

ESTRUCTURAS DE DATOS:

PILAS

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

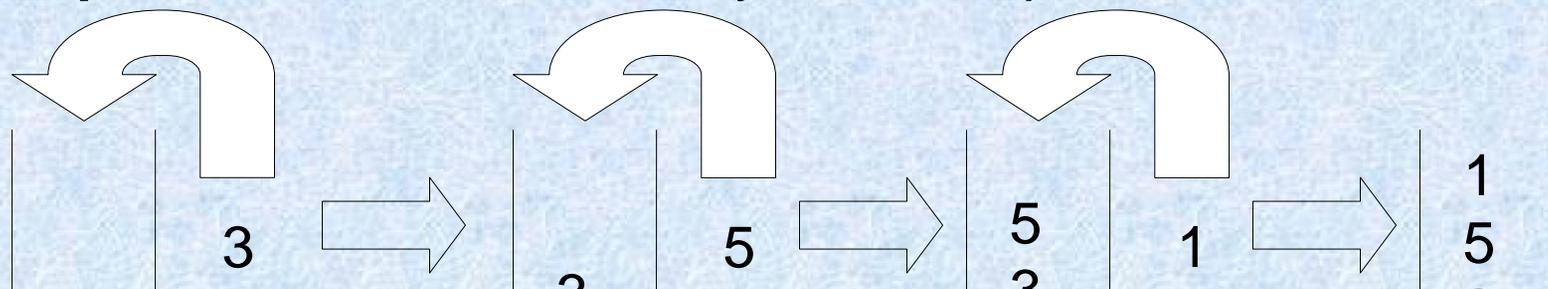
PILAS

Una pila P es una estructura lineal tal que las inserciones, las consultas y las eliminaciones solo se permiten en un único punto.

- La pila puede no tener nada, situación que se denomina *pila vacía*.

Las pilas son estructuras denominadas LIFO (Last In, First Out), nombre que hace referencia al modo en que se accede a los elementos.

Ejemplo: Poner los datos 3, 5 y 1 en una pila vacía.



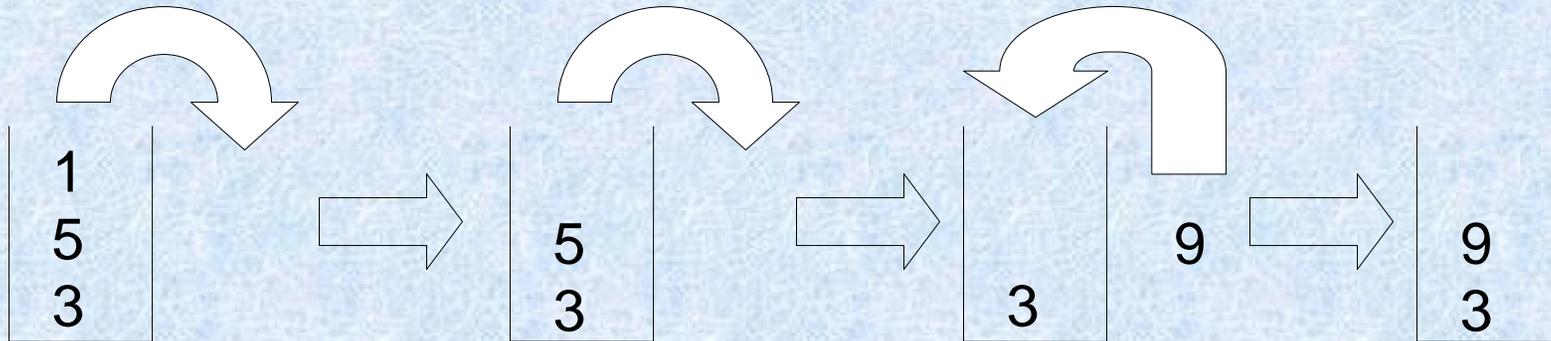
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

