

# Bloque I: Dinámica de Fluidos

## Tema 6. Flujo Compresible

### 1. Introducción

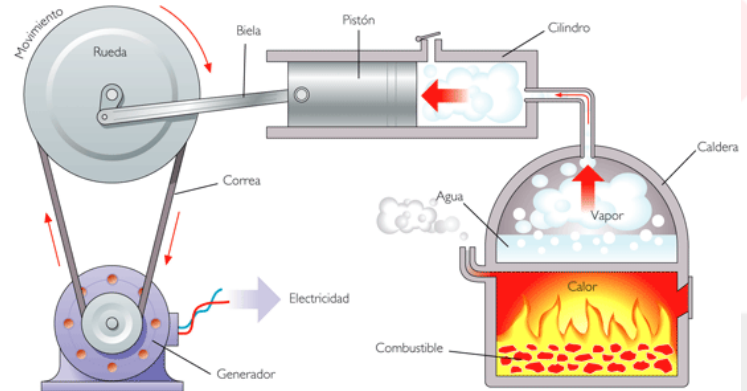
### 2. Modelos básicos de flujo compresible

2.1. Flujo estacionario adiabático

2.2. Flujo estacionario isentrópico

2.3. Flujo isoterma

### 3. Cálculo de la potencia necesaria para el flujo compresible isoterma



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Grado de Ingeniería de la Energía

Alicia García Sánchez

Universidad  
Rey Juan Carlos  
I

# 1. Introducción

## Estudio del flujo de gases por el interior de conducciones

**DIFERENCIA FUNDAMENTAL CON FLUJO DE LÍQUIDOS:** Densidad variable con la *presión*, y cambios sensibles con la *temperatura*.

**PROBLEMAS:** Cálculo de la potencia necesaria para la impulsión de gases por la conducción y condiciones de velocidad, presión y temperatura a lo largo de la tubería.

### EJEMPLOS DE APLICACIONES:



- Impulsión de gas natural por gaseoductos.
- Potencia para la distribución de gas en ciudades.
- Potencia para impulsar gases a través de lechos filtrantes o adsorbentes.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 1. Introducción

## Flujo Compresible

Variaciones de densidad apreciables con la presión y la temperatura → **Ecuación de estado**

$$m = \rho VA = \rho Q = cte$$

Ecuaciones: **Continuidad + cantidad de movimiento + energía + estado**

Incógnitas:  **$P, \rho, T, V$**

Modelos de flujo: **Adiabático, isentrópico, isoterma.**

**NÚMERO DE MACH ( $Ma$ )**      $Ma = \frac{V}{c}$      Número adimensional (Velocidad del fluido/velocidad del sonido en ese fluido)

### CLASIFICACIÓN DEL FLUJO

$Ma < 0,3$  → Flujo incompresible

$0,3 < Ma < 0,8$  → Flujo subsónico

$0,8 < Ma < 1,2$  → Flujo transónico

### CLASIFICACIÓN PARA FLUJO INTERNO

$Ma < 1$  → Flujo subsónico

$Ma = 1$  → Flujo sónico

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# 1. Introducción

## Ecuación de Estado: Gas ideal o perfecto

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow P = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{M} = \rho \cdot R_g T$$

$$R = 8314 \frac{J}{\text{kmol} \cdot K}$$

Calores específicos ~ ctes con T

Razón de calores específicos (o factor de expansión isentrópica o coeficiente de dilatación adiabática) constante:

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

$$R_g = c_p - c_v$$

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$$

Ej. aire

$$k = 1,4$$

$$M = 28 \rightarrow R_g = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2\text{K})$$

$$c_p = 1005 \text{ m}^2/(\text{s}^2\text{K})$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 1. Introducción

## Proceso isentrópico ( $S = cte$ )

$$T ds = dh - \frac{dP}{\rho}$$

Variaciones de entropía: Primer y segundo principio de la termodinámica

Reordenando T,

Gas ideal:  $\begin{cases} dh = c_p dT \\ \rho = \frac{PM}{RT} \rightarrow \rho T = \frac{PM}{R} = \frac{P}{R_g} \end{cases}$

Variación de entropía entre dos estados 1 y 2, en función de  $T$  y/o  $P, \rho$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - R_g \int_1^2 \frac{dP}{P}$$

Gas ideal:  
 $c_p \sim cte$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$R_g = c_p - c_v$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 1. Introducción

## Proceso isentrópico ( $S = \text{cte}$ )

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$(s_1 = s_2)$$

$$c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = R_g \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = R_g \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^k$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

