

Las transformaciones isométricas¹

a) Las simetrías

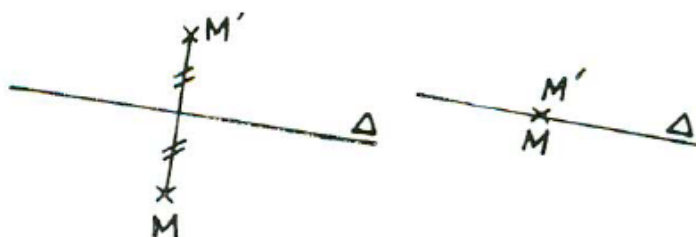
1.- La simetría ortogonal o con relación a una recta.

Definición:

La simetría ortogonal con relación a una recta es la aplicación del plano en él mismo definida así:

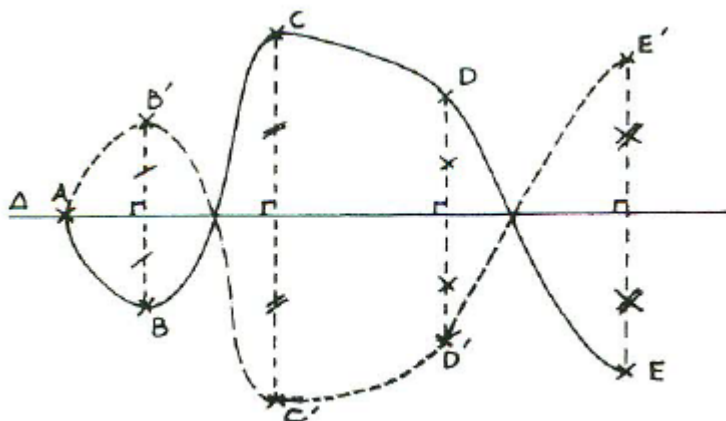
Sea un punto cualquiera M y su imagen M':

- Si M no está sobre la recta Δ , Δ es la mediatriz del segmento MM'
- Si M está sobre Δ , M y M' se confunden



Nota: Los puntos M y M' coinciden por plegado alrededor de la recta Δ .

- Construcción de simétricos



La línea ABCDE coincide mediante plegado alrededor de Δ con $AB'C'D'E'$

- Propiedades de las simetrías con relación a una recta

La simetría axial conserva:

- Las distancias
- La medida de los ángulos, pero no su sentido
- Las áreas
- El alineamiento
- El paralelismo
- La ortogonalidad.

¹ Extraído de Palanque, R., Cambrouse, E. Loubet, E. (1987) *Prépa-Math, maternelle/grande section. Dossier pédagogique*. Paris : Hachette. (Pág. 91-93). Traducido por Tomás A. Sierra. Dpto. Didáctica de las Matemáticas. UCM. Madrid.

2.- La simetría central o simetría con relación a un punto

- Definición

La simetría con relación a un punto A es la aplicación del plano en él mismo definida así:

Dado un punto cualquiera M, su imagen es el punto M' si A es el punto medio del segmento MM'.

El punto A es el centro de simetría y esta simetría se llama central.