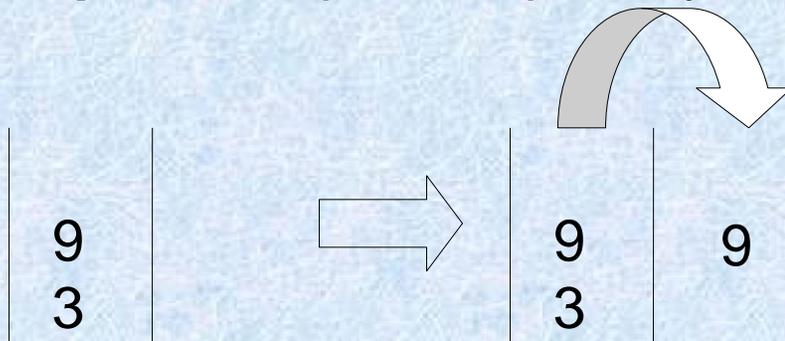
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS

Ejemplo: Quitar dos datos de la pila y poner un 9.



Ejemplo: Comprobar qué hay en la pila.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS EN COMPUTACIÓN

Las pilas se utilizan, por ejemplo, en la implementación de la recursión...

- Los entornos locales se resuelven en orden inverso al que se crean.
 - $\text{Factorial}(3) = 3 * \text{Factorial}(2) = 3 * (2 * \text{Factorial}(1)) \dots$
- en la evaluación de expresiones matemáticas.
- Notación Polaca Inversa (o RPN, Reverse Polish Notation)
 - $5 + ((1 + 2) * 4)$ se escribe como $5 1 2 + 4 * +$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ESPECIFICACIÓN: PILAS

{Como no sabemos de qué va a ser la pila, ponemos una especificación genérica y usamos un parámetro formal}

espec *PILA[ELEMENTO]*

usa *BOOLEANOS*

parametro formal

generos *elemento*

fparametro

generos *pila*

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ESPECIFICACIÓN: PILAS (2)

