

Capítulo 7: Sistemas de orden superior

carlos.platero@upm.es (C-305)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
-- --
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, green, cursive font. The text is set against a background of a light blue and orange abstract shape that resembles a stylized sun or a wave.

ulo 7: Sistemas de orden superior

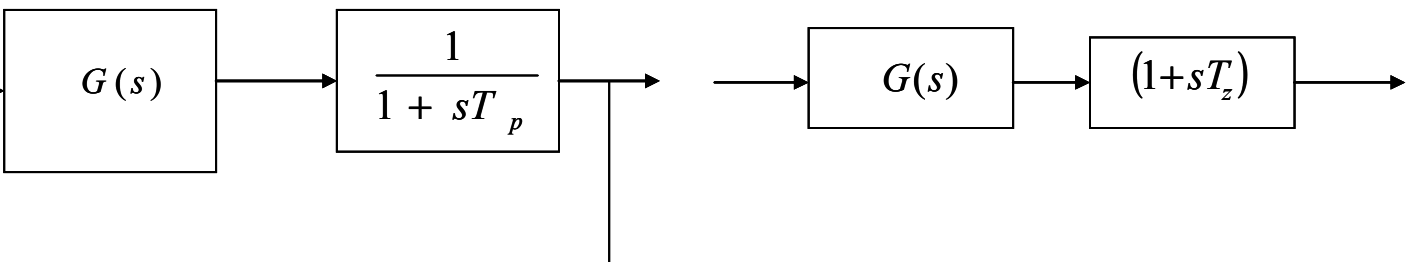


ivos de la lección

encia en la adición de polos y ceros

la cadena abierta

serie



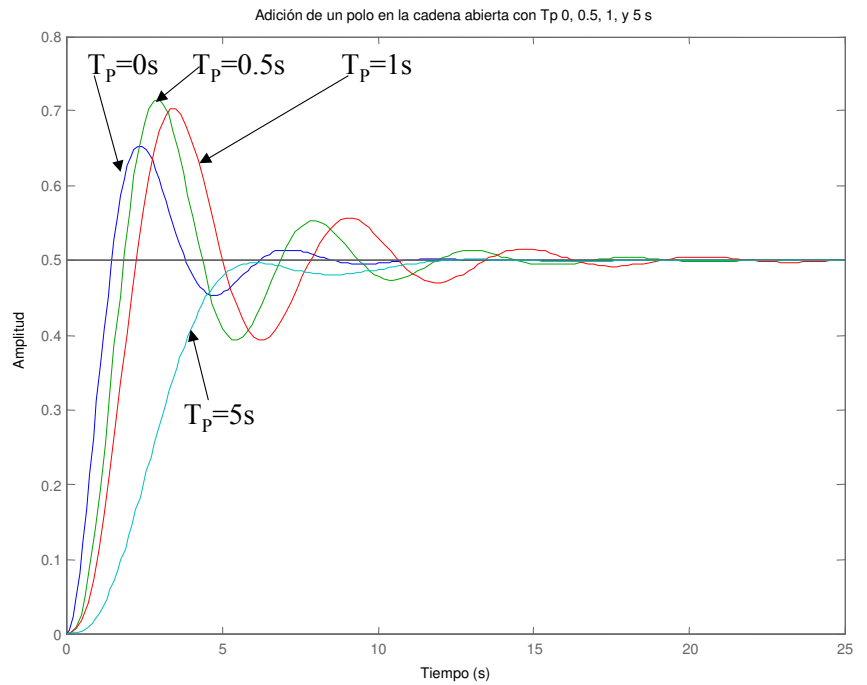
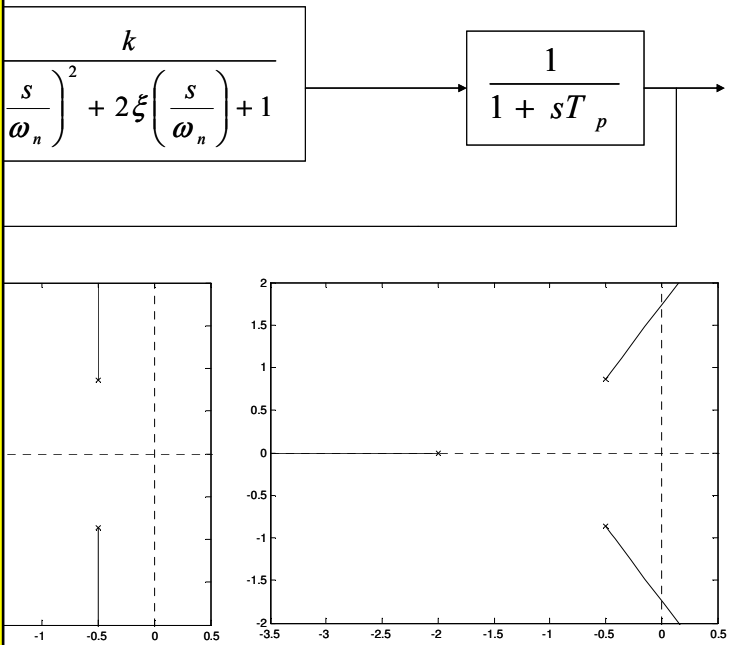
emas equivalente reducido

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
--
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Adición de un polo en la cadena abierta

Los polos de la C.A. hacen alejar las ramas del LDR

$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$



%Herramienta de Matlab
rltool(tf(1,[1 1 1]))

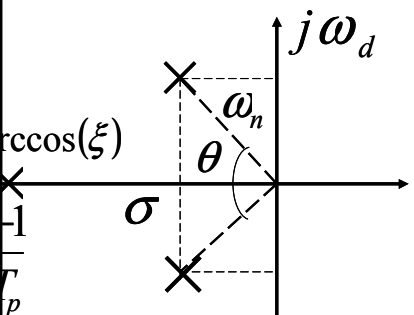
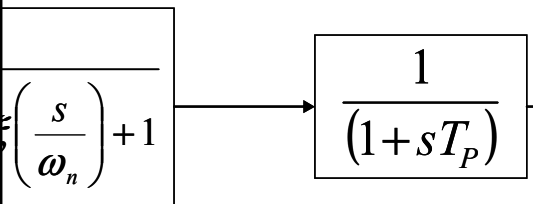
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

