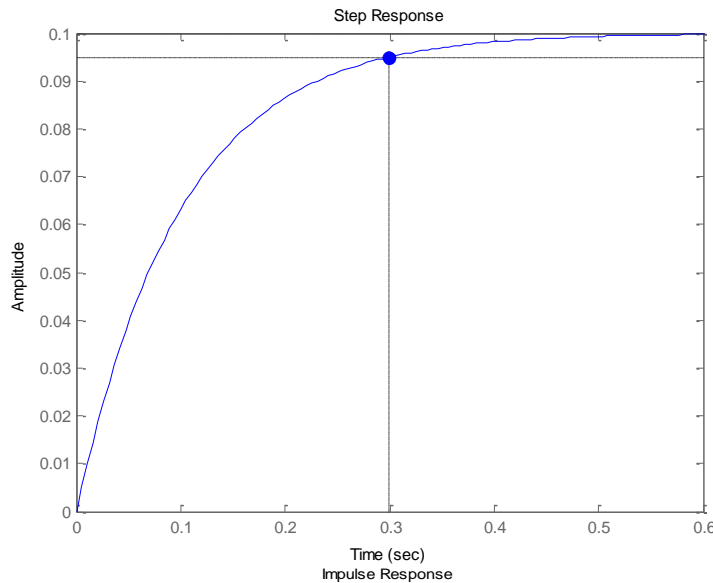
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicio 6.1

Dibujar aproximadamente, la respuesta al impulso, escalón y rampa del sistema cuya FDT es:

$$G(s) = \frac{1}{s + 10}$$



```
>>g1=tf(1,[1 10])  
>>step(g1)  
>>impz(g1)
```

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

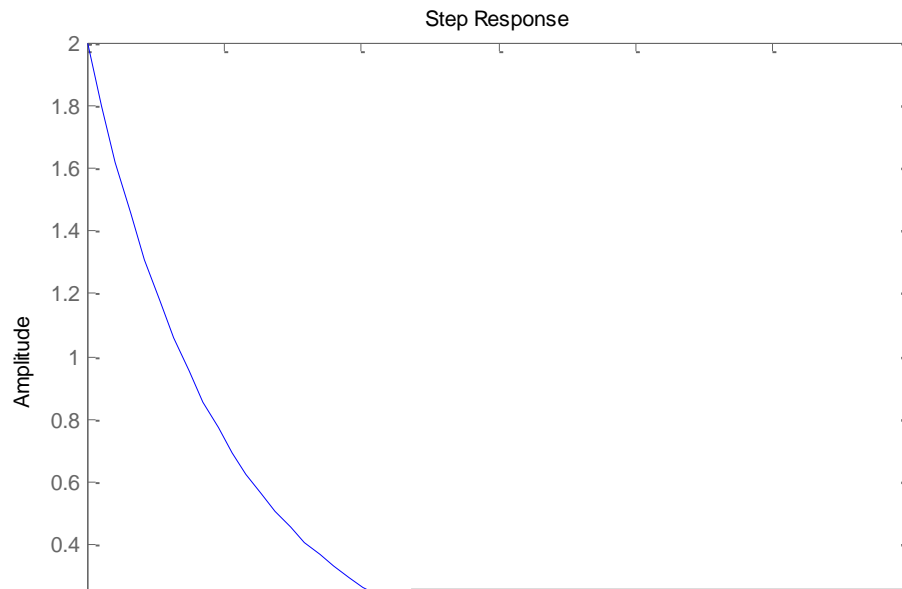
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejercicio 6.2

Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G(s) = \frac{2s}{s+2}$$



```
>>g2=tf([2 0],[1 2])  
>>step(g2)
```

Cartagena99

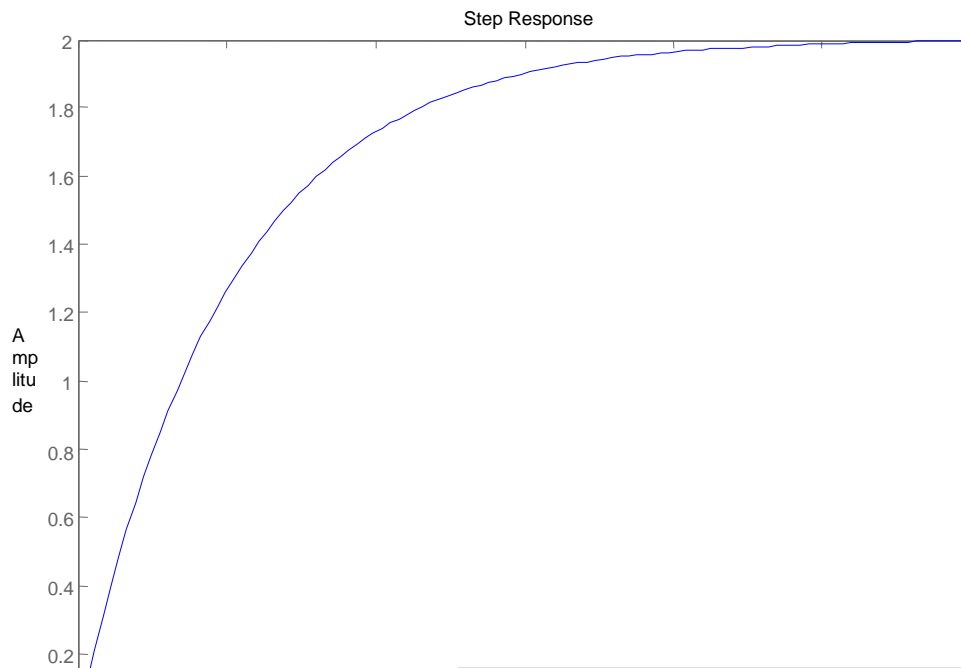
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

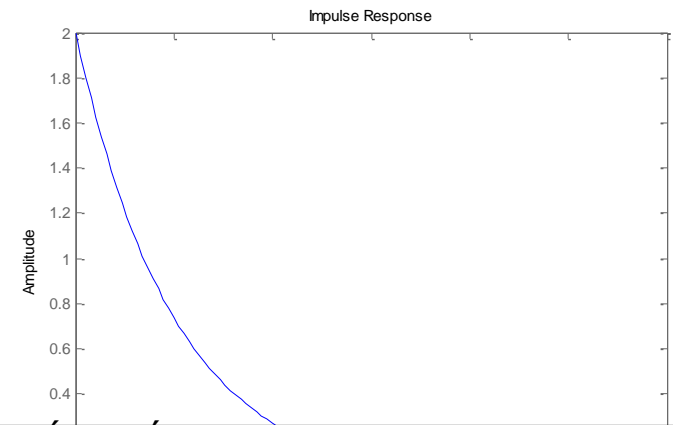
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio 6.3

La figura representa la respuesta al escalón de un sistema de FDT desconocida. Obtener la respuesta del sistema ante una entrada en impulso:



```
>>g3=tf(2,[1 1])  
>>step(g3)
```



Cartagena99

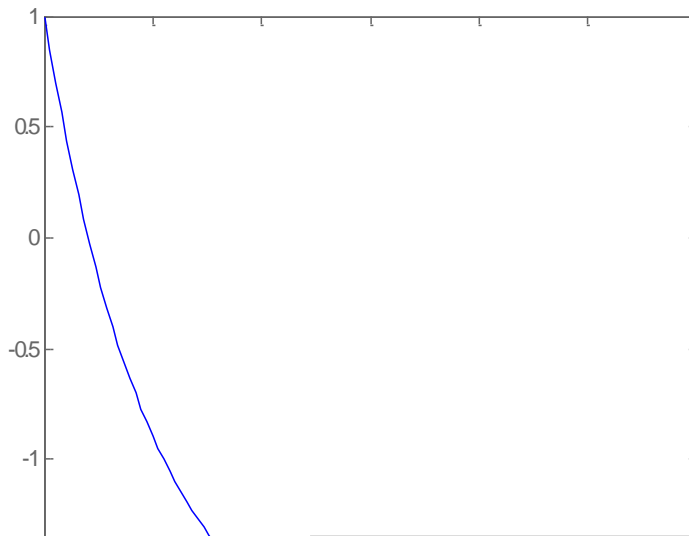
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio

Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G(s) = \frac{s-2}{s+1}$$



```
>>g2=tf([1 -2],[1 1])  
>>step(g3)
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

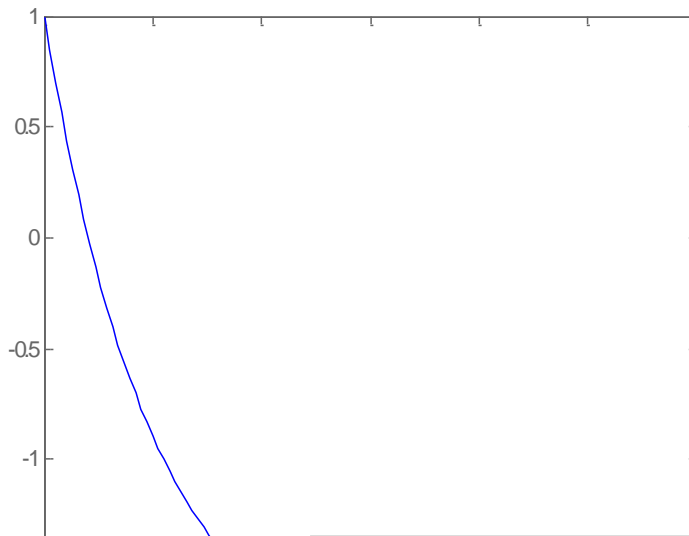
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio

Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G(s) = \frac{s-2}{s+1}$$



```
>>g2=tf([1 -2],[1 1])  
>>step(g3)
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

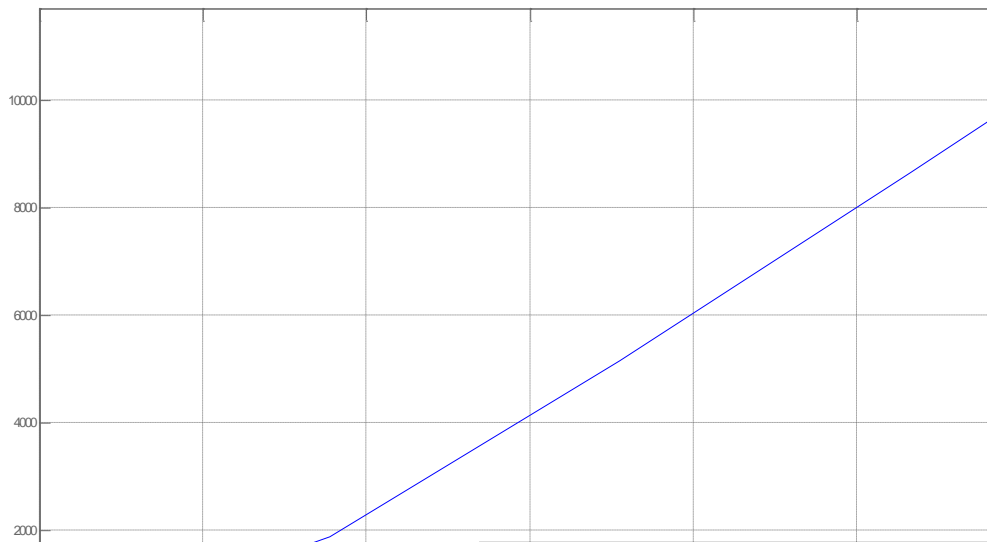
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio

Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G(s) = \frac{s+20}{s^2+0.1s}$$



>>g2=tf([1 20],[1 .1 0])
>>step(g3)

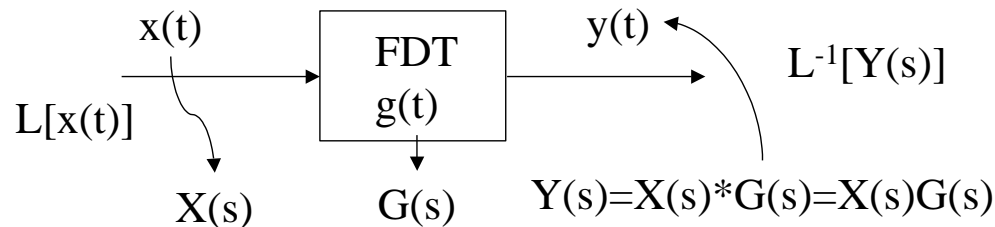
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Análisis temporal de sistemas de segundo orden

► Modelo

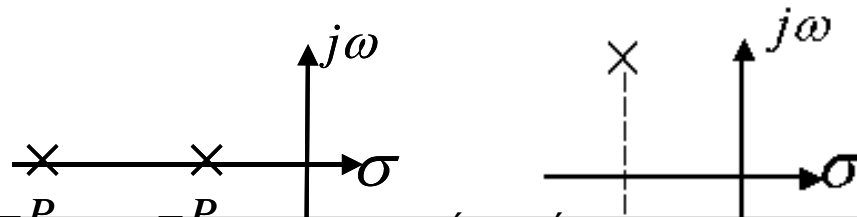


$$a_0 y + a_1 \dot{y} + a_2 \ddot{y} = b_0 x + b_1 \dot{x} + b_2 \ddot{x}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 + b_1(s) + b_2 s^2}{a_0 + a_1(s) + a_2 s^2}$$

► Sistema de segundo orden simple

$$G(s) = \frac{b_0}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2}$$



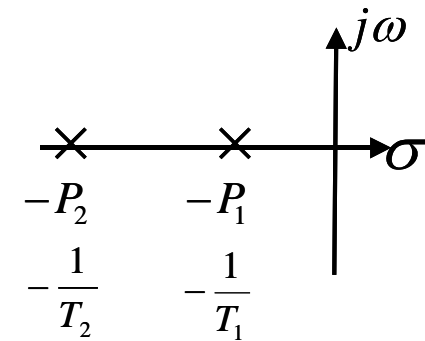
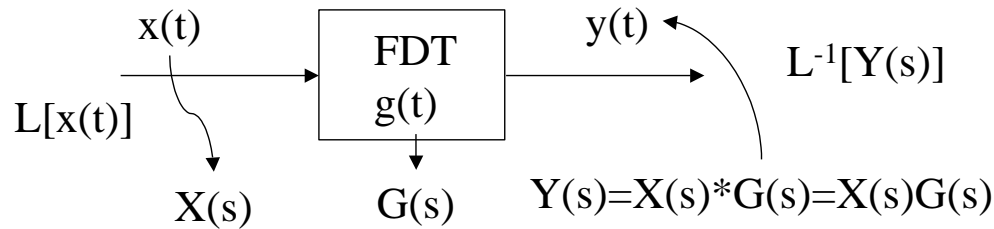
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Sistemas sobre-amortiguados de segundo orden

► Polos reales

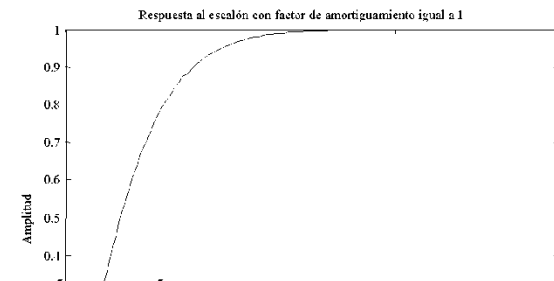


$$G(s) = \frac{b_0}{(s + p_1)(s + p_2)}$$

► Respuestas al escalón unitario

$$Y(s) = \frac{1}{s} \frac{b_0}{(s + p_1)(s + p_2)} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s + p_1} + \frac{k_3}{s + p_2}$$

$$v(t) = k_1 + k_2 e^{-p_1 t} + k_3 e^{-p_2 t}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