operaciones

{crear una pila vacía}

pvacia: → pila

{poner un elemento en la pila}

apilar: elemento pila → pila

Generadoras

{quitar un elemento de la pila}

parcial *desapilar: pila → pila*

Modificadoras

{observar la cima de la pila}

parcial *cima: pila → elemento*

Observadoras

{para ver si la pila está vacía}

vacía?: pila → bool

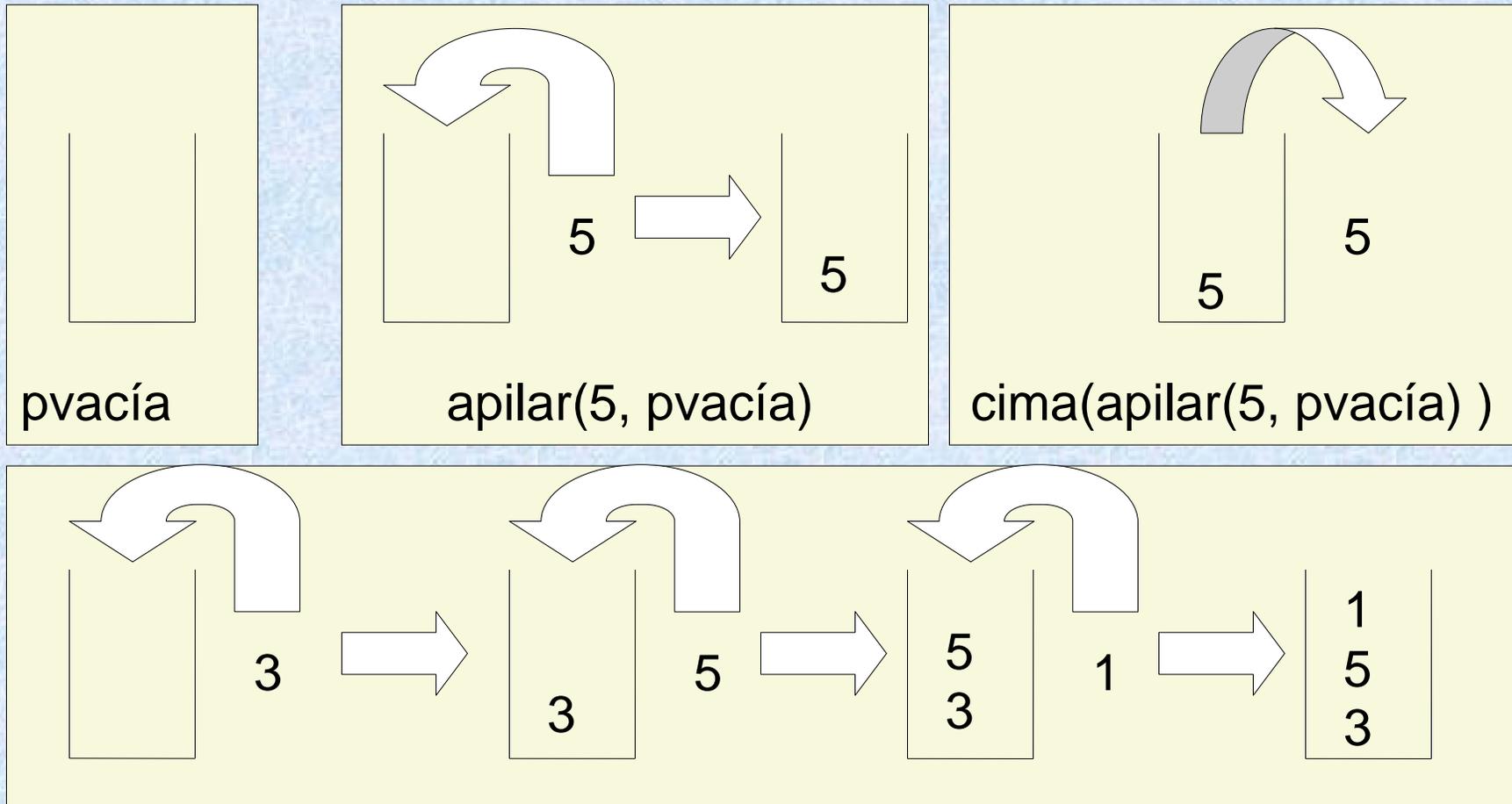
The logo for Cartagena99, featuring the text "Cartagena99" in a stylized font with a blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

REPRESENTACIÓN DE LAS PILAS (1)

¿Qué podemos construir con números y estas operaciones?



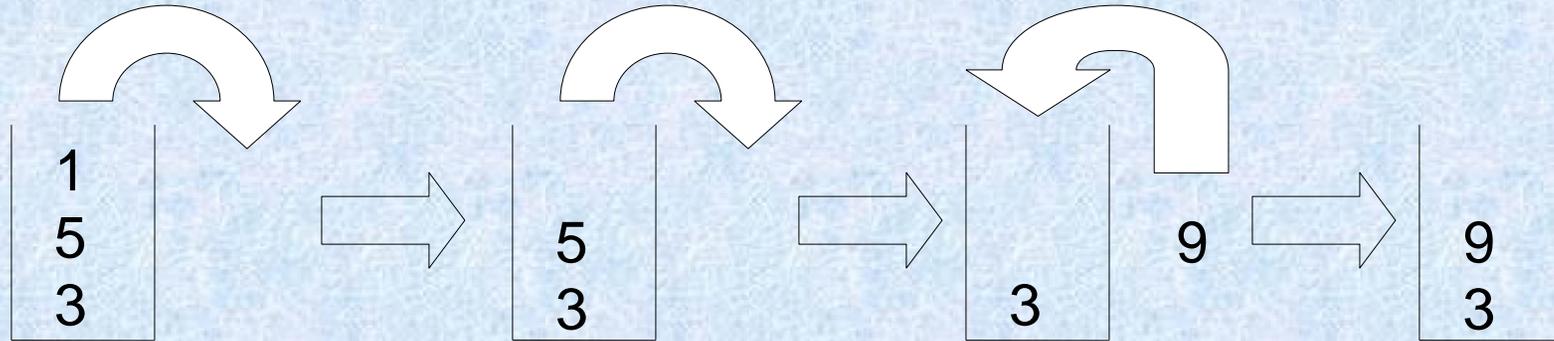
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