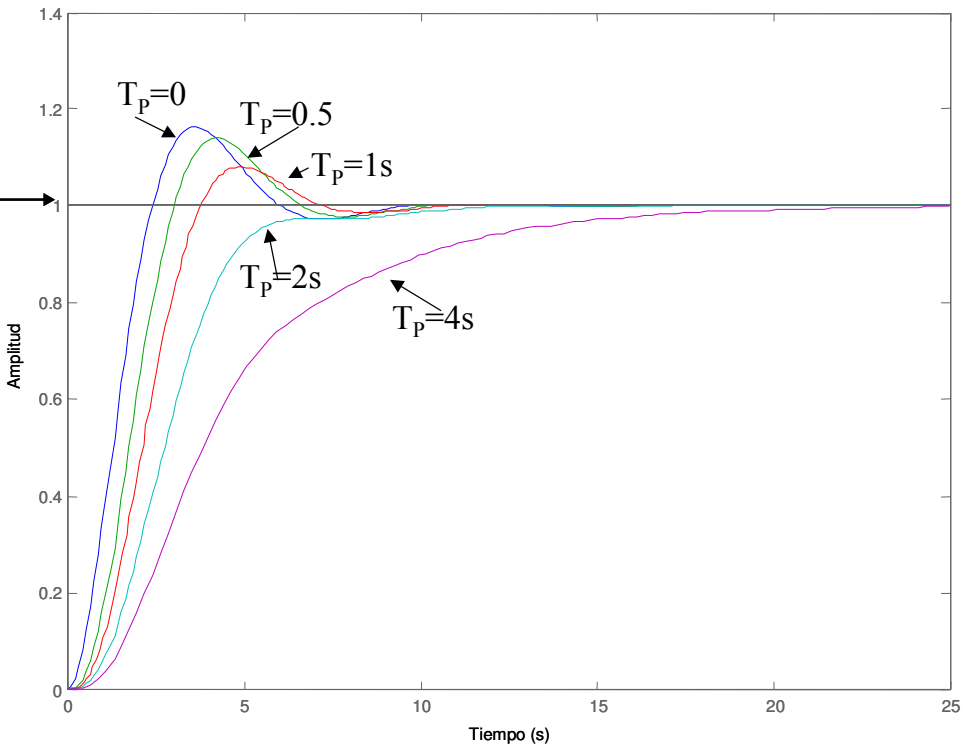
Adición de un polo en serie

Los polos en serie son filtros paso-bajo

$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k=1)$$



Adición de un polo en la cadena cerrada con T_p 0, 0.5, 1, 2 y 4 s



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

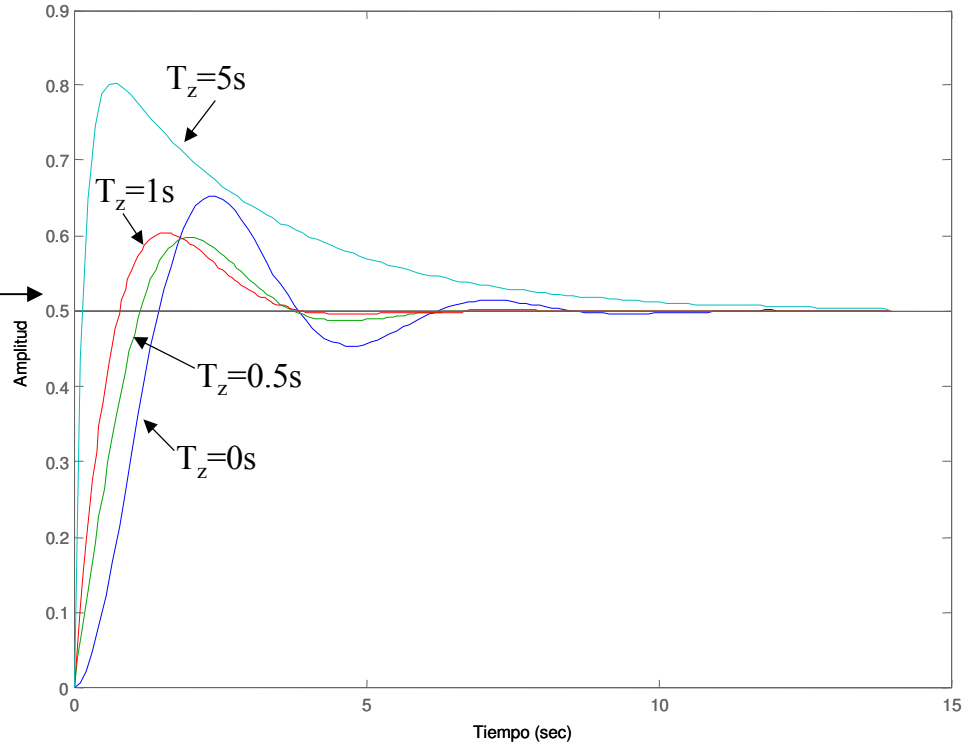
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



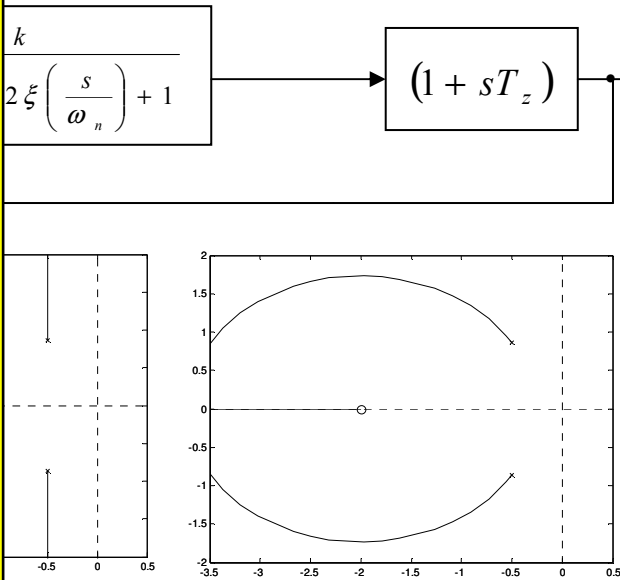
Adición de un cero en cadena abierta

Ceros de la C.A. hacen atraer las ramas del LDR

Adición de un cero en la cadena abierta con $T_z = 0, 0.5, 1, \text{ y } 5 \text{ s}$



$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$



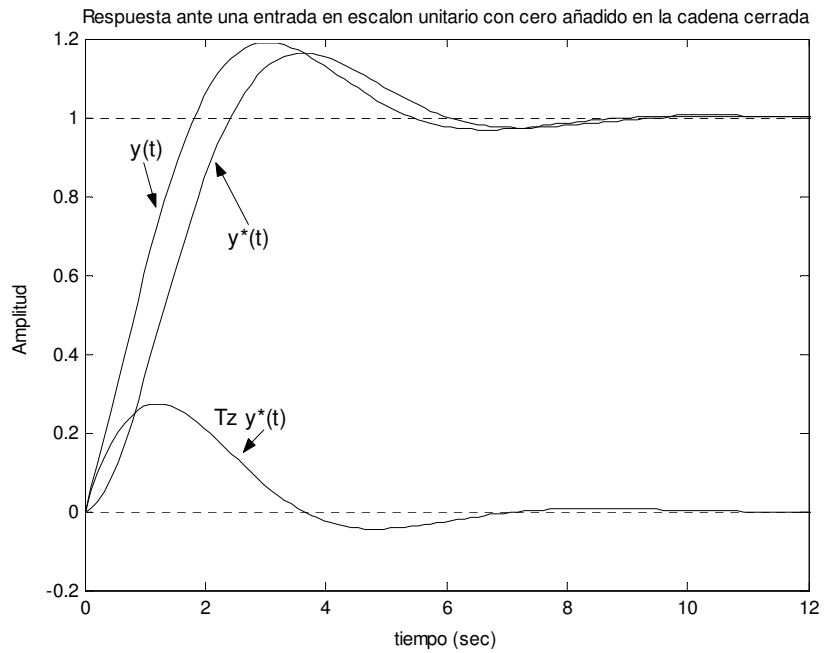
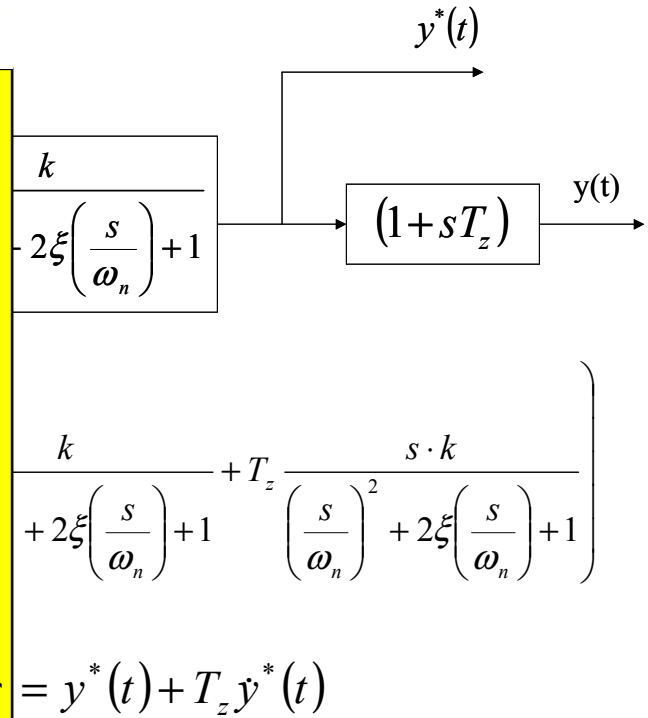
```
%Herramienta de Matlab
rltool(tf(1,[1 1 1]))
```