- Construcción del simétrico de un punto



- Propiedades de las simetrías con relación a un punto

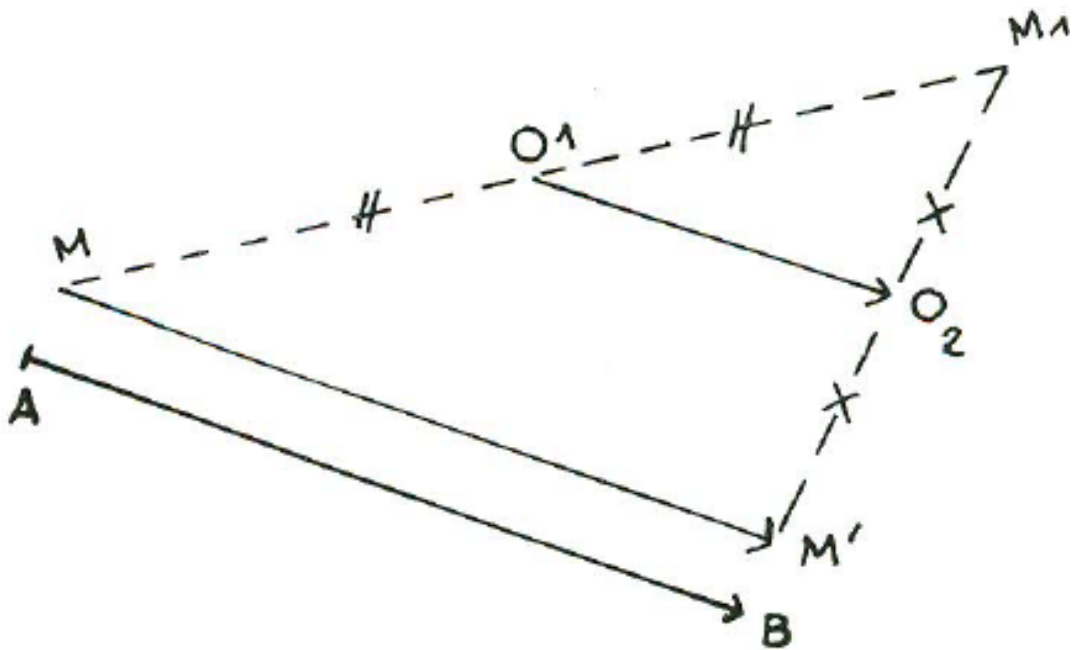
La simetría central conserva:

- Las distancias
- La medida de los ángulos y su sentido
- Las áreas
- El alineamiento
- El paralelismo
- La ortogonalidad

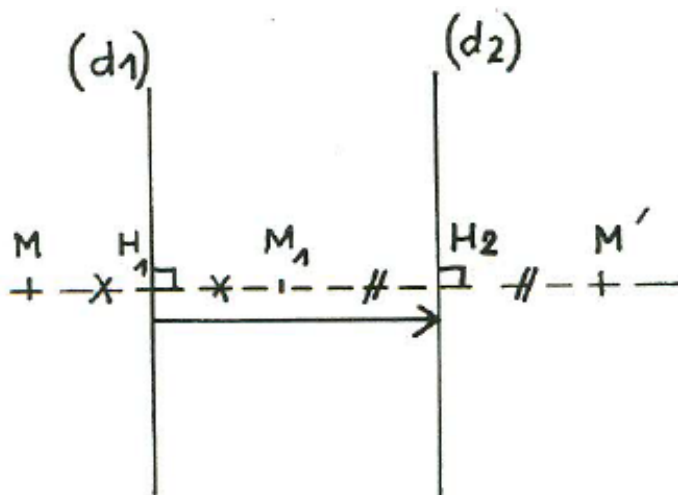
b) Las traslaciones

- Definición
Sea el vector \vec{AB} fijo en el plano. M' es la imagen del punto M en la traslación del vector \vec{AB} si se cumple que $MM' = AB$
- Simetrías y traslaciones

La composición de una simetría central de centro O_1 , con la simetría central de centro O_2 , es una traslación del vector $2\vec{O_1O_2}$



Una traslación es también la composición de dos simetrías axiales de ejes d_1 y d_2 paralelos.



La translación viene determinada por dos puntos que determinan el vector de la translación.

- Propiedades de las translaciones

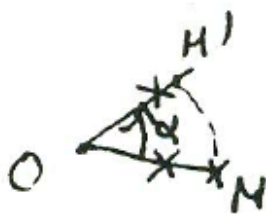
La translación conserva:

- Las distancias
- Los ángulos (medidas y sentido)
- Las áreas
- El alineamiento
- El paralelismo
- La ortogonalidad

c) Los giros o rotaciones

- Definición

Dados un punto fijo O y un ángulo α (de medida y orientación definidas), se llama rotación de centro O y de ángulo α , a la aplicación del plano en él mismo tal que a un punto M del plano le asocia el punto M' tal que



Se designa como $\text{Rot}(O, \alpha)$ ó $G(O, \alpha)$.

- Propiedades de las rotaciones o giros

La rotación o giro conserva:

- Las distancias
- Los ángulos (medidas y sentido)
- El alineamiento
- El paralelismo
- La ortogonalidad

Nota: la simetría central es una rotación o giro de 180°