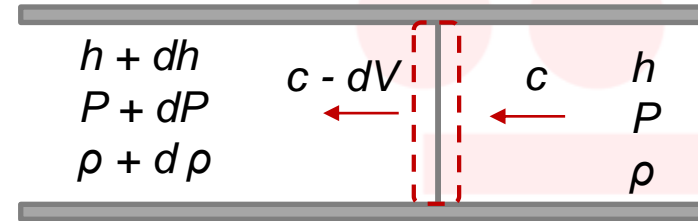
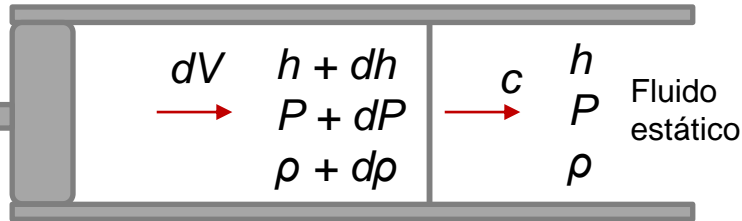
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 1. Introducción

## Velocidad del sonido (velocidad sónica)

Velocidad de propagación de un pulso infinitesimal de presión a través de un fluido estático.



**A** Volumen de control en movimiento con el pulso **B**

### Balance de masa en flujo estacionario

$$m_B = m_A \rightarrow \rho c A_B = (\rho + d\rho)(c - dV)A_A$$

### Balance de energía (adiabático, $q = 0$ )

$$e_B = e_A \rightarrow h + \frac{c^2}{2} = (h + dh) + \frac{(c - dV)^2}{2}$$

$$e = u + \frac{P}{\rho} + z + \frac{V^2}{2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 1. Introducción

## Velocidad del sonido (velocidad sónica)

Balance de masa en flujo estacionario

$$m_B = m_A \rightarrow \rho c A_A = (\rho + d\rho)(c - dV) A_B$$

$$A_B = A_A$$

$$d\rho dV \rightarrow 0$$

$$cd\rho - \rho dV = 0 \quad (1)$$

Balance de energía

$$e_B = e_A \rightarrow h + \frac{c^2}{2} = (h + dh) + \frac{(c - dV)^2}{2}$$

$$dV^2 \rightarrow 0$$

$$dh - cdV = 0 \quad (2)$$

Flujo isentrópico

$$T ds = dh - \frac{dP}{\rho} \rightarrow dh = \frac{dP}{\rho} \quad (3)$$

$$c^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s$$

Gas ideal

$$\rho T = \frac{P}{R_g}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^k \rightarrow P \rho^{-k} = cte$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) = k \frac{P}{\rho}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 2. Modelos básicos de flujo compresible

Ecuación de estado: **GAS IDEAL**

**Conducción:** Sin sistema de impulsión (queda antes o después del tramo estudiado).

Diferencia de energía potencial despreciable, comparada con los términos cinéticos.

**MODELOS DE FLUJO:**

a) **Adiabático:** No existe intercambio de calor con el exterior (**ej:** conducción perfectamente aislada)

b) **Isentrópico:** Adiabático y los cambios son reversibles (no hay pérdidas de energía por rozamiento)  
(**ej:** conducción corta y con flujo rápido, en una tobera o un difusor)

**BLOQUEO (CHOKING):** La velocidad de flujo en una conducción está muy limitada por las condiciones de flujo sónico, definiendo un caudal máximo admisible por la misma.

**ONDAS DE CHOQUE:** cambios casi discontinuos en diferentes propiedades del flujo supersónico (presión y velocidad).

c) **Isotermo/isotérmico:** Sin cambios apreciables de temperatura en la conducción (**ej:** conducciones

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# 2.1. Flujo estacionario adiabático

## Propiedades de estancamiento o remanso

Adiabático:  $q = 0$

Sistema con cambios de energía potencial despreciable y ausencia de maquinas que aporten/extraigan trabajo

Ecuación de conservación de energía:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} = cte \rightarrow h_0$$

### Entalpía de remanso o de estancamiento

$$h + \frac{V^2}{2} = h_0 \rightarrow h_{0,1} = h_{0,2}$$

Entalpía de un fluido cuando se lleva a reposo adiabáticamente

Gas ideal  $h = c_p T$

$$c_p T + \frac{V^2}{2} = c_p T_0 \Rightarrow T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$$

### Temperatura de remanso o estancamiento

$h \rightarrow 0$

Cartagena99

Máxima velocidad que puede alcanzar  
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 2.1. Flujo estacionario adiabático

## Relación entre propiedades estáticas y de remanso

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{V^2}{2c_p T}$$

$$\frac{V^2}{2c_p T} = \dots \left[ \begin{array}{l} k = \frac{c_p}{c_v} \\ R_g = c_p - c_v \end{array} \right] c_p = \frac{kR_g}{k-1} \dots = \frac{V^2(k-1)}{2kR_g T} = \dots \left[ c^2 = kR_g T \right] \dots = \frac{(k-1)V^2}{2c^2} = \dots$$

$$\left[ Ma = \frac{V}{c} \right] \frac{V^2}{2c_p T} = \frac{k-1}{2} Ma^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} Ma^2$$