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Adición de un cero en serie

Los ceros en serie tienen carácter predictivo



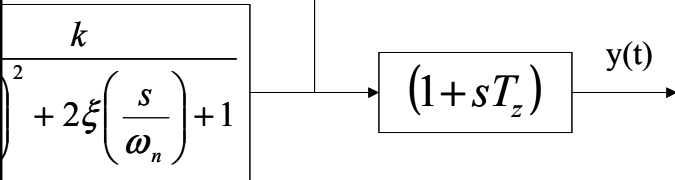
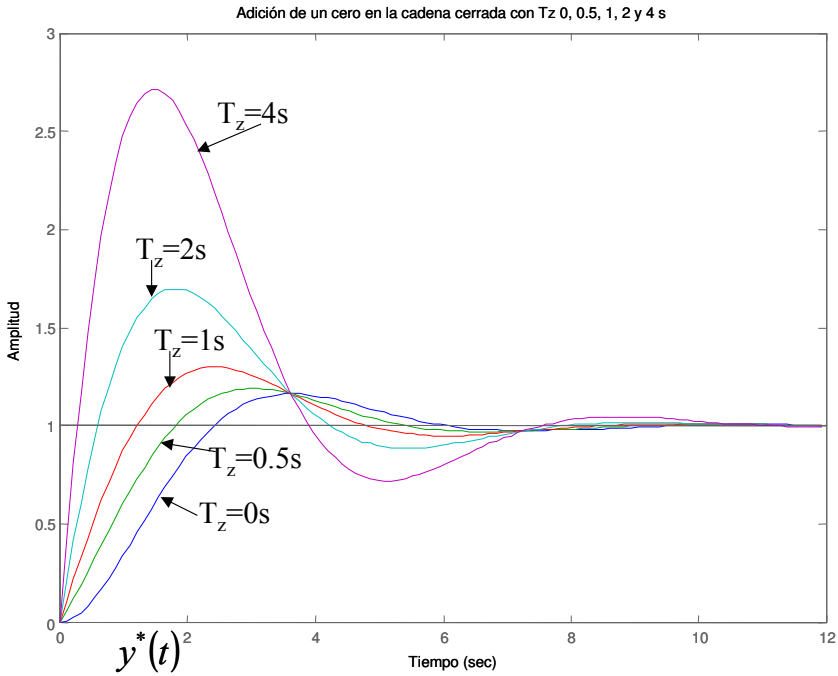
$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Adición de un cero en serie

Los polos en serie tienen carácter predictivo



$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

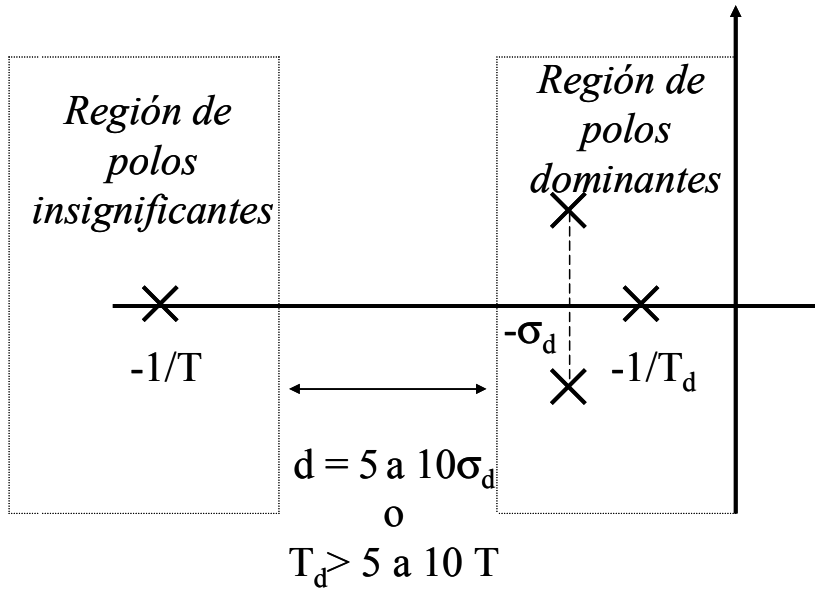
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

na equivalente reducido

as de reducir el modelo

os dominantes

relación de polos y ceros próximos entre sí.



ldad de las respuestas del sistema y su equivalente reducido

$$\lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sY_{eq}(s)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

er la respuesta aproximada al escalón unitario de los sistemas

$$G_1(s) = \frac{3(s+5)}{(s^2 + 2s + 5)(s+3)}$$

$$G_2(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s^2 + 20s + 15)}$$

$$\zeta = -1 \pm j2 \quad G_{eq}(s) \approx \frac{3k^*}{s^2 + 2s + 5} \Rightarrow Y_{eq}(0) = \frac{3 \cdot k^*}{5} = Y_1(0) = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 3} = 1 \Rightarrow G_{eq}(s) \approx \frac{5}{s^2 + 2s + 5}$$