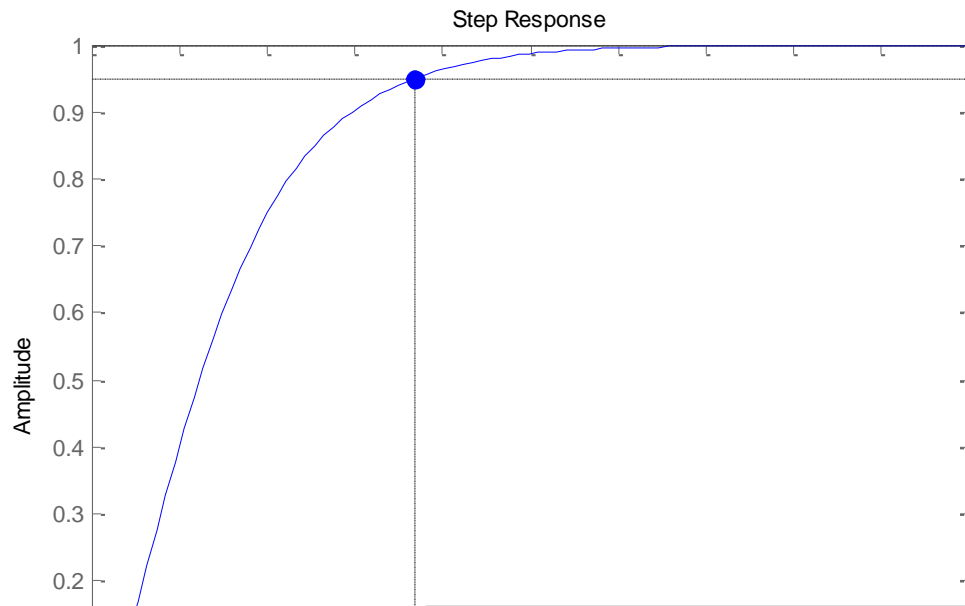
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicios

Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G_5(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