Cartagena99

$$c_0 = (T_0)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{k-1}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 2.2. Flujo estacionario isentrópico

### Relaciones entre propiedades

Isentrópico:

- adiabático  $q=0$
  - Reversible ( $s=cte$ )
- Sin fricción

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} Ma^2$$

$$\frac{c_0}{c} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^k$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right]^{\frac{1}{k-1}}$$

$$Ma^2 = \frac{2}{k-1} \left(\frac{T_0}{T} - 1\right)$$

$$Ma^2 = \frac{2}{k-1} \left[ \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{k-1} - 1 \right]$$

Relacionan velocidad-propiedades físicas del gas ideal

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## 2.2. Flujo estacionario isentrópico

**Condiciones sónicas**  $Ma = 1 \rightarrow$  RAZONES SÓNICAS (o CRÍTICAS)

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1}$$

$$\frac{P^*}{P_0} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$V^* = c^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R_g T_0}$$

En flujo isentrópico, todas las condiciones sónicas son constantes.

En flujo adiabático no isentrópico  $P^*$  y  $\rho^*$  son variables

**Para AIRE ( $k = 1,4$ )**

$$\frac{T_0}{T} = 1 + 0,2Ma^2$$

$$Ma^2 = 5 \left( \frac{T_0}{T} - 1 \right)$$

$$\frac{T^*}{T_0} = 0,8333$$

$$\frac{P_0}{P} = [1 + 0,2Ma^2]^{3,5}$$

$$Ma^2 = 5 \left[ \left( \frac{P_0}{P} \right)^{2/7} - 1 \right]$$

$$\frac{P^*}{P_0} = 0,5283$$

**Gases calientes combustión ( $k=1,33$ )**

$$\frac{T^*}{T_0} = 0,8584$$

$$\frac{P^*}{P_0} = 0,5404$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

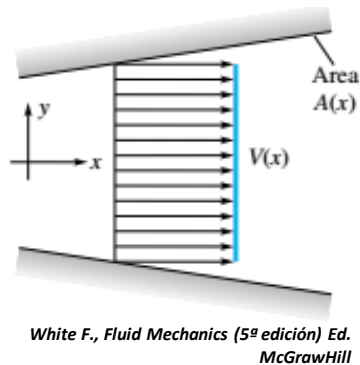
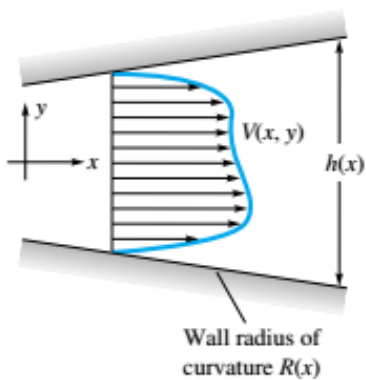
Cartagena99

# 2.2. Flujo estacionario isentrópico

## Efecto del cambio de área en el conducto

Combinar ecuación de energía, cantidad de movimiento **Y CONTINUIDAD** → Análisis completo del flujo

Simplificación: **Flujo UNIDIMENSIONAL**



White F., Fluid Mechanics (5ª edición) Ed. McGrawHill

**Balance de masa**

$$m = \rho AV = \text{constante}$$

**Balance de energía**

$$e = h + \frac{V^2}{2} = \text{constante}$$

**Flujo isentrópico**

$$dh = \frac{dP}{\rho}$$

**Balance de masa**

$$\frac{dm}{m} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (1)$$

**Balance de energía**

$$dh + VdV = 0$$

Combinando 1 y 2

$$c^2 = \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_s$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} \frac{1}{Ma^2 - 1}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

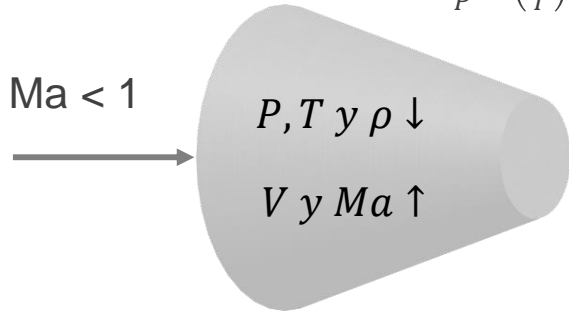
Cartagena99

# 2.2. Flujo estacionario isentrópico

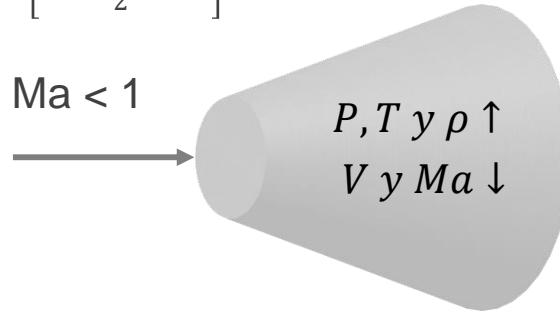
## Efecto del cambio de área en el conducto