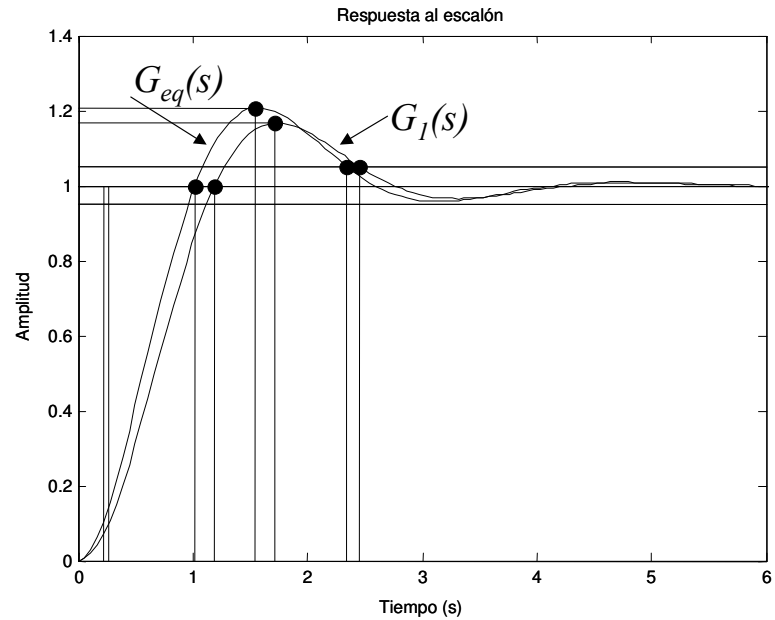
$$\omega = \frac{\pi}{\sigma} = \pi$$

$$\omega = \frac{\pi}{2} = 1.57s$$

$$\omega = \arctg 2 = 1.1 \text{ rad}$$

$$\omega = \frac{\pi - \vartheta}{2} = 1s$$

$$\sigma_p = e^{-\pi/2} = 0.2079 \hat{<} 20.79\%$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

er la respuesta aproximada al escalón unitario de los sistemas

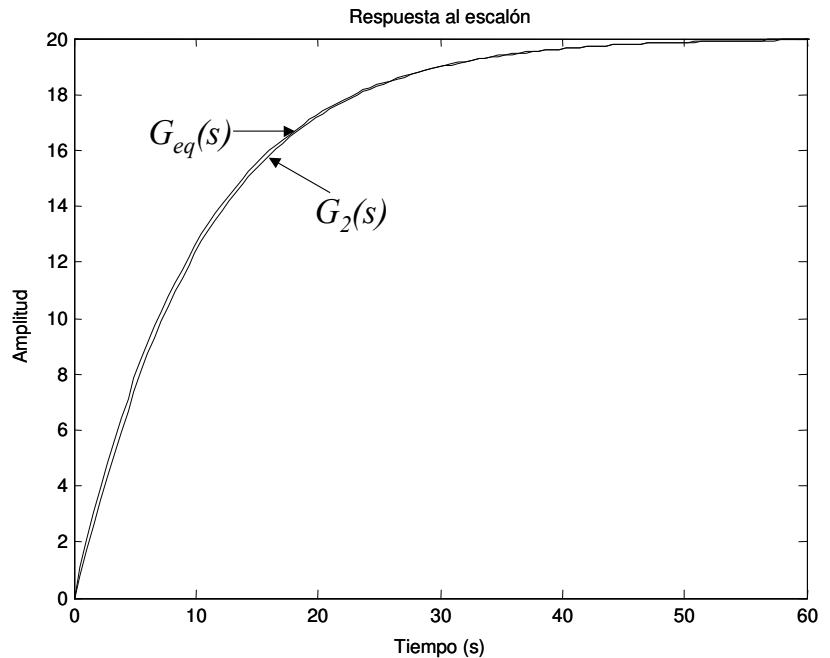
$$G_1(s) = \frac{3(s+5)}{(s^2 + 2s + 5)(s+3)}$$

$$G_2(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s^2 + 20s + 15)}$$

$$G_2(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s^2 + 20s + 15)} = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s+19.22)(s+0.78)}$$

$$Y_{eq}(0) = \frac{k}{0.1} = \frac{30}{0.1 \cdot 19.22 \cdot 0.78} = 20 \Rightarrow G_{eq} = \frac{20}{s+0.1}$$

$$10 = 30s$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

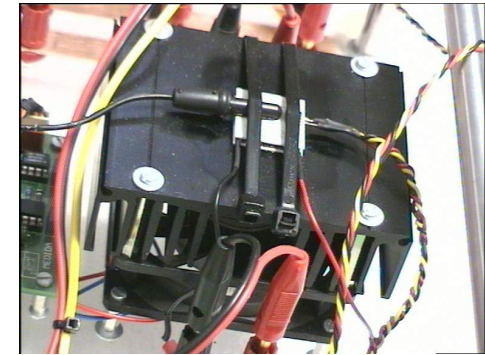
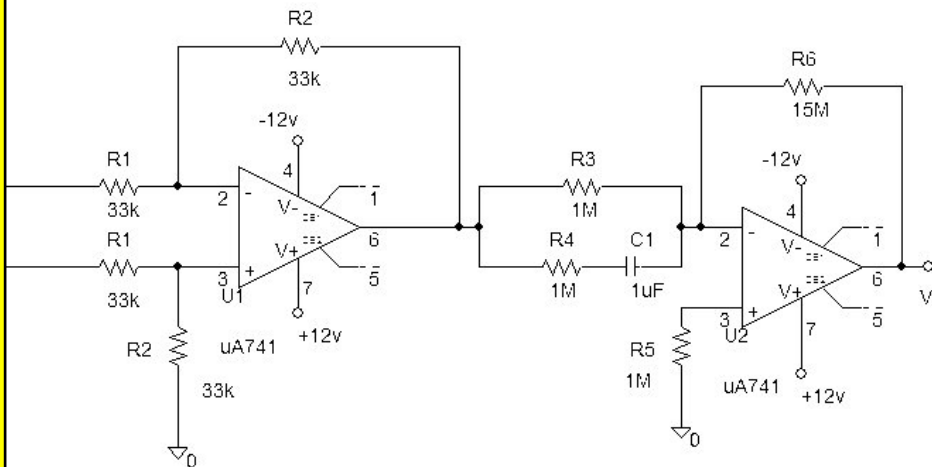
ien de primer parcial

de temperatura de una célula Peltier es realizado mediante un sistema de
ón unitaria. La planta Peltier es modelada mediante la siguiente función de

$$i: \frac{v_s(s)}{v_r(s)} = \frac{0.045}{(s + 0.525)(s + 0.07)}$$

iguiente esquema electrónico, calcular en función de los nombres de las resistencias
ores y demostrar que vale para los valores dados. (4 puntos)

$$\frac{v_r(s)}{u_e(s) - u_s(s)} = 15 \frac{1 + 2s}{1 + 1s}$$

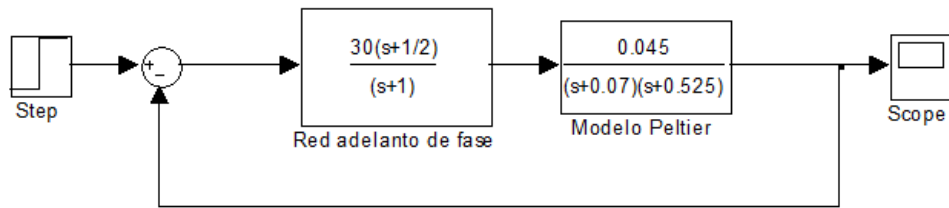
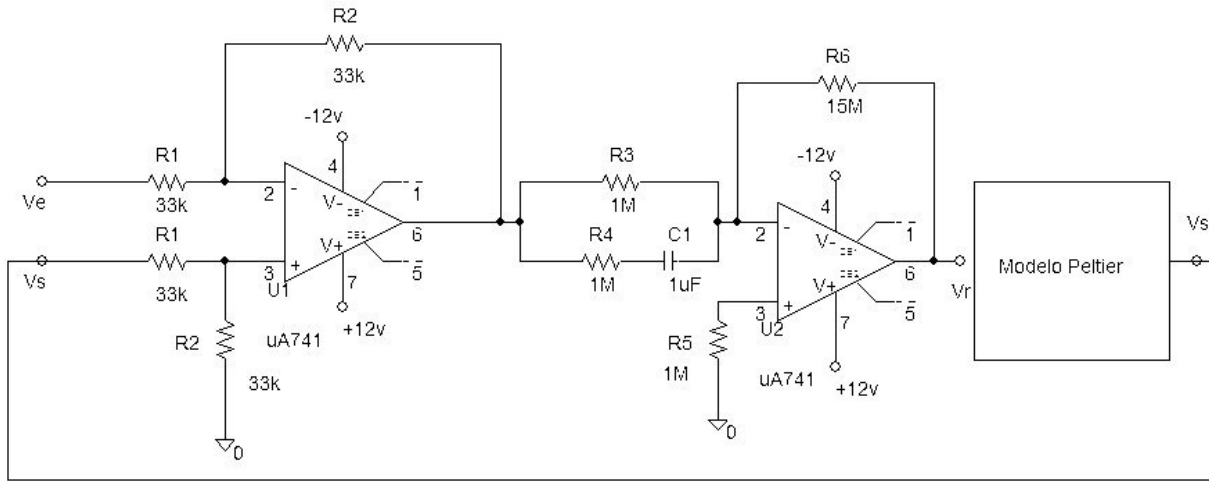


