Soluciones al Examen

Tema 1 CMTC, Probabilidades y Estadística II

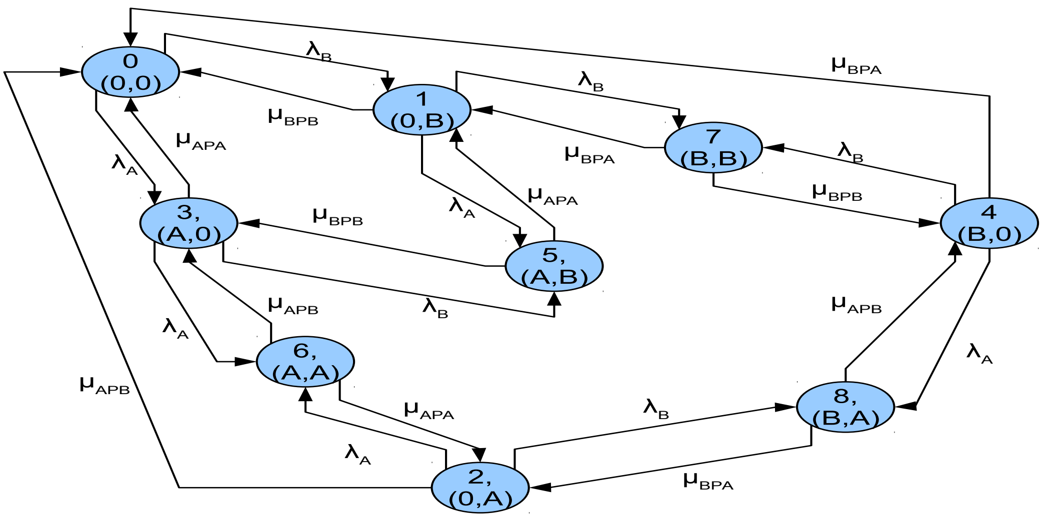
Viernes 24 de Octubre de 2014

Problema-1 Solución:

a) Modelo de CMTC: estados y diagrama de transición.

El estado de sistema es descrito por el uso de los procesadores: desocupado, ocupado por un proceso local, ocupado por un proceso remoto. El trabajo A corresponde al servidor A, El trabajo B corresponde al servidor B.

Estado	(proc.A,proc.B)
0	(0,0), el sistema vacío
1	(0,B), el proc.A vacío y un trabajo local en el proc.B
2	(0,A), el proc.A vacío y un trabajo remoto en el proc.B
3	(A,0), el proc.B vacío y un trabajo local en el proc.A
4	(B,0), el proc.B vacío y un trabajo remoto en el proc.A
5	(A,B), un trabajo local en el proc.A y un trabajo local en el proc.B
6	(A,A), un trabajo local en el proc.A y un trabajo remoto en el proc.B
7	(B,B), un trabajo remoto en el proc.A y un trabajo local en el proc.B
8	(B,A), un trabajo remoto en el proc.A y un trabajo remoto en el proc.B



$q_{i.j}$,

$q_{i.j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	0	2	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	2	0	1	0
2	1/2	0	0	0	0	0	2	0	1
3	1	0	0	0	0	1	2	0	0
4	1/2	0	0	0	0	0	0	1	2
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1/2	0	0	0	0	0
7	0	1/2	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	1/2	0	1/2	0	0	0	0

b) El sistema descrito:

a) $p_{i,j}$, v_i,

$p_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	v_i
0	0	1/3	0	2/3	0	0	0	0	0	3
1	1/4	0	0	0	0	1/2	0	1/4	0	4
2	1/7	0	0	0	0	0	4/7	0	2/7	7/2
3	1/4	0	0	0	0	1/4	1/2	0	0	4
4	1/7	0	0	0	0	0	0	2/7	4/7	7/2
5	0	1/2	0	1/2	0	0	0	0	0	2
6	0	0	2/3	1/3	0	0	0	0	0	3/2
7	0	1/3	0	0	2/3	0	0	0	0	3/2
8	0	0	1/2	0	1/2	0	0	0	0	1

b) Ecuaciones de Equilibrio:

0.- $3\pi_0 = \pi_1 + 1/2\pi_2 + \pi_3 + 1/2\pi_4$

1.- $4\pi_1 = \pi_0 + \pi_5 + 1/2\pi_7$

2.- $7/2\pi_2 = \pi_6 + 1/2\pi_8$

3.- $4\pi_3 = 2\pi_0 + \pi_5 + 1/2\pi_6$

4.- $7/2\pi_4 = \pi_7 + 1/2\pi_8$

5.- $2\pi_5 = 2\pi_1 + \pi_3$

6.- $3/2\pi_6 = 2\pi_2 + 2\pi_3$

7.- $3/2\pi_7 = \pi_1 + \pi_4$

8.- $1\pi_8 = \pi_2 + \pi_4$

— $\sum_0^8 \pi_i = 1$

c) el número medio de peticiones que están en el sistema:

$L = 0\pi_0 + 1\pi_1 + 1\pi_2 + 1\pi_3 + 1\pi_4 + 2\pi_5 + 2\pi_6 + 2\pi_7 + 2\pi_8$

d) La proporción de tiempo que se aceptan peticiones en el sistema:

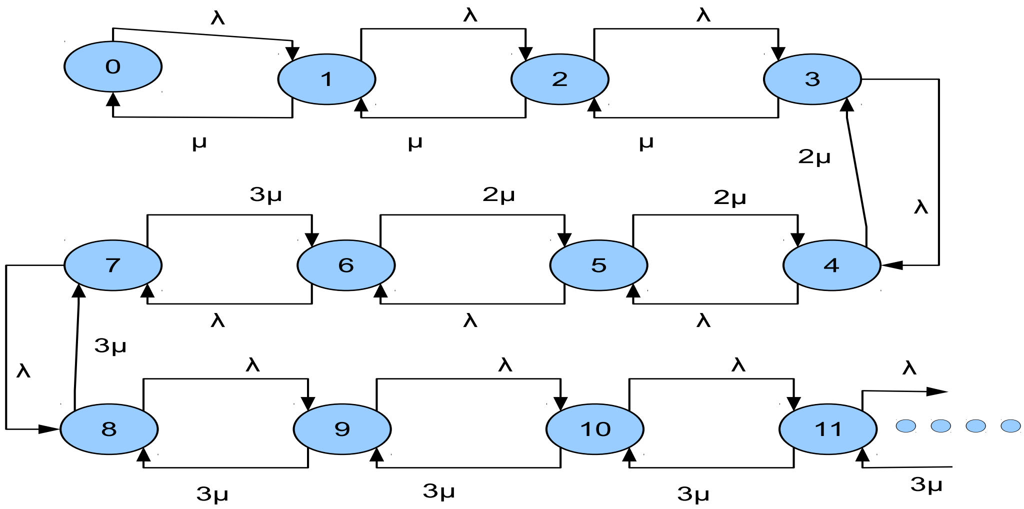
$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4$

e) $400 = 0\pi_0 + 1x(\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4) + 2x(\pi_5 + \pi_6 + \pi_7 + \pi_8)$

$x = 400/(1(\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4) + 2(\pi_5 + \pi_6 + \pi_7 + \pi_8))$ euros/hora

Problema-2 Solución:

a) El diagrama de transición de estados, donde el estado es el número de clientes que espera el servicio de la caja o está recibiendo servicio, $\lambda = 1/2$ y $\mu = 1/3$.



b) La distribución estacionaria:

$\lambda_n = \lambda = 10$ clientes/hora, n=0,1,2,3,...

$\mu_n = 60/12$ clientes/hora, n=1,2,3

$\mu_n = 2 * 5$ clientes/hora, n=4,5,6

$\mu_n = 3 * 5$ clientes/hora, n=7,8,...

$\pi_1 = (10/5)\pi_0 = 2\pi_0,$

$\pi_2 = (10/5)^2\pi_0 = 4\pi_0,$

$\pi_3 = (10/5)^3\pi_0 = 8\pi_0,$

$\pi_4 = (10/5)^3(10/10)\pi_0 = 8\pi_0,$

$\pi_5 = (10/5)^3(10/10)^2\pi_0 = 8\pi_0,$

$\pi_6 = (10/5)^3(10/10)^3\pi_0 = 8\pi_0,$

$\pi_7 = (10/5)^3(10/10)^3(10/15)\pi_0,$

$\pi_n = (10/5)^3(10/10)^3(10/15)^{n-6}\pi_0,$ n=7,8,...

$\pi_0 + \pi_0(2 + 4 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8(2/3) + 8(2/3)^2 + \ldots) = 1$

$\pi_0(31 + 8(1 + 2/3 + (2/3)^2 + \ldots)) = 1$

$\pi_0 = \frac{1}{(31+8\frac{1}{1-2/3})} = 1/55$

$\pi_0 = 1/55,$

$\pi_1 = (10/5)\pi_0 = 2 * 1/55,$

$\pi_2 = (10/5)^2\pi_0 = 4 * 1/55,$

$\pi_3 = (10/5)^3\pi_0 = 8 * 1/55,$
$\pi_4 = (10/5)^3(10/10)\pi_0 = 8 * 1/55,$
$\pi_5 = (10/5)^3(10/10)^2\pi_0 = 8 * 1/55,$
$\pi_6 = (10/5)^3(10/10)^3\pi_0 = 8 * 1/55,$
$\pi_7 = (10/5)^3(10/10)^3(10/15) * 1/55,$
$\pi_n = (10/5)^3(10/10)^3(10/15)^{n-6} * 1/55.$

c) Proporción de tiempo que abre un solo mostrador:

$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 0.2727$

d) Número medio de cajas cerradas:

$3\pi_0 + 2(\pi_1 + \pi_2 + \pi_3) + (\pi_4 + \pi_5 + \pi_6) = 1$ caja cerrada en promedio, a largo plazo

e) Con una sola caja el sistema no tiene distribución de equilibrio, y por tanto no se puede calcular la probabilidad.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_q 1 \ldots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \ldots \mu_n} =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1/2 * 1/2 * \ldots * 1/2}{1/3 * \ldots * 1/3} = \infty$$

La capacidad de servicio es inferior a la demanda y se acumulan los clientes sin límite, es decir, el sistema se congestiona. La probabilidad de que se encuentre la única caja desocupada es 0.