$$G_6(s) = \frac{2}{(s+1)(s-2)}$$



```
>>g5=tf(2,poly([-1 -2]))  
>>step(g5)
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

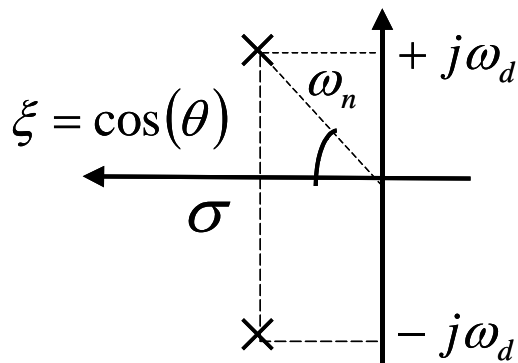
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Sistemas sub-amortiguados de segundo orden

► Polos complejos y conjugados

► Parámetros: k, ω_n y ξ



$$G(s) = \frac{k}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{-2\xi\omega_n \pm \sqrt{(2\xi\omega_n)^2 - 4\omega_n^2}}{2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\sigma = \xi\omega_n$$

$$\omega_n^2 = \sigma^2 + \omega_d^2$$

$$0 \leq |\xi| \leq 1$$

$$\xi = \cos\theta$$

$$0 \leq |\xi| \leq 1$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

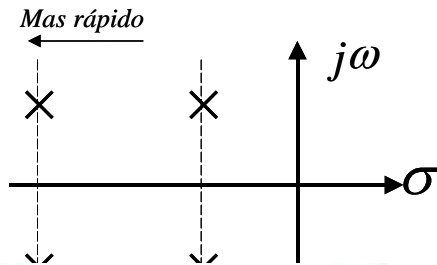
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Respuesta al impulso de un sistema de segundo orden sub-amortiguado

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{k\omega_n^2}{(s + \sigma - j\omega_d)(s + \sigma + j\omega_d)} = \frac{k_1}{(s + \sigma - j\omega_d)} + \frac{k_2}{(s + \sigma + j\omega_d)}$$

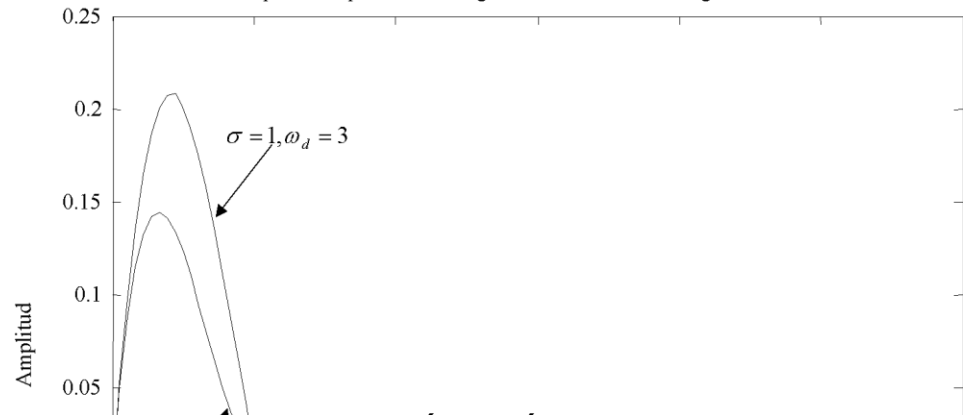
$$\left. \begin{aligned} k_1 &= [(s + \sigma - j\omega_d)G(s)]_{s=-\sigma+j\omega_d} = \frac{k\omega_n^2}{2j\omega_d} = \frac{k\omega_n}{2j\sqrt{1-\xi^2}} \\ k_2 &= [(s + \sigma + j\omega_d)G(s)]_{s=-\sigma-j\omega_d} = \frac{k\omega_n^2}{-2j\omega_d} = \frac{-k\omega_n}{2j\sqrt{1-\xi^2}} \end{aligned} \right\}$$

$$g(t) = \frac{k\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\sigma t} \left(\frac{e^{+j\omega_d t} - e^{-j\omega_d t}}{2j} \right) = \frac{k\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\sigma t} \text{sen}(\omega_d t)$$



Cartagena99

Respuesta impulsional con igual frecuencia de amortiguamiento



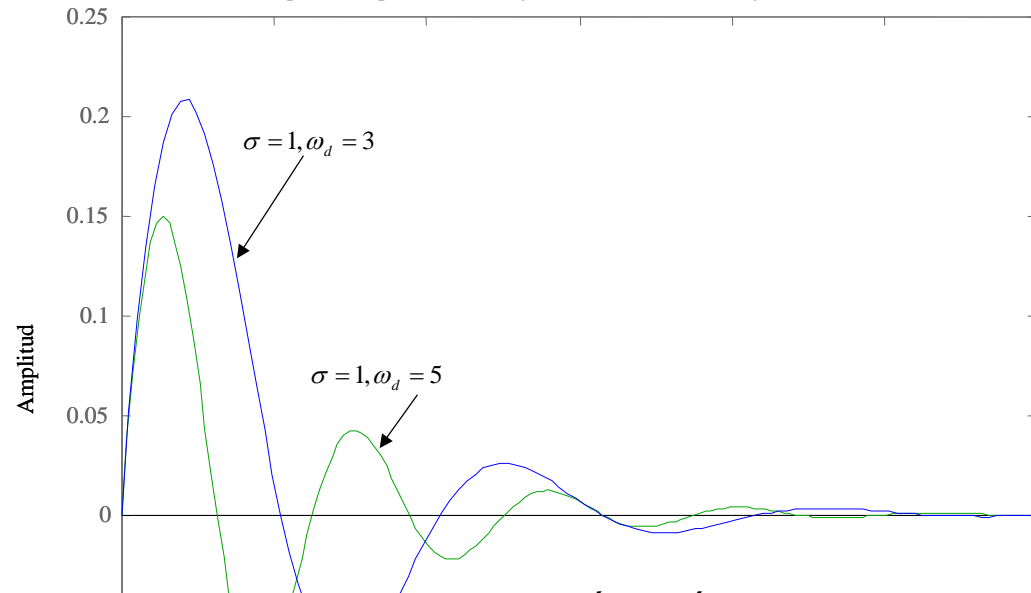
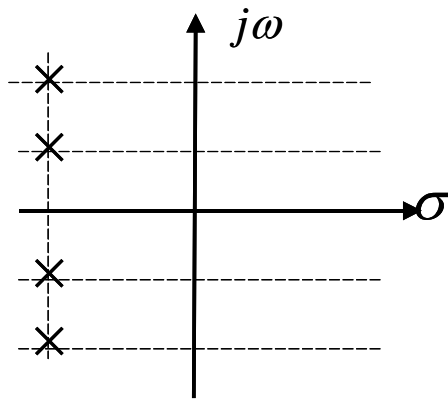
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Respuesta al impulso de un sistema de segundo orden sub-amortiguado

$$g(t) = \frac{k\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\sigma t} \left(\frac{e^{+j\omega_d t} - e^{-j\omega_d t}}{2j} \right) = \frac{k\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\sigma t} \text{sen}(\omega_d t)$$

Respuesta impulsional con igual constante de amortiguamiento



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Respuesta al escalón en sistemas de 2º

Situación del polo	Respuesta al escalón	Sistema
		<p>Sobre Amortiguado</p> <p>$\xi > 1$</p>
		<p>Críticamente amortiguado</p> <p>$\xi = 1$</p>

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Respuesta al escalón en sistemas de 2º

	<p>Respuesta al escalón con factor de amortiguamiento igual a 0</p>	<p>Criticamente estable $\xi=0$</p>
		<p>INESTABLE $-1 < \xi < 0$</p>

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

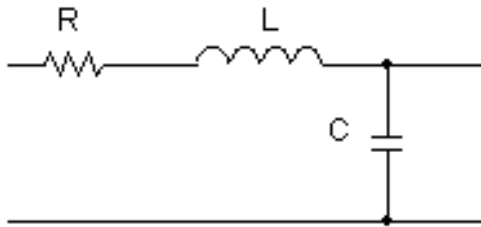
Cartagena99



Ejemplo

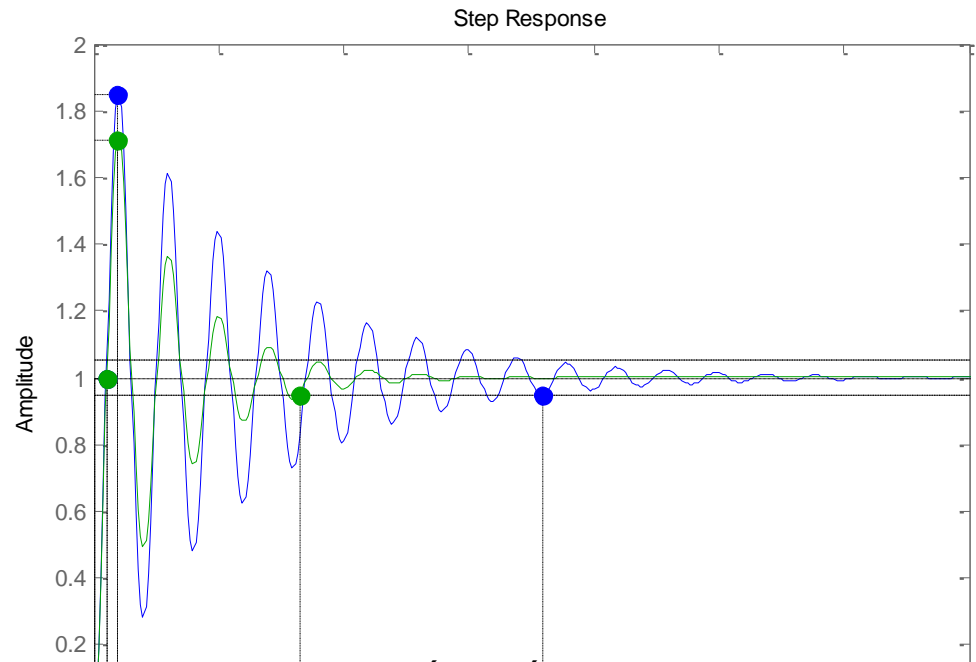
► Respuesta al escalón unitario

- $C = 10 \text{ nF}$, $L = 100 \text{ mH}$ y $R = 330 \Omega / 680 \Omega$



$$\frac{u_s(t)}{u_e(t)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 31623 [\text{rad} / \text{s}]$$

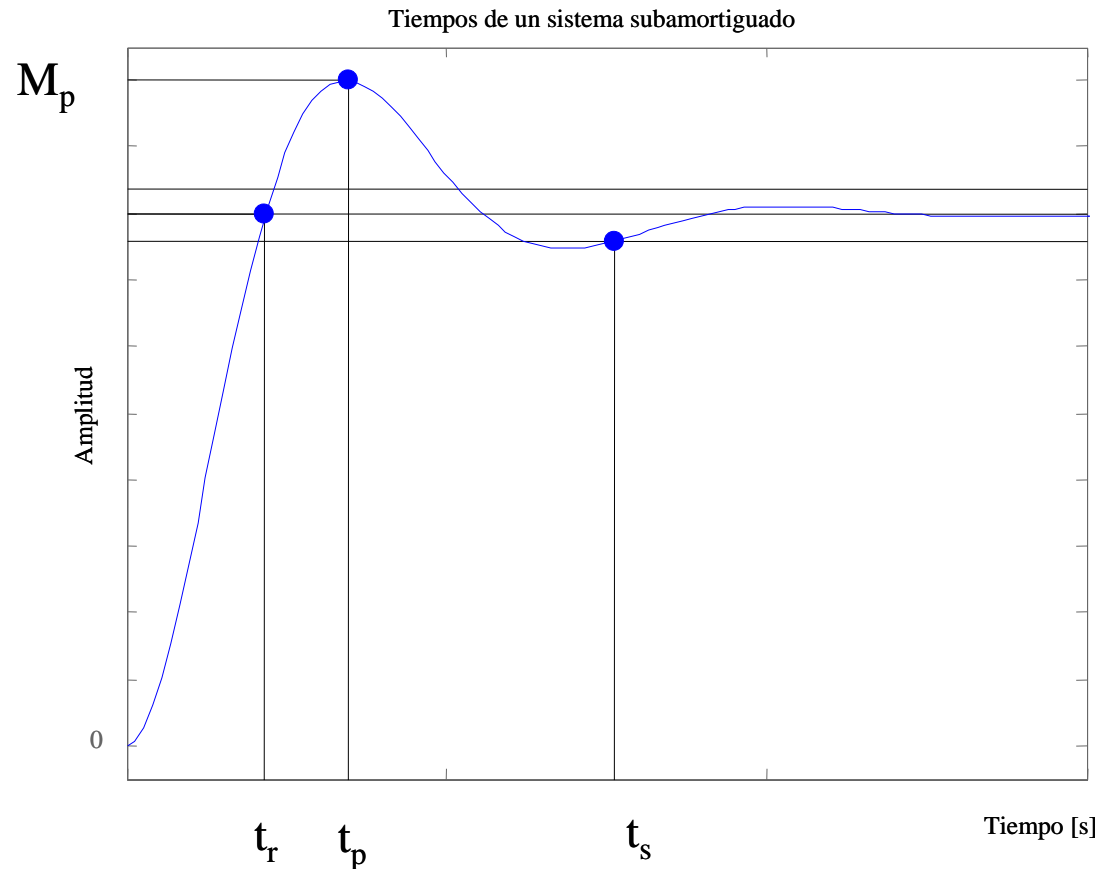
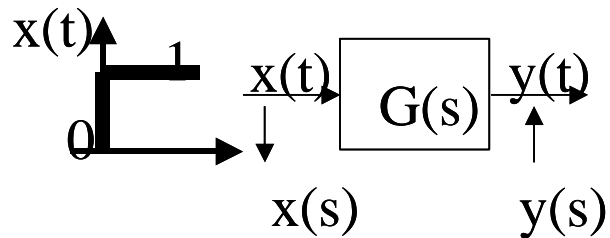


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Respuesta en escalón en sistemas sub-amortiguados