### Flujo SUBSÓNICO

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

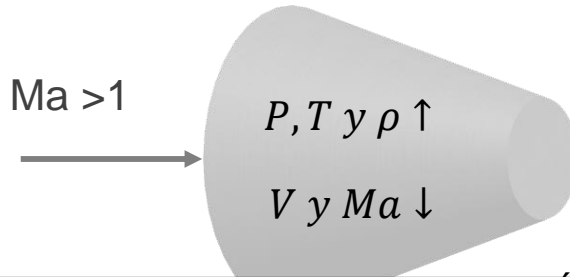
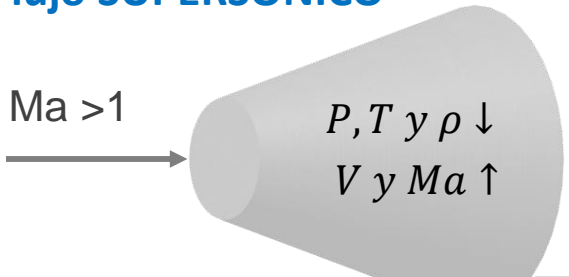


Tobera subsónica

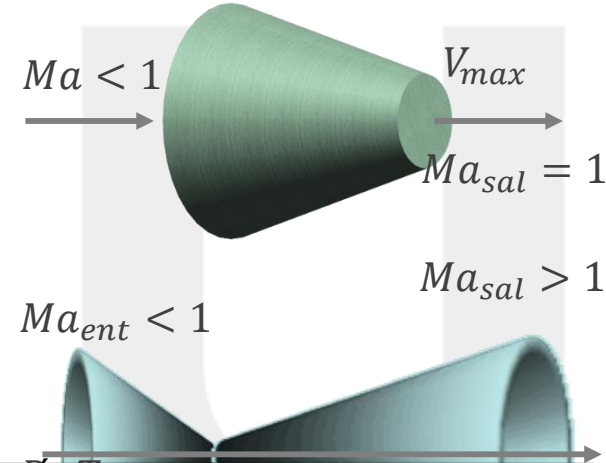


Difusor subsónico

### Flujo SUPERSÓNICO



**Ma = 1 → dA = 0**  
¿Ensanchamiento sónico?



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

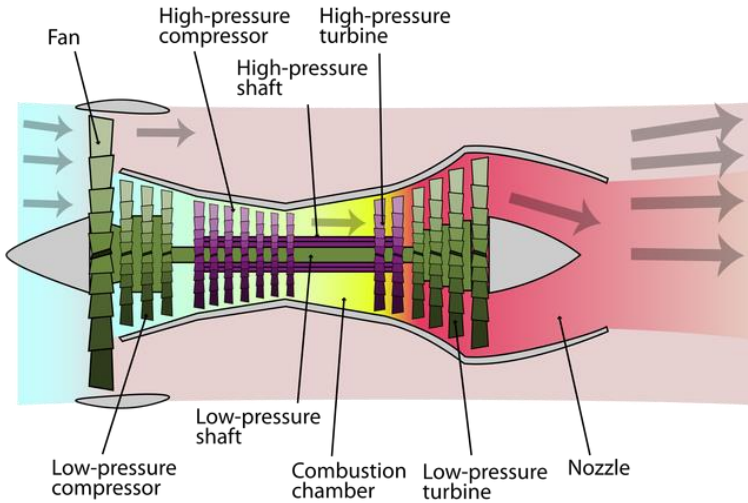
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