REPRESENTACIÓN DE LAS PILAS (2)

¿Qué podemos construir con números y estas operaciones?



```
apilar(9, desapilar(desapilar(apilar(1, apilar(5, apilar(3, pvacia))))))
```

esta es la pila de la página anterior

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ESPECIFICACIÓN: PILAS (3)

var p: pila; x: elemento

{Como hay operaciones parciales hay que definir cuándo pueden usarse, es decir, sobre qué datos se aplican}

{Primera forma: utilizando las generadoras del tipo}

ecuaciones de definitud

Def(desapilar(apilar(x,p)))

Def(cima(apilar(x,p)))

{Segunda forma: utilizando propiedades de los datos}

ecuaciones de definitud

vacía?(p) = F ⇒ Def(desapilar(p))

vacía?(p) = F ⇒ Def(cima(p))

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ESPECIFICACIÓN: PILAS (4)

{Ahora que ya sabemos cuándo puede usarse una operación vamos a ver cómo se usa. Para ello ponemos los datos como si se hubiesen obtenido mediante las generadoras (cuando sea posible)}

ecuaciones

$$\text{desapilar}(\text{apilar}(x,p)) = p$$

$$\text{cima}(\text{apilar}(x,p)) = x$$

$$\text{vacía?}(p_{\text{vacía}}) = T$$

$$\text{vacía?}(\text{apilar}(x,p)) = F$$

fespec

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. Below the text is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 1

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una pila.

- Es una operación observadora (devuelve un natural)

contar: pila → natural

- Las ecuaciones pueden ser

contar(pvacía) = 0

contar(apilar(x, p)) = suc(contar(p))

- Otra opción para las ecuaciones

vacía?(p) = T ⇒ contar(p) = 0

vacía?(p) = F ⇒

contar(p) = suc(contar(desapilar(p)))

¡¡¡ IMPORTANTE !! LA PILA SE VACÍA AL RECORDAR !!

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO1. PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una pila.

func contar (p:pila) **dev** n:natural {recursiva}

si vacia?(p) **entonces** Devolver 0

si no devolver 1+ contar(desapilar(p))

finsi

finfunc

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO1. PSEUDOCÓDIGO (2)

func contar (p:pila)dev n:natural

{ Iterativa }

var cuantos:natural

n=0

mientras ¡vacía?(p) **hacer**

desapilar(p)

n←n+1

finmientras

finfunc

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 2

Ejemplo: Obtener la suma de los datos de una pila de enteros, considerando la pila vacía como valor 0.

- Es una operación observadora (devuelve un entero)

suma: pila → entero

- Usando generadores, las ecuaciones pueden quedar

suma (pvacía) = 0

suma (apilar(x, p)) = x + suma (p)

- Usando propiedades, las ecuaciones serían

vacía?(p) = T ⇒ suma(p) = 0

vacía?(p) = F ⇒

suma(p) = cima(p) + suma(desapilar(p))

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 2. PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Obtener la suma de los datos de una pila de enteros, considerando la pila vacía como valor 0.

func suma (p:pila) **dev** entero

si vacia?(p) **entonces** **Devolver** 0

sino **devolver** cima(p)+suma(desapilar(p))

finsi

fin func

***IMPORTANTE:** Hay que tener en cuenta que si escribiésemos: sino Devolver suma (desapilar (p)+ cima (p)) el resultado podría ser incorrecto (depende la implementación)*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 2. PSEUDOCÓDIGO (2)

Ejemplo: Obtener la suma de los datos de una pila de enteros, considerando la pila vacía como valor 0.

func suma (p:pila) **dev** sum:entero

var sum:entero

sum=0

mientras ¡vacía?(p) **hacer**

sum ← sum+cima(p)

desapilar(p)

finmientras

finfunc

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. Below the text is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 3

Ejemplo: Obtener la inversa de una pila, es decir, la pila resultante al cambiar el orden de los datos.