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Tiempo de establecimiento

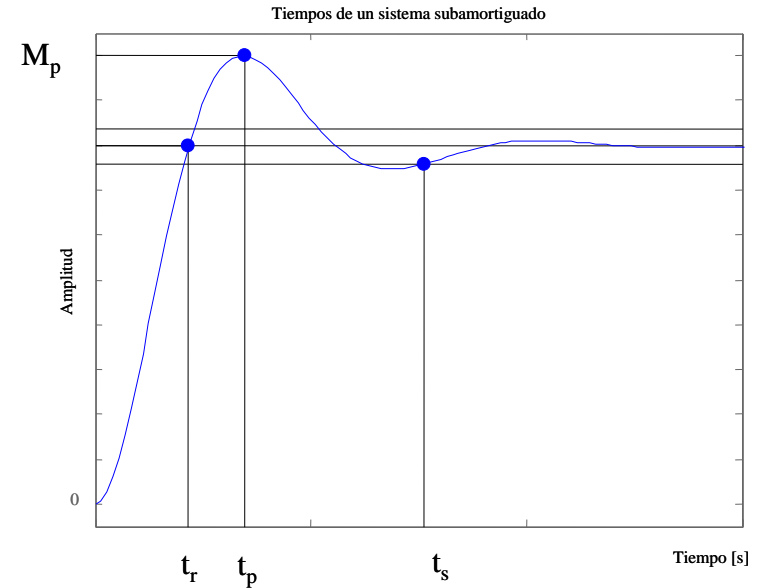
- ▶ t_s : valor de tiempo que el sistema necesita en alcanzar un error del 5% ó 2%, según criterio, del valor final del régimen permanente.

$$y(t) = k \left(1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sen}(\omega_d t + \theta) \right)$$

$$\frac{e^{-\sigma t_s}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cong 0.05 = e^{-\pi}$$

$$\xi \ll 1 \rightarrow t_s \cong \frac{\pi}{\sigma}$$

$$\uparrow \sigma \rightarrow \downarrow t_s$$



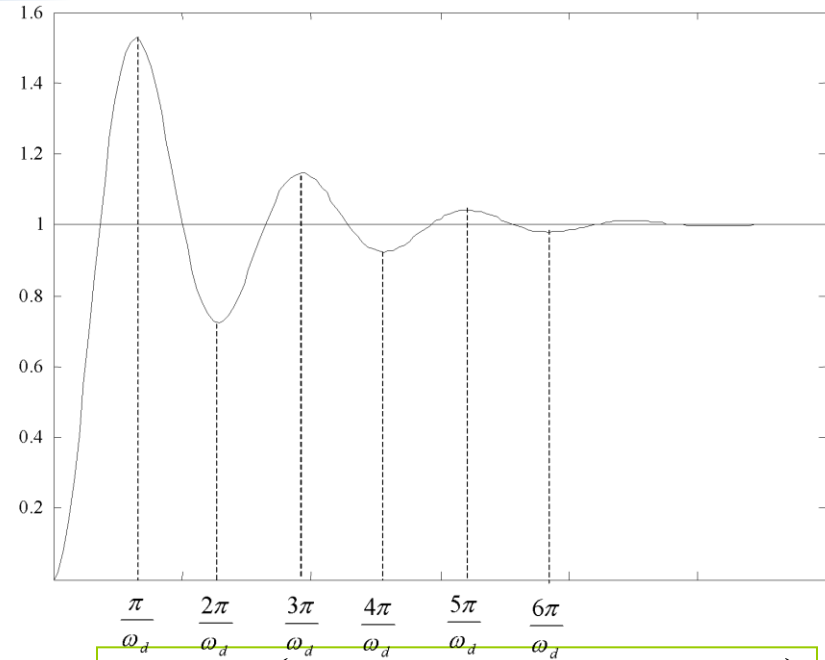
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Tiempo de pico

- ▶ t_p : intervalo de tiempo en darse la máxima amplitud de salida (sólo es válido si el factor de amortiguamiento está entre 0 y 0.7). En caso contrario, no habrá sobreoscilación y no tiene sentido este parámetro.



$$y(t) = k \left(1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sen}(\omega_d t + \theta) \right)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = 0 = -k \left(\frac{(-\sigma) \cdot e^{-\sigma t_p}}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sen}(\omega_d t_p + \theta) + \frac{e^{-\sigma t_p}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos(\omega_d t_p + \theta) \cdot \omega_d \right) \quad \operatorname{tg}(\omega_d t_p + \theta) = \frac{\omega_d}{\sigma} = \frac{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}{\xi \omega_n} = \operatorname{tg}(\theta)$$

Cartagena99

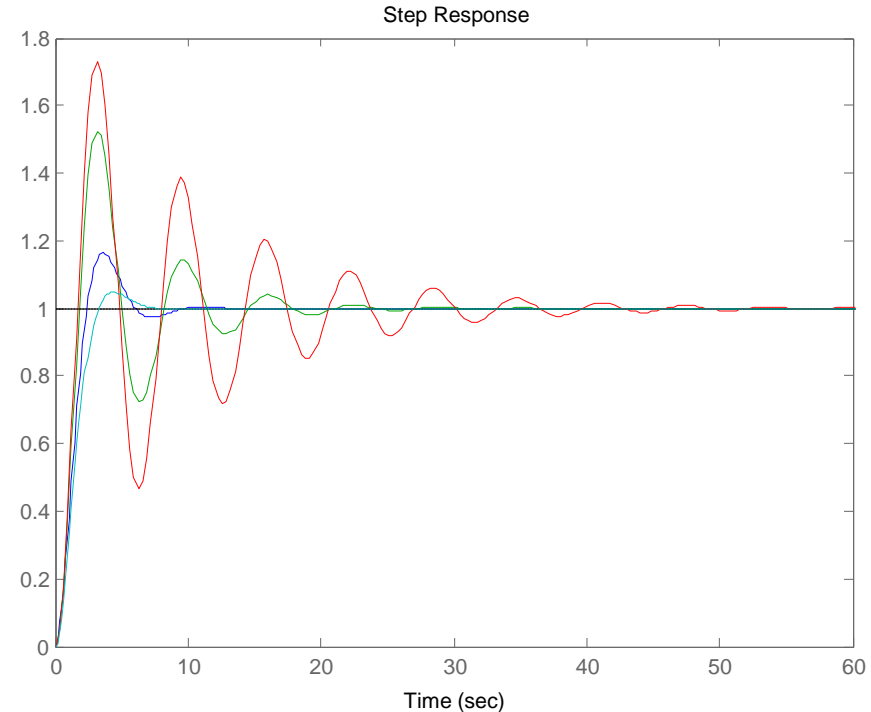
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Sobreoscilación

- ▶ M_p : Valor de pico máximo de la salida ponderado con el valor final. Sólo sucede si el factor de amortiguamiento está entre 0 y 0.707
- ▶ Compromiso entre estabilidad y rapidez (diseño):
 - ▶ el factor de amortiguamiento debe estar entre 0.4 y 0.7, lo cual significa una sobreoscilación entre el 12% y el 30%



$$M_p = \frac{y_{\max} - y_{rp}}{v} = \frac{k \left(1 - \frac{e^{-\sigma\pi / \omega_d}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \operatorname{sen}(\pi + \theta) \right) - k}{k} = \frac{1 + \left(\frac{e^{-\sigma\pi / \omega_d}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \operatorname{sen}(\theta) \right) - 1}{1}$$

Cartagena99

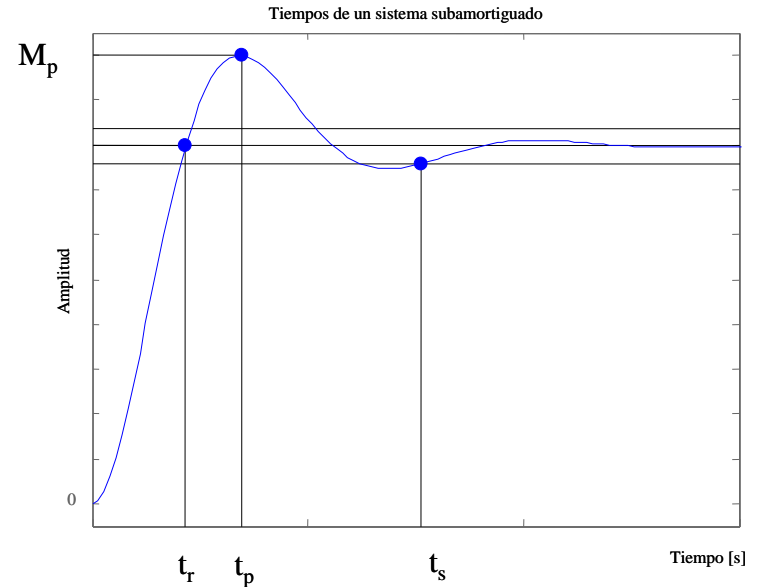
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Tiempo de subida

- ▶ t_r : el tiempo transcurrido en alcanzar por primera vez el 100% del valor final de la señal de salida

$$\frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sen}(\omega_d t_r + \theta) = 0 \rightarrow \operatorname{sen}(\omega_d t_r + \theta) = 0$$



Cartagena99

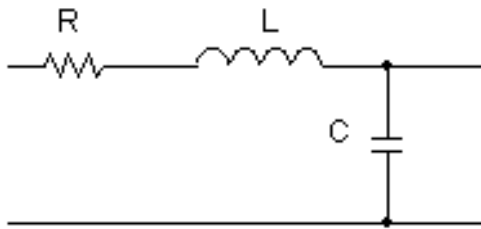
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicio de la práctica

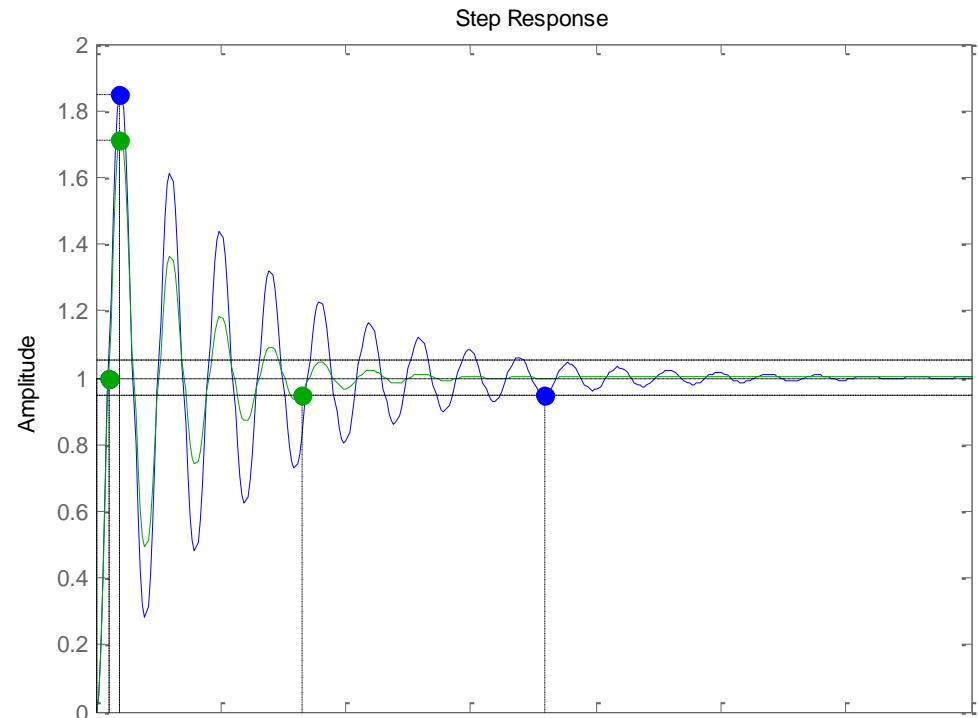
► Respuesta al escalón unitario

- $C = 10 \text{ nF}$, $L = 100 \text{ mH}$ y $R = 330 \Omega / 680 \Omega$



$$\frac{u_s(t)}{u_e(t)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 31623 [\text{rad} / \text{s}]$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejercicio 6.4

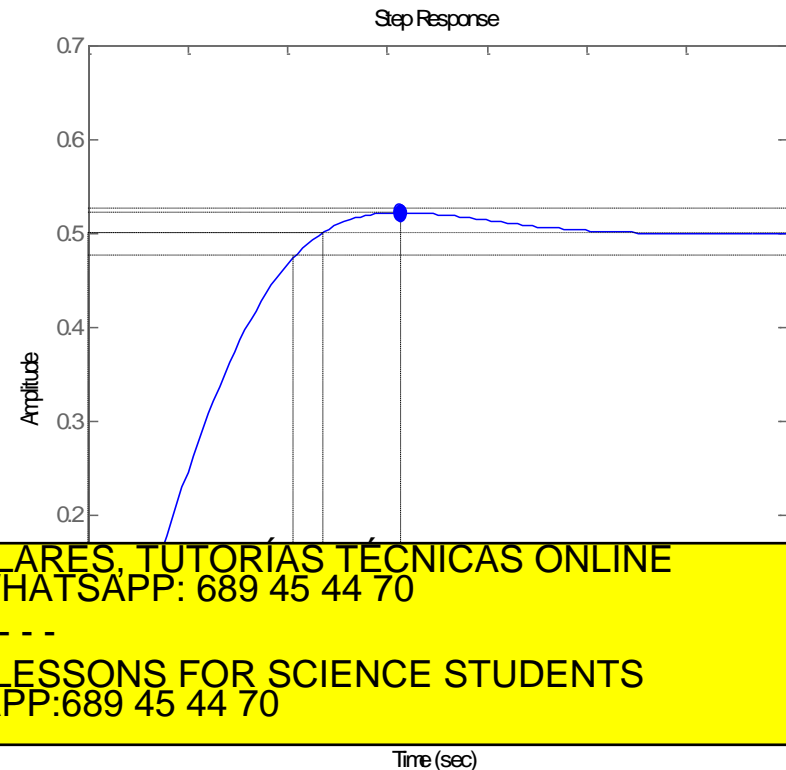
Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G_7(s) = \frac{1}{(s+1+j)(s+1-j)}$$

$$G_8(s) = \frac{1}{(s-1+j)(s-1-j)}$$

$$t_s = 3.14s \quad t_p = 3.14s \quad M_p = 5\% \quad t_r = 2.3s$$