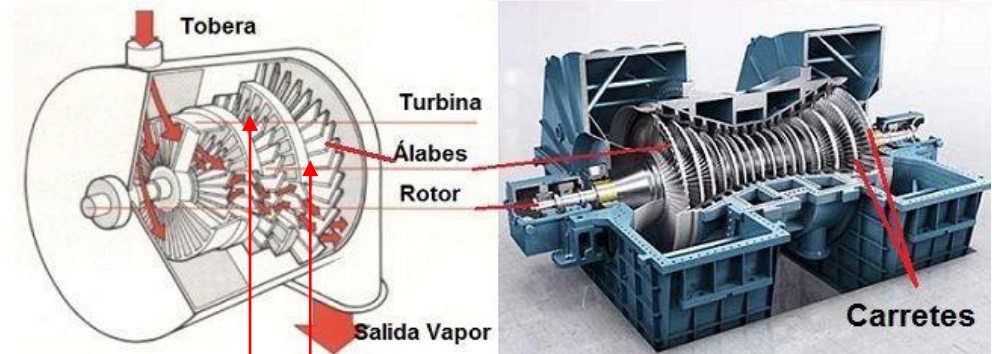
# 2.2. Flujo estacionario isentrópico

## Efecto del cambio de área en el conducto

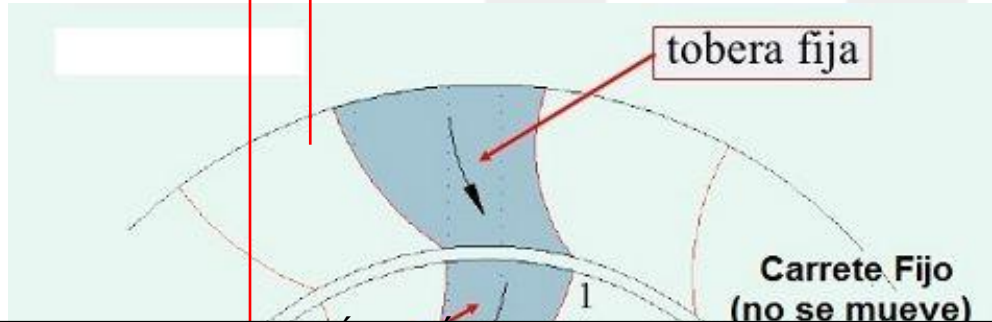
Motor turbofan de un avión comercial para  $Ma < 0,8$



Tobera de una turbina de vapor de acción-reacción



Estatorreactor supersónico



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

( $M < 1$ )

( $M > 1$ )



# 2.2. Flujo estacionario isentrópico

## Área sónica

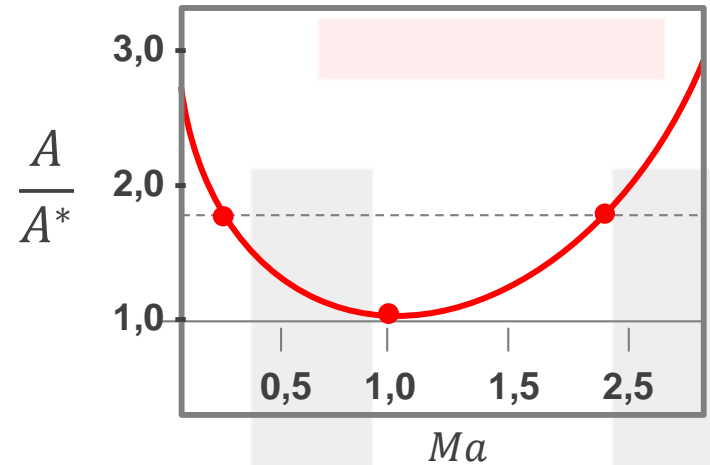
En el área sónica (si existe), tendremos condiciones sónicas ( $T^*$ ,  $P^*$ ,  $\rho^*$ ,  $Ma = 1$ ,  $V^* = c^*$ )

¿Existe una relación entre  $A^*$ ,  $A$  y  $Ma$ ?  $\rightarrow$  puede usarse la ec. de continuidad para  $A = f(Ma)$

$$m = \rho AV = \rho^* A^* V^* = \text{constante}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\rho^* V^*}{\rho V} \quad \left[ \frac{\rho^*}{\rho} \right] = \frac{\rho^* \rho_0}{\rho_0 \rho} = f(Ma)$$

$$\left[ \frac{V^*}{V} \right] = \frac{\sqrt{kR_g T^*}}{V} = \frac{\sqrt{kR_g T}}{V} \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \left( \frac{T^*}{T_0} \right)^{1/2} = f(Ma)$$



$$A = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{1}{2}(k-1)Ma^2 \right]^{\frac{1}{2}(k+1)}} A^*$$