- Vamos a ir poniendo los datos de una pila en otra auxiliar hasta que no quede ninguno en la primera, y entonces se devuelve la pila auxiliar.

invertir_aux: pila pila → pila

invertir_aux(pvacía, p2) = p2

invertir_aux(apilar(x,p1), p2) =

invertir_aux(p1, apilar(x,p2))

- La operación que invierte una pila usa *invertir_aux* usando una pila vacía como pila auxiliar.

invertir: pila → pila

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 3. PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Obtener la inversa de una pila, es decir, la pila resultante al cambiar el orden de los datos.

```
fun invertir(p:pila) dev q:pila
var e: elemento
q ← pila_vacia()
  Mientras ¡(es_pila_vacia(p)) Hacer
    e ← cima(p)
    apilar(e,q)
    desapilar(p)
  fmientras
ffun
```

IMPORTANTE: ¡La pila de entrada p se queda vacía. puede ser un

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO 3. PSEUDOCÓDIGO

func invertir_aux (p1, p2: pila) **dev** pila {recursiva}

si vacia?(p1) **entonces devolver** p2

si no

e ← cima(p1)

devolver invertir_aux(desapilar(p1), apilar (e, p2))

finsi

finfunc

func invertir(p:pila) **dev** pila

Invertir_aux (p, pvacia)

Como no sabemos la implementación de “desapilar” guardamos la cima en una variable por si se modifica la variable p1

Cartagena99

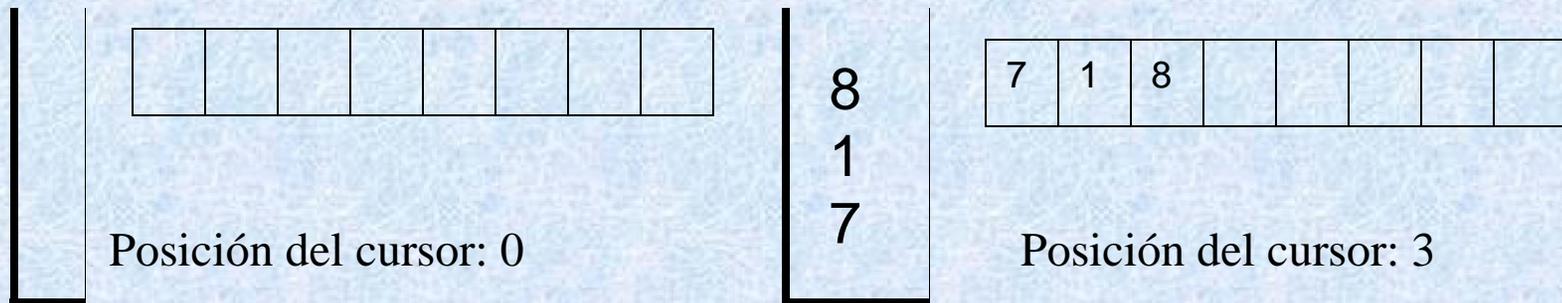
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

IMPLEMENTACIÓN DE PILAS

Una pila puede implementarse mediante un vector (o array), aprovechando que las inserciones y borrados se hacen en un único punto de la estructura. Al usar memoria estática, la pila tendrá una capacidad máxima (es necesario crear una operación *está_llena?: pila* → *bool*).

La parte inferior de la pila se corresponde con la primera posición del array, y se utiliza un índice (denominado *cursor*) para acceder a la parte superior de la pila. Así, la pila crece hasta alcanzar el tamaño definido del array.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

IMPLEMENTACIÓN DE PILAS

La implementación más habitual es la de **celdas enlazadas**:

- La pila se representa mediante un puntero a una celda
 - Si la pila está vacía, el puntero es “NIL”.
 - Si no, la celda contiene el elemento que se encuentra en la cima de la pila, y un puntero a la celda que contiene lo que está *debajo* de la cima (que a su vez es una pila).