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ien de primer parcial

a de bloques del sistema de control y función de transferencia de la cadena
puntos)



$$\frac{u_s(s)}{u_e(s)} = \frac{15 \frac{1+2s}{1+s} \frac{0.045}{(s+0.07)(s+0.525)}}{1+15 \frac{1+2s}{1+s} \frac{0.045}{(s+0.07)(s+0.525)}} = \frac{1.35(s+0.5)}{s^3 + 1.595s^2 + 1.98s + 0.712}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIÁ WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

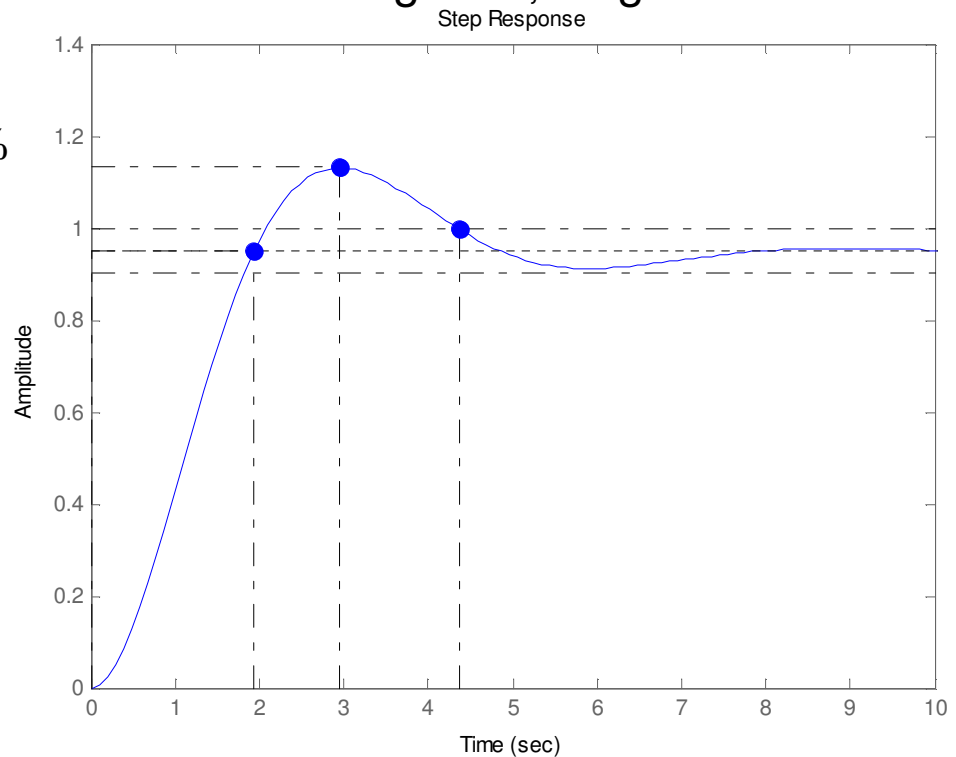
ien de primer parcial

ta temporal ante una entrada en escalón unitario. Utilice el equivalente
abiendo que el sistema tiene un polo en cadena cerrada en -0.495. Indicar
áfica el tiempo de establecimiento, el tiempo de subida, el tiempo de pico y
ilación. (3 puntos)

$$) = \frac{1.35(s + 0.5)}{s^3 + 1.595s^2 + 1.98s + 0.712} = \frac{1.35(s + 0.5)}{(s + 0.496)(s^2 + 1.1s + 1.437)} \cong \frac{1.36}{s^2 + 1.1s + 1.437}$$

s son $-0.55 \pm j1.065$. El sistema es sub-amortiguado, luego los valores
ntos característicos son:

$$2.9s \quad t_r = 1.9s \quad M_p = 19.6\%$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

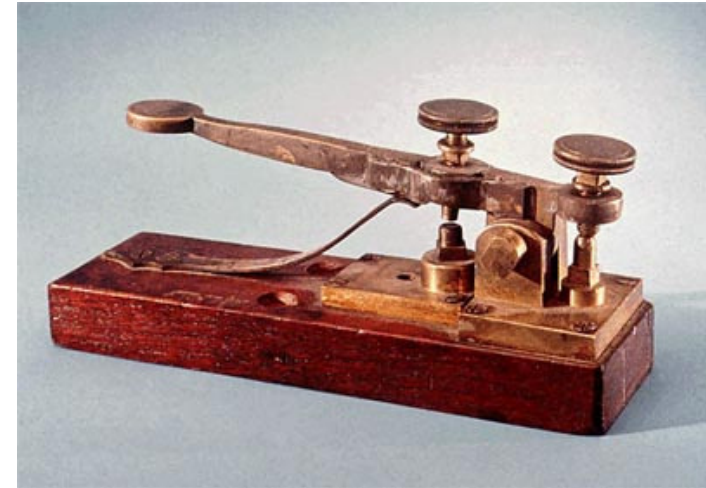
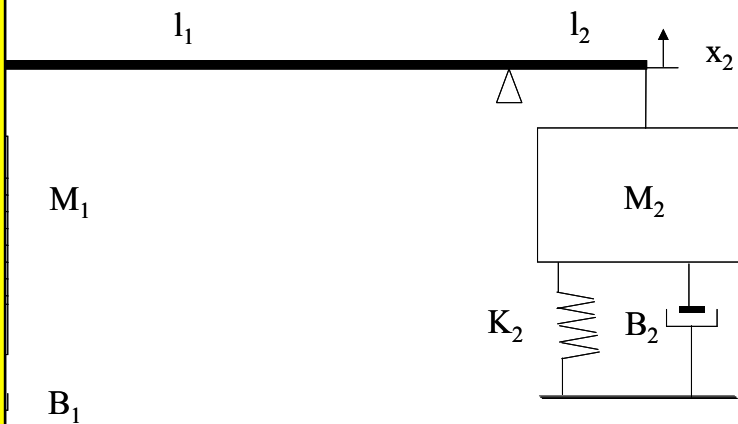
tema 2: Dinámica de un telégrafo

La figura muestra el modelo simplificado de un telégrafo. Ante la recepción de un pulso eléctrico se produce una fuerza magnética proporcional a la corriente de su bobina, originando un desplazamiento en la palanca que provoca el movimiento de la masa del martillo, el cual choca contra una campana, produciendo una onda sonora.