$$A = \frac{1}{(1 + 0,2Ma^2)^3} A^*$$

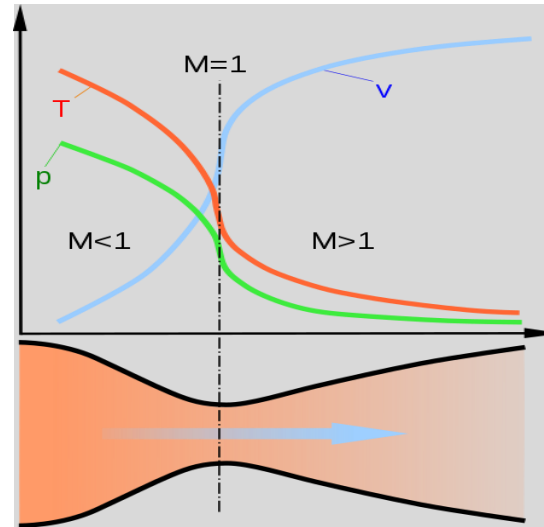
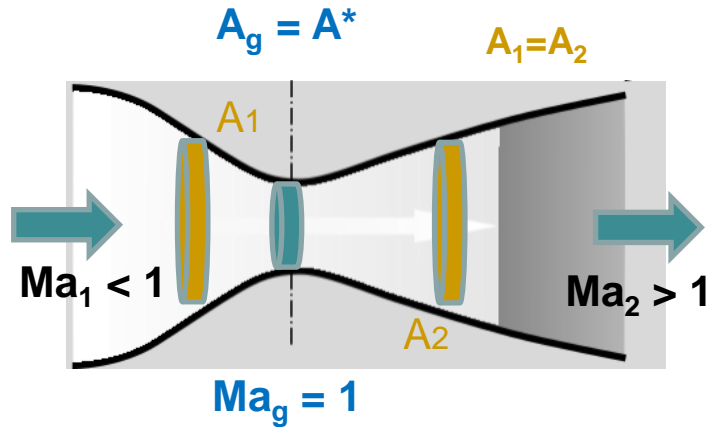
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

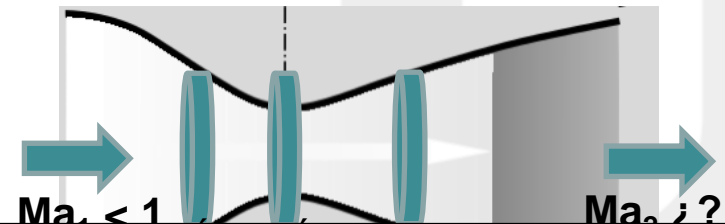
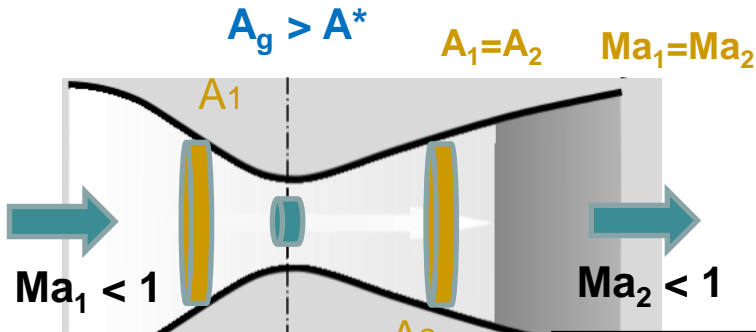
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 2.2. Flujo estacionario isentrópico

### Área sónica y caudal másico en una tobera



$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \frac{(1 + 0,2Ma^2)^3}{1,728}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

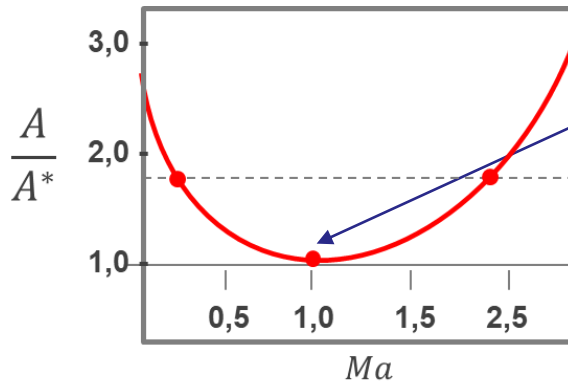
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2.2. Flujo estacionario isentrópico

### Área sónica y caudal másico en una tobera

#### CAUDAL MÁSIICO MÁXIMO

$$m = \rho AV = \rho^* A^* V^* \left( \frac{A^*}{A} \right) \frac{\rho V}{\rho^* V^*} = \frac{m \text{ por unidad de area}}{m \text{ por unidad de area (sónica)}}$$



Máximo en  $Ma = 1$  (condiciones sónicas)

Para condiciones de remanso dadas,  $m$  es máximo cuando en la garganta hay condiciones sónicas ( $A_{garganta} = A^*$ )

**BLOQUEO:** No puede haber un caudal mayor a menos que se ensanche el conducto (o se cambien las condiciones de estancamiento).

$$m_{max} = \rho^* A^* V^* = \rho_0 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{1/(k-1)} A^* \left( \frac{2k}{k+1} R_g T_0 \right)^{1/2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2.2. Flujo estacionario isentrópico

### Área sónica y caudal másico en una tobera

#### CAUDAL MÁSIKO MÁXIMO

Si la tobera no está bloqueada, el caudal másico puede calcularse en cualquier sección con área y  $Ma$  conocidos