IMPORTANTE: ¡Solo se accede a la cima de la pila! aunque a la hora de la implementación se pueda “recorrer” la pila.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. TIPOS

tipos

enlace-pila = **puntero a** nodo-pila

nodo-pila = **reg** *{un nodo debe tener, como poco,...}*
 valor: elemento *{puede ser otra estructura}*
 sig: enlace-pila

freg

pila = enlace-pila *{acceso a la pila}*

ftipos

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una pila vacía **pvacia** y poner un elemento **apilar** }*

```
fun pila_vacia() dev p:pila
```

```
proc apilar(E e:elemento, p:pila)
```

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark green font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. CONSTRUCTORAS

{ Crear una pila vacía **pvacia** y poner un elemento **apilar** }

```
fun pila_vacia() dev p:pila
```

```
  p ← nil
```

```
ffun
```

```
proc apilar(E e:elemento, p:pila)
```

```
var q: enlace-pila
```

```
reservar (q)
```

```
q^.valor ← e
```

```
q^.sig ← p
```

```
p ← q
```

```
fproc
```

IMPORTANTE: Da igual que “p” sea de E o E/S: es un puntero,

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. Below the text is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. OBSERVADORAS

*{ Ver si una pila está vacía **vacía?** y obtener la cima **cima** }*

fun es_pila_vacia(p:pila) **dev** b:bool

fun cima(p:pila) **dev** e:elemento

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark green font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave-like pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. OBSERVADORAS

{ Ver si una pila está vacía **vacía?** y obtener la cima **cima** }

```
fun es_pila_vacia(p:pila) dev b:bool
```

```
  b ← (p = nil)
```

```
ffun
```

```
fun cima(p:pila) dev e:elemento
```

```
si es_pila_vacia(p) entonces
```

```
  error(Pila vacía)
```

```
si no
```

```
  e ← p^.valor
```

```
fsi
```

```
ffun
```

The logo for Cartagena99 features the text "Cartagena99" in a stylized, green, serif font. The "99" is significantly larger and more prominent than the "Cartagena" part. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. MODIFICADORAS

{ Quitar la cima de una pila **desapilar** }

```
proc desapilar(p:pila)
```

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark green font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PILAS. MODIFICADORAS

*{ Quitar la cima de una pila **desapilar** }*

```
proc desapilar(p:pila)
var q: enlace-pila
  si es_pila_vacia(p) entonces
    error(Pila vacía)
  si no
    q ← p
    p ← p^.sig
    q^.sig ← nil    {por seguridad}
    liberar(q)
  fsi
fproc
```

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO: EQUILIBRADO DE SÍMBOLOS

Objetivo: Comprobar si en una expresión los símbolos abiertos de llaves, corchetes y paréntesis se corresponden con los cerrados (no pueden mezclarse símbolos de distinto tipo al cerrar).

{ [] ({ }) } sí se corresponden.

[({) }] no se corresponden.

Idea: Utilizar una pila para introducir símbolos abiertos. Cuando se recibe un símbolo cerrado, se compara con el que está en la cima de la pila (si es que hay alguno), si son de distinto tipo es que no es correcto, y si son del mismo tipo se elimina y se sigue leyendo.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLO: EQUILIBRADO DE SÍMBOLOS

```
fun expresión_correcta() dev bool
var p: pila; c,d: carácter
p ← pila_vacía()
mientras queden_símbolos hacer
    leer(c)
    si (c es símbolo_abierto) entonces apilar(c,p) fsi
    si (c es símbolo_cerrado) entonces
        si (es_pila_vacía(p)) entonces Devolver Falso
        si no
            d ← cima(p)
            si (c y d se corresponden) entonces desapilar(p)
                si no Devolver Falso
        fsi
    fsi
fsi
fmientras
```

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font with a blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70