Se pide:

1. Derivar el conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modele la dinámica del telégrafo.

2. Obtener la función de transferencia entre el efecto, $x_2(s)$, y el estímulo, $e(s)$.

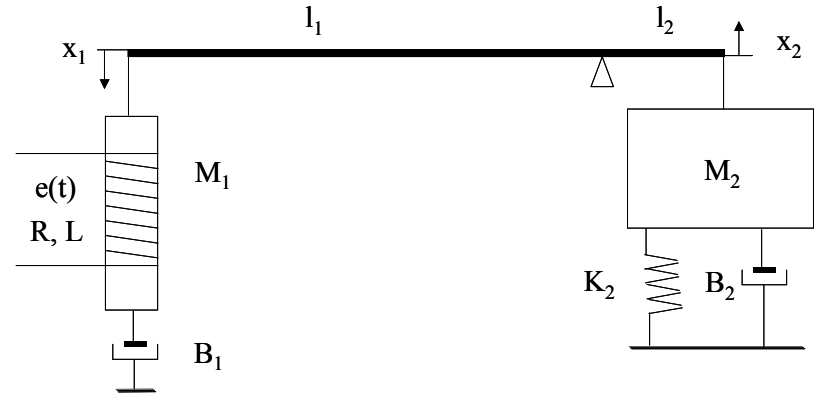


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tema 2: Dinámica de un telégrafo

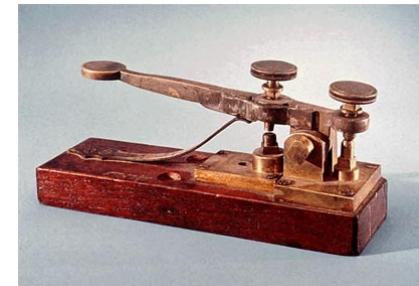
nto de ecuaciones algebro-diferenciales que e la dinámica del telégrafo.

$$\begin{aligned}
 &+ Li(t); \quad f(t) = k_p i(t) \\
 &= M_1 \ddot{x}_1(t) + B_1 \dot{x}_1(t) + f_{r1}(t); \\
 &g + M_2 \ddot{x}_2(t) + B_2 \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t) \\
 &_2(t) l_2; \quad \frac{x_1(t)}{l_1} \cong \frac{x_2(t)}{l_2}
 \end{aligned}$$



uma a bloques y función de transferencia entre el , $x_2(s)$, y la causa, $e(s)$.

$$\frac{\Delta x_2(s)}{\Delta e(s)} = \frac{k_p}{(R + sL) \left(\left(M_1 \frac{l_1}{l_2} + M_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s^2 + \left(B_1 \frac{l_1}{l_2} + B_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s + k_2 \frac{l_2}{l_1} \right)}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIÁ WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tema 2: Dinámica de un telégrafo

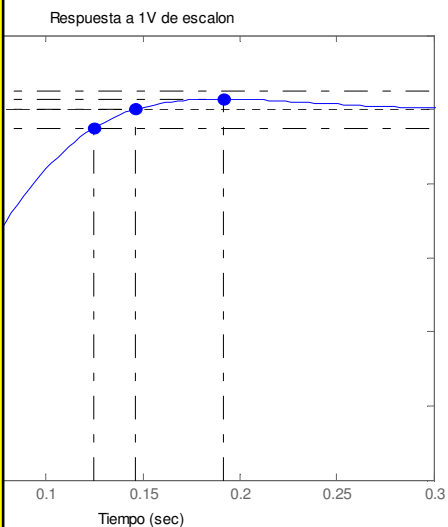
equivalente reducido

$$\frac{k_p}{(10 + s10^{-3}) \left(\left(M_1 \frac{l_1}{l_2} + M_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s^2 + \left(B_1 \frac{l_1}{l_2} + B_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s + k_2 \frac{l_2}{l_1} \right)} = \frac{0.4}{(10 + s10^{-3})(6.4 \cdot 10^{-3} s^2 + 0.24s + 4)}$$

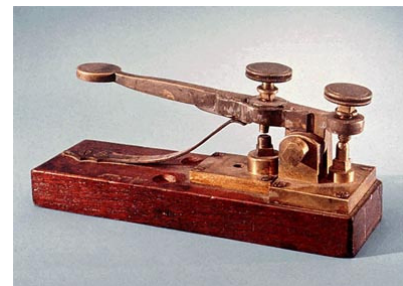
$$s_{1,2} = -18.7 \pm j16.53$$

$$s_3 = -10^4$$

$$\frac{x_2(s)}{e(s)} \approx \frac{0.01}{1.6 \cdot 10^{-3} s^2 + 0.06s + 1}$$



$$t_s = 0.167s \quad t_p = 0.19s \quad t_r = 0.146s \quad M_p = 6\%$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



tema 3

la traslación horizontal de una cámara de vídeo pan-tilt se ha realizado usando una cinta transportadora. En el control se ha utilizado un motor de corriente continua y una reductora. Se pide:

a) Dibujar la estructura de bloques del sistema

b) Diseñar un control que relacione la velocidad de desplazamiento del carro y la tensión en el motor.

c) Si se le aplica una tensión de 10V al motor, determinar la evolución de la velocidad del carro, tanto gráficamente como analíticamente (aplique el modelo de transferencia en régimen permanente reducido).

d) Si se le aplica la señal recibida del anterior apartado, ¿Cuánto se habrá desplazado, aproximadamente, la cámara después de cinco segundos?

Resistencia de armadura = 7.94Ω , Inductancia dispersa = 1.54 mH ,
 Constante de torque del motor = 39.3 mNm/A. , Constante de velocidad de la reductora = 243 rpm/V , Momento de inercia = 6.6 gr cm^2
 Relación de transmisión = $1:198$
 Radio de las poleas = 25 mm ,
 Momento de inercia de las poleas = 1200 gr . Rozamiento viscoso = $10^{-1} \text{ N.m.s/rad}$