```
>>g7=tf(1,poly([-1+j -1-j]))  
>>step(g7)
```



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejercicio 6.4

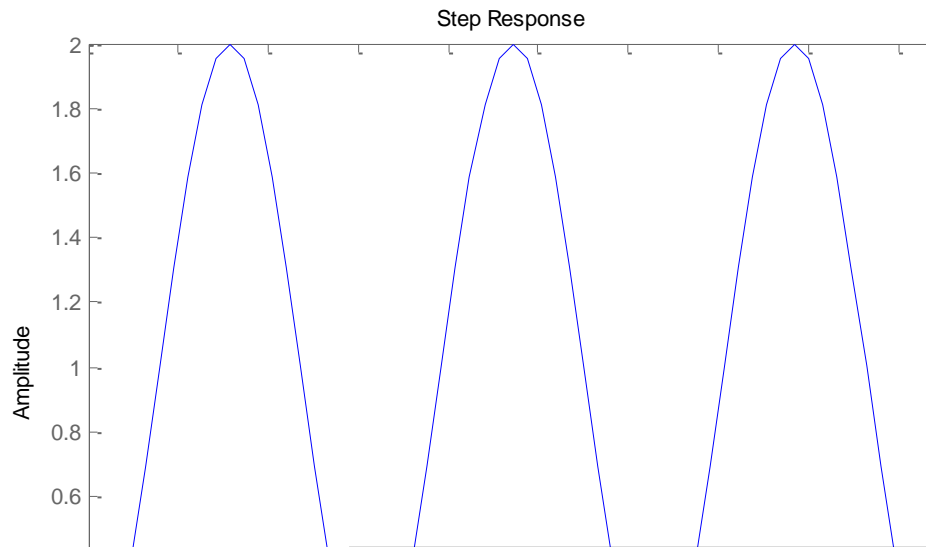
Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G_9(s) = \frac{1}{(s^2 + 1)}$$

$$G_{10}(s) = \frac{1}{(s^2 - 1)}$$

$$t_s = \infty s \quad t_p = 3.14s \quad M_p = 100\% \quad t_r = 1.57s$$

$$\underline{y_9(t) = 1 - \cos(t)}$$