Para cualquier area, en flujo estacionario:

$$m = cte = \rho AV = \left( \frac{P}{R_g T} \right) A \left( Ma \sqrt{k R_g T} \right) = P A Ma \sqrt{\frac{k}{R_g T}}$$

$$T = f(T_0, k, Ma) \quad y \quad P = f(P_0, k, Ma)$$

$$m = \frac{A Ma P_0 \sqrt{k / (R_g T_0)}}{[1 + (k - 1) Ma^2 / 2]^{k+1 / 2(k-1)}}$$

Cálculo del caudal másico en función del área y  $Ma$  locales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2.2. Flujo isoterma

### Ecuaciones de conservación

Temperatura constante en toda la conducción

No adiabático ni isentrópico: intercambio de calor y pérdida de energía por rozamiento

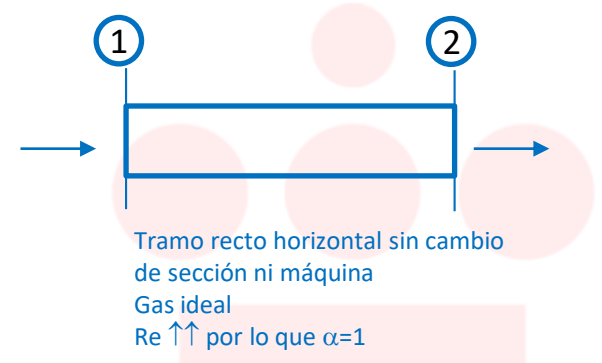
#### 1) Ecuación de continuidad:

$$m_1 = m_2 \rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \rightarrow G_1 A_1 = G_2 A_2$$

**G: Velocidad másica (kg/m<sup>2</sup>s) → Conducciones sin cambios de sección:  $G_1 = G_2$**

#### 2) Ecuación de conservación de energía:

$$(h_2 - h_1) + \left( \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} \right) = q \quad \xrightarrow{\text{Gas ideal}} \quad c_p(T_2 - T_1) + \left( \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} \right) = q$$



Al haber pérdida de presión debida al rozamiento, la densidad del fluido baja, y por lo tanto **la velocidad aumenta a lo largo de la tubería.**


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## 2.2. Flujo isoterma

### 3) Ecuación de conservación de Bernoulli:



$$VdV + \frac{dP}{\rho} + \frac{fV^2 dL}{2D} = 0$$

Tramo recto horizontal sin cambio de sección ni máquina  
Gas ideal  
Re ↑↑ por lo que  $\alpha=1$

$$V = \frac{G}{\rho} \rightarrow dV = \frac{-Gd\rho}{\rho^2}$$

$$\frac{-G^2 d\rho}{\rho^3} + \frac{dP}{\rho} + \frac{fG^2 dL}{2D\rho^2} = 0$$

Reordenando multiplicando por  $\rho^2$

$$-\rho dP = \frac{-G^2 d\rho}{\rho} + \frac{fG^2 dL}{2D}$$

$$-\int_1^2 \rho dP = -G^2 \int_1^2 \frac{d\rho}{\rho} + \frac{fG^2}{2D} \int_1^2 dL \Rightarrow \int_1^2 dL = L$$

$$\rho = \frac{P}{R_g T}$$

T=cte

$$-G^2 \int_1^2 \frac{d\rho}{\rho} = -G^2 \ln(\rho) \Big|_1^2 = -G^2 \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

$$\rho = \frac{P}{R_g T}$$

T=cte

$$-G^2 \int_1^2 \frac{d\rho}{\rho} = -G^2 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = G^2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 2.2. Flujo isoterma

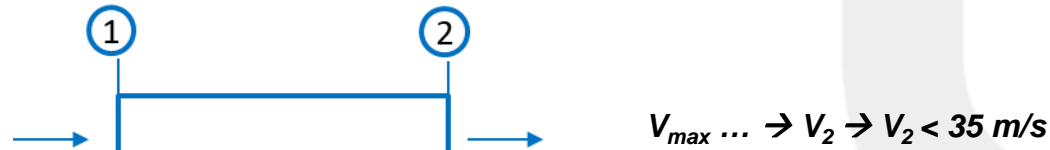
### Ecuaciones de conservación

$$\left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{2R_g T}\right) = G^2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \frac{f G^2}{2D} L \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{M}{2R T}\right) (P_1^2 - P_2^2) = G^2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \frac{f G^2}{2D} L$$

**Simplificación de Weymouth:** Cuando **EN TODA LA TUBERÍA** la velocidad es inferior a 35 m/s, experimentalmente se ha comprobado que  $P_1 \approx P_2 \rightarrow \ln(P_1/P_2) \approx 0$

**Casos: Sistemas a muy alta presión, diámetros grandes**

$$(P_1^2 - P_2^2) = \frac{RT}{M} \frac{f G^2}{D} L \quad (P_1^2 - P_2^2) = R_g T \frac{f G^2}{D} L$$