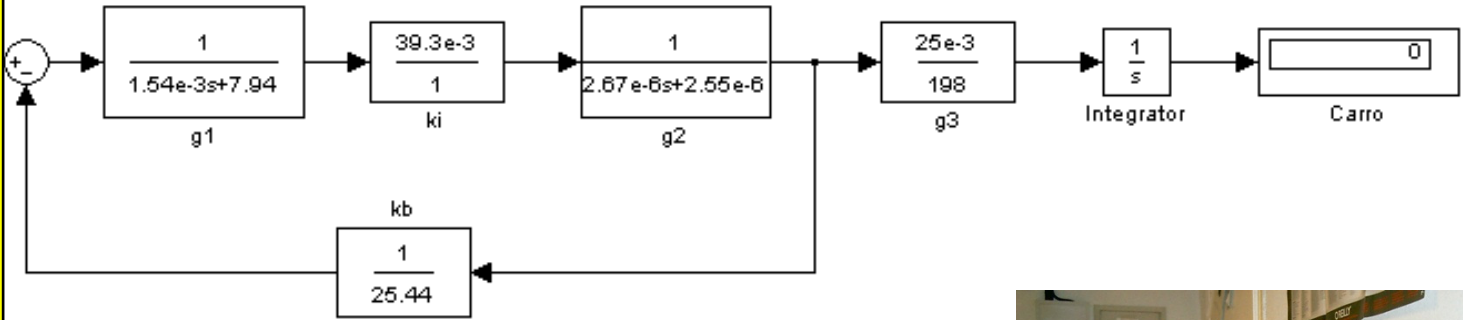
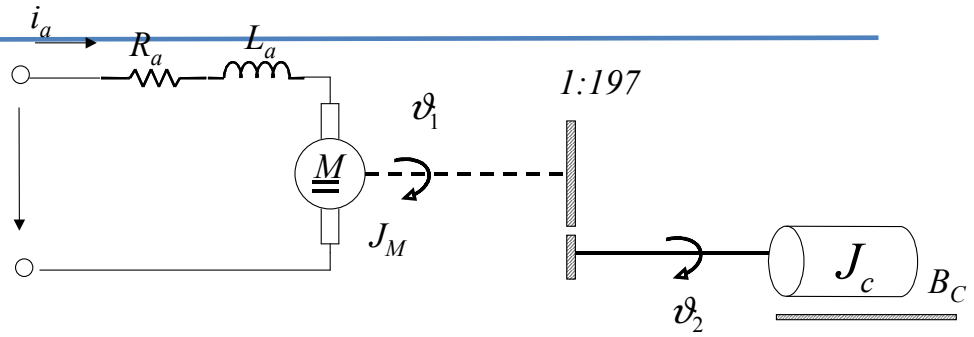


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

--

tema 3

ma a bloques



$$6 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 + 2.11 \cdot 10^{-5} \cdot s + 1.56 \cdot 10^{-3} = \frac{4.96 \cdot 10^{-6}}{(s + 5082)(s + 75.17)} = \frac{1211.33}{(s + 5082)(s + 75.17)}$$

$$\frac{\dot{x}(s)}{u_m(s)} \approx \frac{0.238}{(s + 75.17)} = \frac{3.2 \cdot 10^{-3}}{(0.013s + 1)}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIÁ WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tema 3

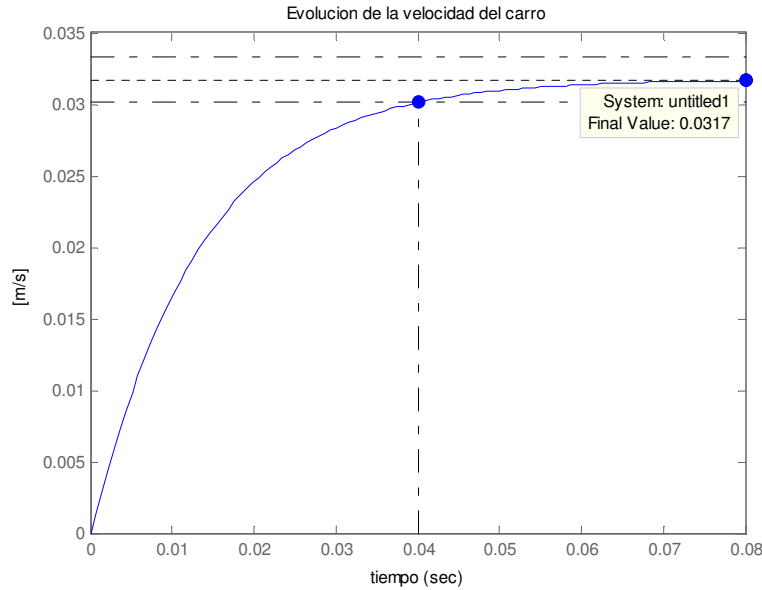
valente reducido queda:

$$\frac{\dot{x}(s)}{u_m(s)} \approx \frac{0.238}{(s + 75.17)}$$

ante una entrada de 10V, la velocidad de desplazamiento de la expresión analítica de:

$$\dot{x}(t) = 0.0317(1 - e^{-75.17t})$$

la evolución de la velocidad del carro con el tiempo será:



se ve en la gráfica, la velocidad del carro alcanza el régimen permanente en 40 ms, por tanto, la velocidad es prácticamente constante. El espacio recorrido en 5 segundos será $0.0317 \text{ [m/s]} \times 5 \text{ [s]} = 0.1585$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tema 5

se muestra un sistema de suspensiones activas para un vehículo. En el clásico amortiguador pasivo (con constante equivalente K , B), el sistema utiliza un actuador hidroneumático, controlado a partir de la medida de la posición de la cabina. La fuerza del actuador es proporcional, k_a , a la medida en la electroválvula, $u(t)$. La señal muestreada de posición, y_m , sigue con un controlador de tipo P . Se pide:

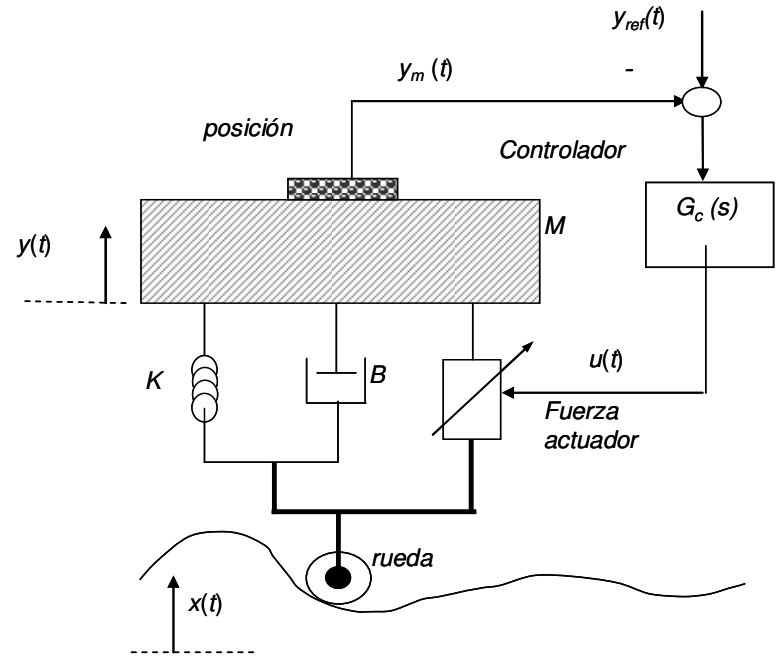
1. Ecuaciones algebro-diferenciales que describe el sistema de control.
 2. Diagrama de bloques del sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio.

3. Diagrama de Bode, cuando la señal de mando es nula y el sistema es unitario.

4. Diagrama de Nyquist, cuando la señal de mando es un escalón unitario como excitación.

5. Diagrama de respuesta en frecuencia, mejoras de la suspensión activa respecto al sistema pasivo.
 6. Diagrama de respuesta en tiempo, para la entrada con un escalón unitario y ver la evolución de la suspensión clásica y comparar los resultados con el sistema activo.