```
>>g9=tf(1,[1 0 1])  
>>step(g9)
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

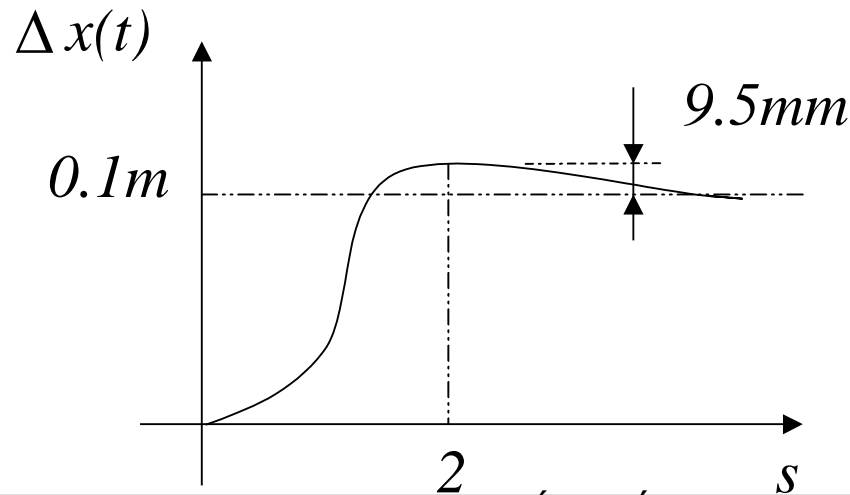
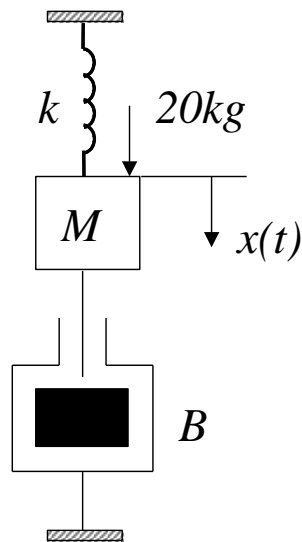
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

time (sec)

Ejercicio 6.9

El sistema de la figura responde ante una aplicación brusca de una fuerza de 20kg apartándose de su posición de equilibrio como se indica a continuación. Determinar M , B y k .

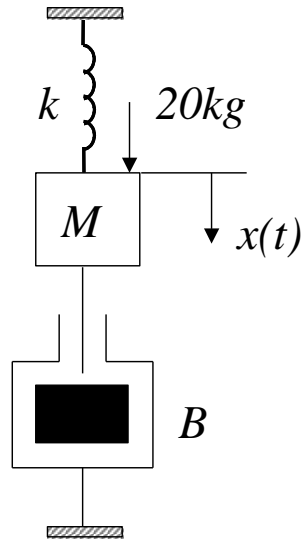


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

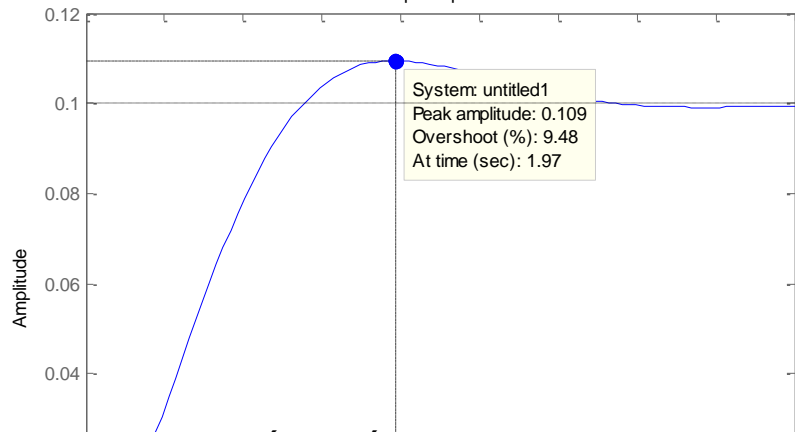
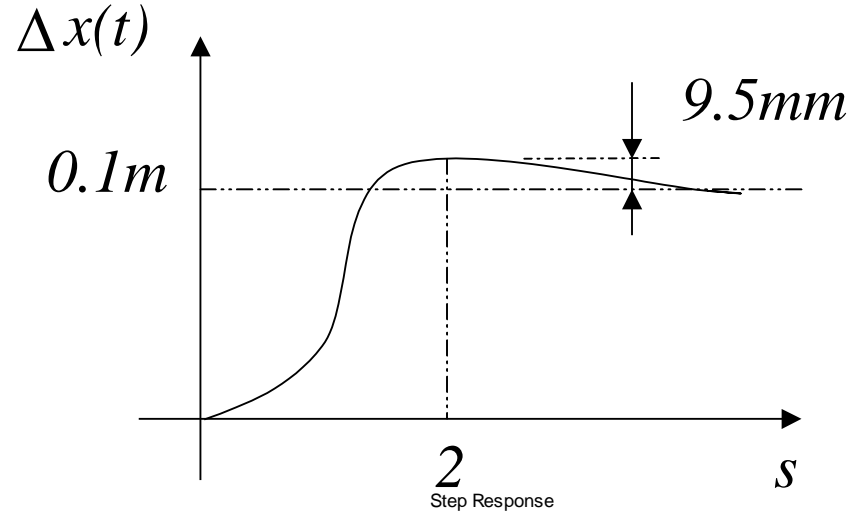
Ejercicio 6.9



$$k = 2000 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$\omega_d = \frac{\pi}{2} \quad M_p = 9.5\% \rightarrow \theta = 53^\circ$$

$$\omega_n = 2 \quad \xi = 0.6$$



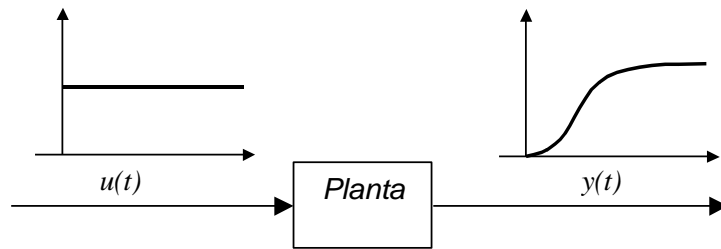
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

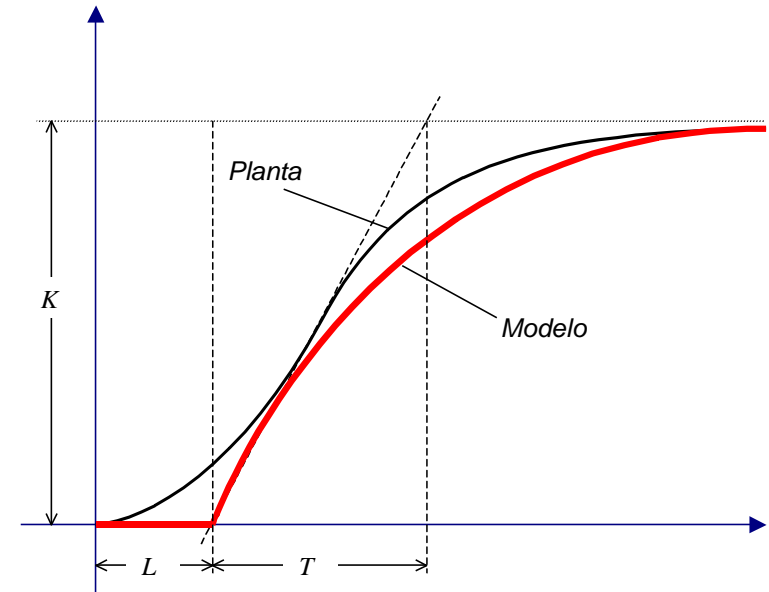
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Plantas Ziegler-Nichols

► Modelo & experimentación



$$G_p(s) \approx e^{-sT_d} \frac{k}{1+sT}$$



► Aproximación de Pade:

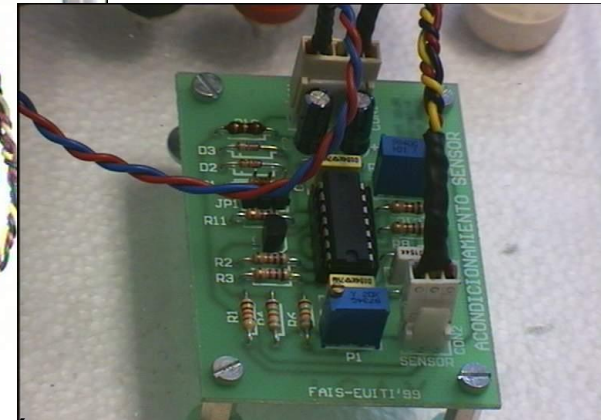
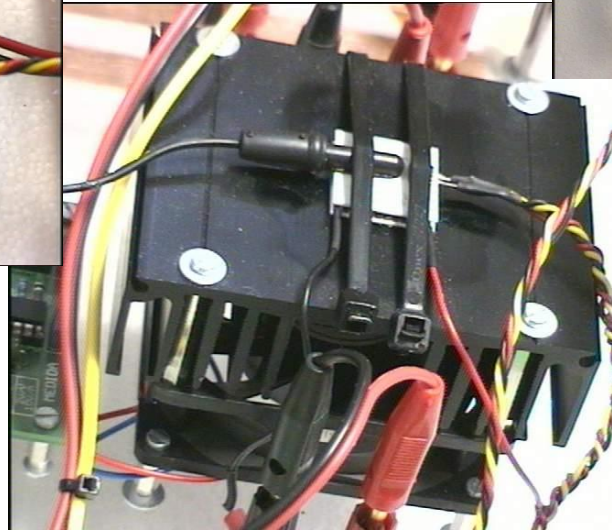
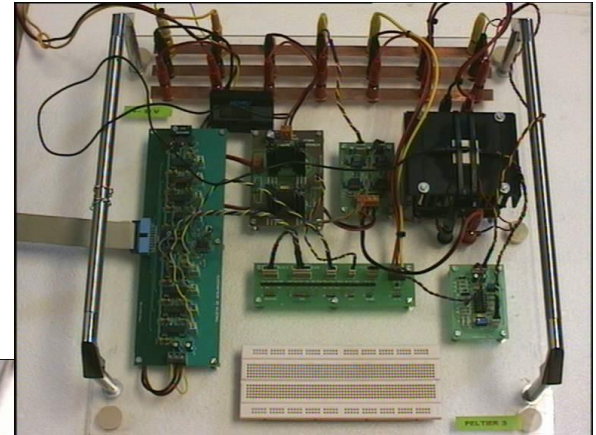
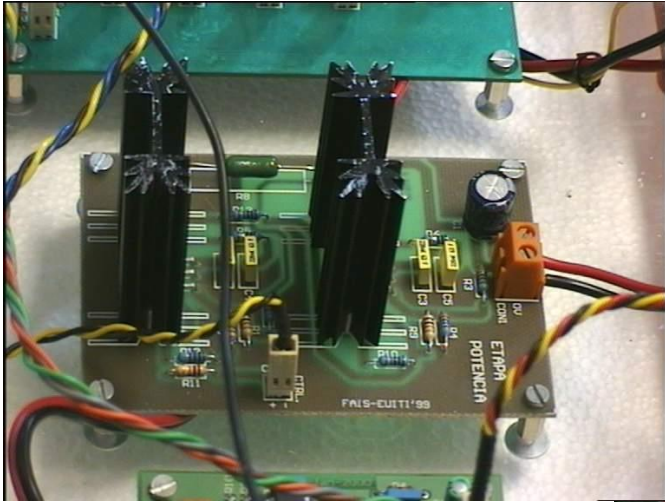
$$e^{-sT_d} = \frac{1 - T_d \frac{s}{2}}{1 + T_d \frac{s}{2}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

El equipo Peltier

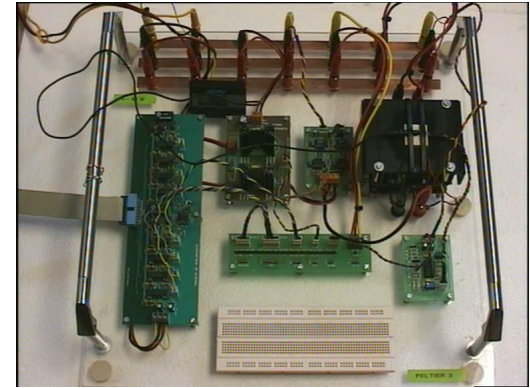
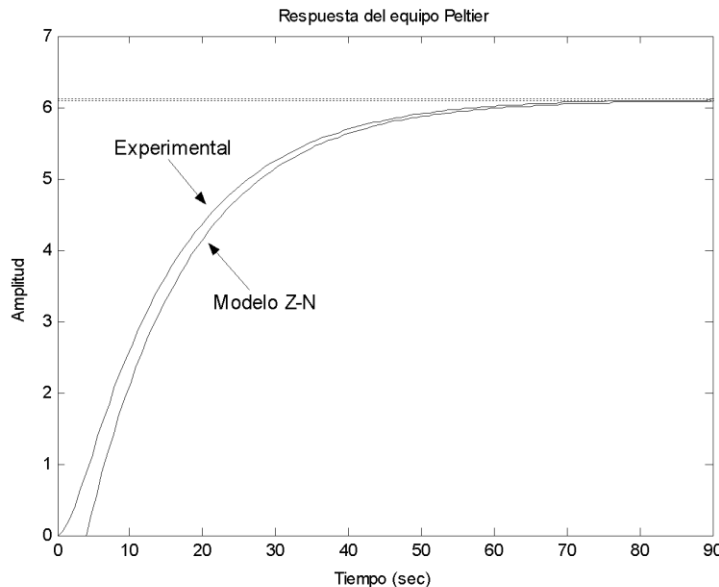
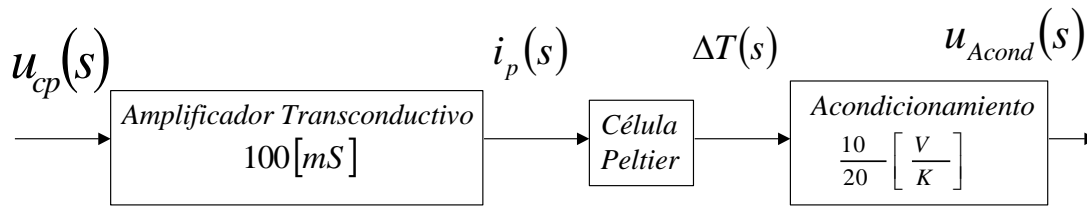


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Modelo Ziegler-Nichols



$$k = \frac{6.12}{5} = 1.22$$

$$T_d = 4s$$

$$3T = 45 - 4 = 41s \rightarrow T = \frac{41}{3} = 13.66s$$

$$1.22 / (4 \cdot 13.66)$$

$$0.09$$

$$0.045$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$T + 15.00S$$

$$T + 2S$$

$$T + 15.00S$$

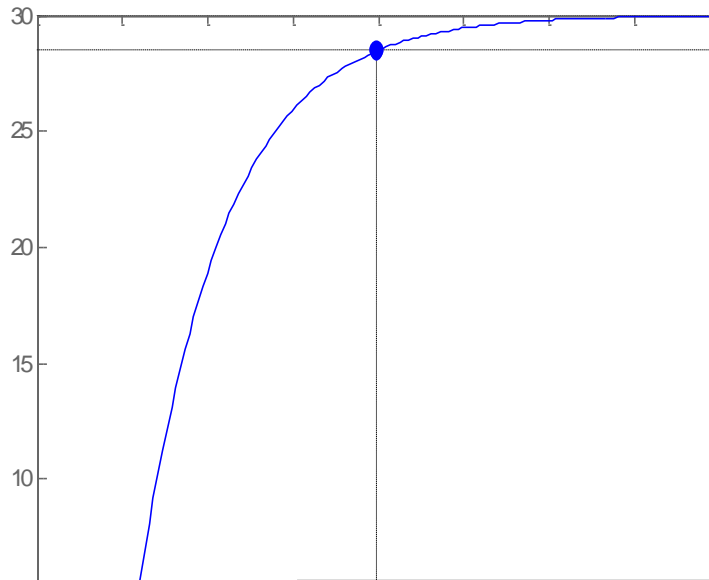
$$S + 0.5 S + 0.075$$

Cartagena99

Ejercicio

Dibujar la respuesta al escalón del sistema de:

$$G(s) = 3\frac{e^{-10s}}{s+0.1}$$



```
g=tf(3,[1 0.1],'InputDelay',10);  
step(g)
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70