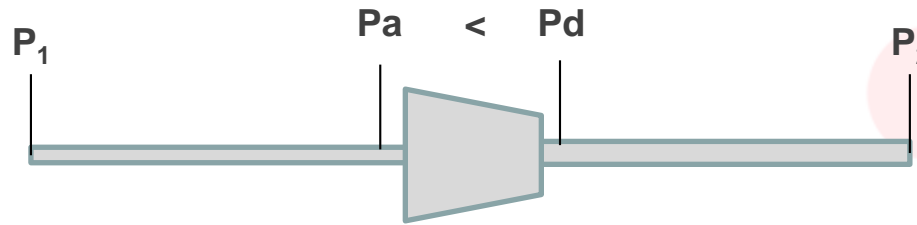
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# 3. Cálculo de la Potencia para el Flujo

## Cálculo de la potencia de compresión



La potencia que deben suministrar las máquinas se calcularán a partir de las presiones de admisión y descarga de las mismas

Las ecuaciones vistas en el apartado anterior se utilizarán para poder evaluar estas presiones

Cálculo de la energía: ecuaciones de compresión para gases.

**Compresión adiabática:** se produce con una considerable elevación de temperatura.

**Compresión isoterma:** debe eliminarse todo el calor producido durante la compresión. Se necesita un trabajo mínimo para comprimir el gas

**Compresión politrópica:** intermedio entre el adiabático y el isoterma. El trabajo que hay que realizar en

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



# 3. Cálculo de la Potencia para el Flujo

## Cálculo de la potencia de compresión

$$N = mW \left( \frac{J}{s} \right) \quad m = \rho VA = GA$$

**Isoterma:**  $W = - \int_1^2 P dv$  Gas ideal  $\Rightarrow W = -R_g T \int_1^2 \frac{dv}{v} = -R_g T \ln \left( \frac{v_2}{v_1} \right) = R_g T \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)$

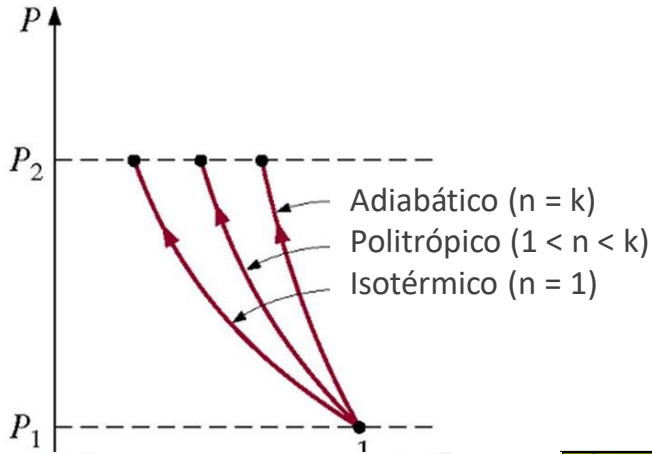
$$W = R_g T \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = \frac{RT}{M} \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

### Adiabático:

$$W = \frac{k}{k-1} R_g T \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{k}{k-1} \frac{RT}{M} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

### Politrópico:

$$W = \frac{n}{n-1} R_g T \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} \frac{RT}{M} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 3. Cálculo de la Potencia para el Flujo

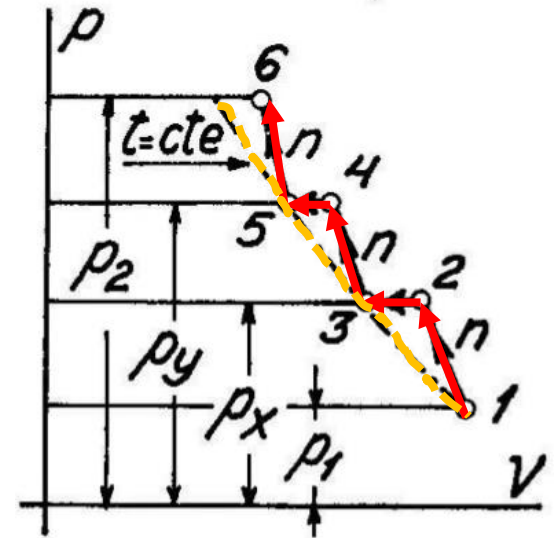
## Compresión politrópica en s etapas

Necesaria cuando la relación de compresión  $r$ , ( $P_D/P_A$ ), es  $P_D/P_A > 3$

$$W = s \frac{n}{n-1} R_g T \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{ns}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} \frac{RT}{M} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Cálculo de s:

$$r_{lim} = 3 = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{s}} \rightarrow s = \frac{\log \left( \frac{P_2}{P_1} \right)}{\log(3)} = 2,09 \log \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 2,09 \log(r)$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70