7. Datos: $m=1000$ Kg, $B=100$ Ns/m, $K=10000$ N/m, $k_a=100$ N/V, $k_m=10$ V/m, $k_c=1$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tema 5

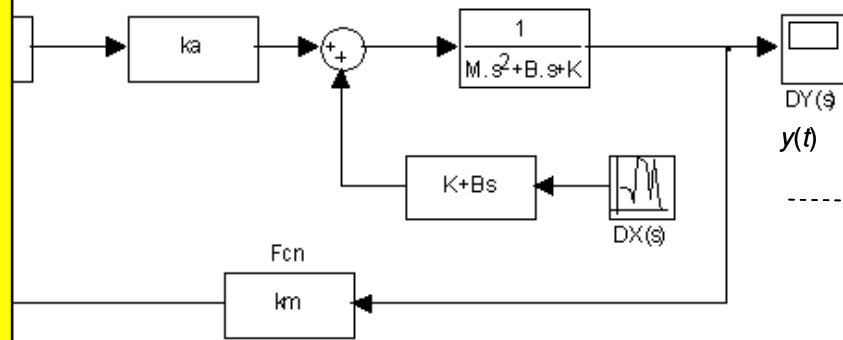
le ecuaciones algebro-diferenciales que describe la dinámica del sistema de control.

$$e(t) = y_{ref}(t) - y_m(t) \quad u(t) = k_c \cdot e(t) \quad f(t) = k_a \cdot u(t)$$

$$Mg + f(t) = M\ddot{y}(t) + K(y(t) - x(t)) + B(\dot{y}(t) - \dot{x}(t))$$

$$y_m(t) = k_m y(t)$$

Los bloques del sistema linealizado alrededor del punto de reposo.
 FDT, cuando la señal de mando es nula y el compensador es unitario.

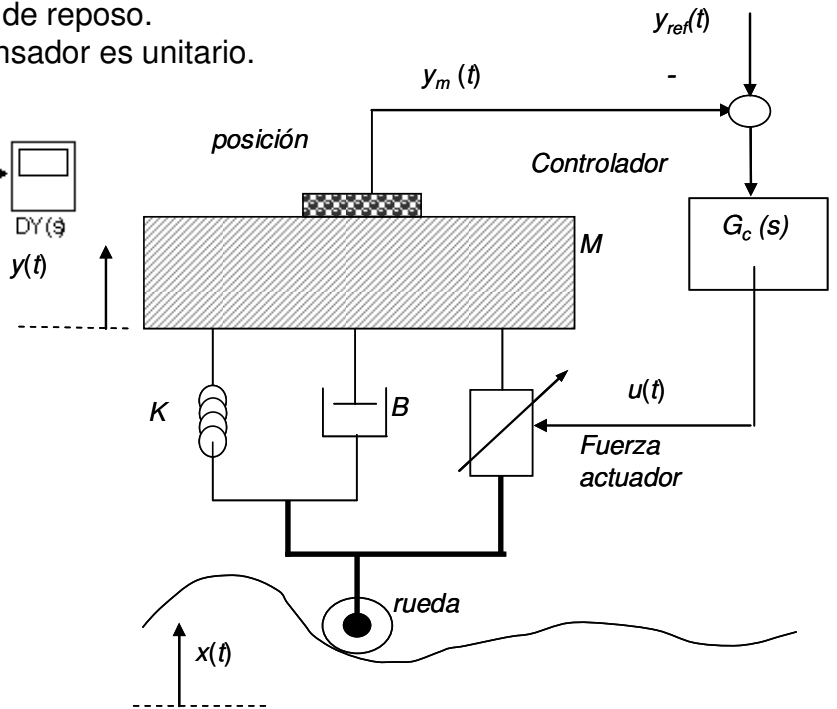


$$\frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 1000}$$

Sin actuador

$$\frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 2000}$$

Con actuador



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIÁ WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tema 5

oral aproximada de la salida del apartado anterior ante un escalón unitario como excitación.
 oras de la suspensión activa respecto al sistema clásico: excitar la entrada con un escalón unitario y ver
 oral con la suspensión clásica y comparar los resultados con el apartado anterior.

$$= \frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 1000}$$

Sin actuador

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 2000}$$

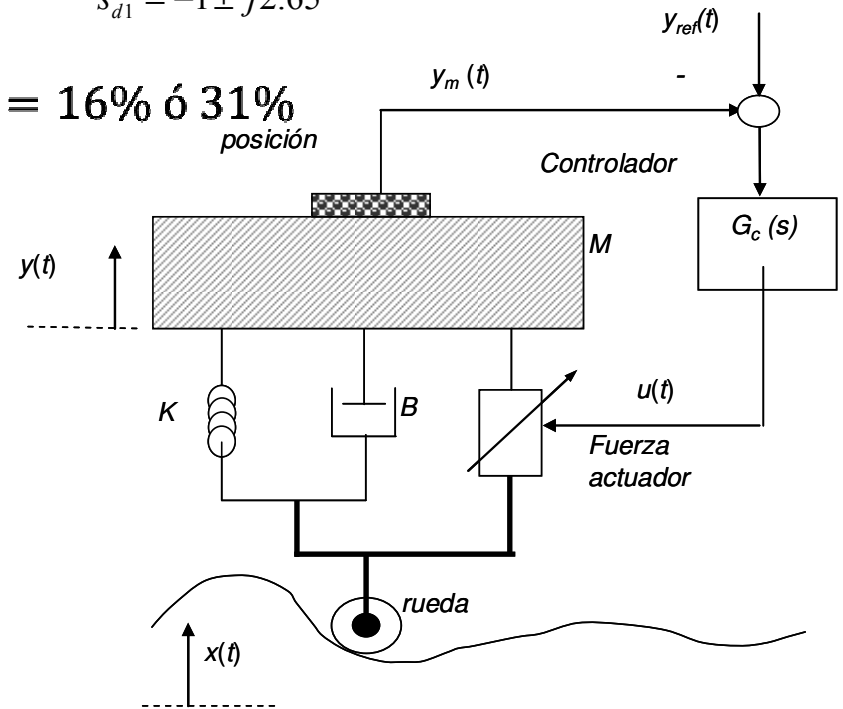
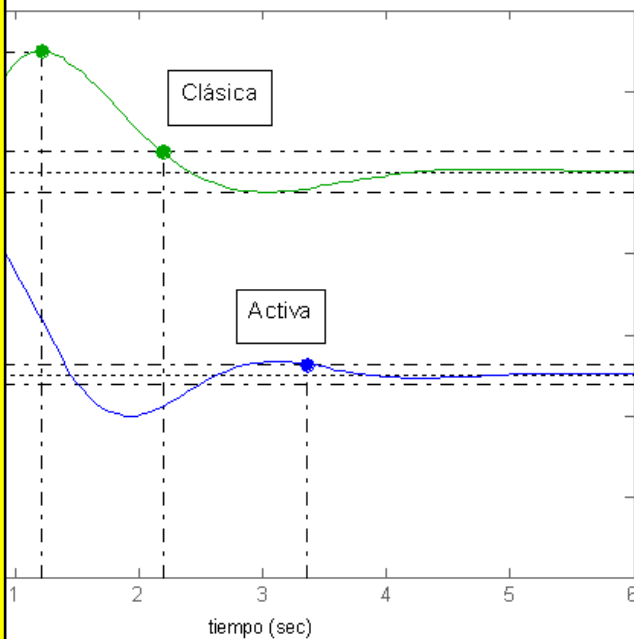
Con actuador

$$s_{d1} = -1 \pm j1.73$$

$$s_{d1} = -1 \pm j2.65$$

$$= 1.81 \text{ ó } 1.18s \quad M_p > \exp\left(-\pi \frac{\sigma}{\omega_d}\right) = 16\% \text{ ó } 31\% \text{ posición}$$

Respuesta de las suspensiones ante una variación unitaria



ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIÁ WHATSAPP: 689 45 44 70