

Examen

Probabilidades y Estadística II

Graduado/a en Ingeniería Informática

Viernes 22 de Enero de 2016, Tiempo: 2 horas.

Instrucciones: Realizar cada problema en hojas diferentes y poner nombre, apellidos y n^o de matrícula en todas las hojas. Se pueden utilizar libros y/o apuntes.

Problema-1/Tema 2, Colas, 40 minutos

Varios funcionarios deben revisar el equipaje de los viajeros en la aduana de un aeropuerto. Todos los viajeros llevan equipaje de mano, que es revisado en un tiempo aleatorio exponencial de media 1 minuto. La mitad de los viajeros, además llevan un maleta facturada, ambas maletas son revisadas en un tiempo aleatorio exponencial de media 4 minutos. Los viajeros llegan según un proceso de Poisson de tasa 2 viajeros por minuto al puesto de control, donde hacen una única cola.

1. Formular un modelo de colas para el puesto de control de aduanas, con el mínimo número de funcionarios.
2. ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar?
3. ¿Cuál es la media de viajeros en el puesto de control?
4. ¿Cuál es la media de funcionarios ocupados revisando el equipaje?
5. ¿Cuál es el tiempo medio en cola?
6. ¿Cuántos funcionarios se necesitan para que el tiempo medio en cola sea la mitad del anterior?

Problema-2/Tema 3, Redes, 40 minutos

Un sistema está configurado por 5 nodos, $\{A, B, C, D, E\}$, según la matriz siguiente:

| | A | B | C | D | E |
|-----|--------|-----|-----|-----|-----|
| A | 0 | 1/3 | 1/3 | 1/3 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| D | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| E | 97/100 | 0 | 0 | 0 | 0 |

que muestra las probabilidades de que un cliente que sale del nodo de la fila i se dirija al nodo de la columna j .

Los clientes llegan al nodo A con tasa λ y reciben servicio a tasa $\mu_A = 2 * \lambda$. El nodo A distribuye en proporciones iguales los clientes a su salida entre los nodos B , C y D . Estos tres nodos envían los clientes de su salida hacia el nodo E . Los clientes reciben servicio en los nodos B , C y D a tasa $\mu_B = \mu_C = \mu_D = \Lambda_A/3$, donde la capacidad está limitada y se rechaza el 10% de los clientes en cada uno de los tres nodos. El 3% de los clientes que salen del nodo E abandona el sistema, donde recibieron servicio a tasa $\mu_E = \lambda$.

1. Modelizar el problema como una red de colas, dibujar el sistema y anotar las probabilidades en el diagrama.
2. Supuesto que la red funciona de forma estable, calcular cuantos procesadores debe haber en cada nodo como mínimo.
3. Calcular el número medio de clientes en el sistema.
4. Calcular el tiempo medio en la cola en cada nodo.
5. Calcular la probabilidad de tener que esperar cola en el nodo E .

Problema-3/Tema 1, CMTC, 40 minutos

N técnicos deben mantener M máquinas, $N \leq M$. La máquina m funciona durante un tiempo exponencial con tasa $\lambda_m, m = 1, \dots, M$, antes de sufrir una avería. Cuando una máquina se avería la repara un técnico dedicado en exclusiva a dicha máquina. Los tiempos de reparación, para todas las máquinas, según el técnico n que la repara son exponenciales de tasa $\mu_n, n = 1, \dots, N$. El proceso de interés consiste en conocer la disponibilidad de cada máquina y la actividad de los técnicos. Considerar el estado 0: todas las máquinas funcionan.

1. ¿Se puede analizar este proceso como uno de nacimiento y muerte?, dar una respuesta razonada.
2. Construir un modelo para el proceso con 1 técnico y 2 máquinas: definir los estados, calcular las tasas q_{ij} , dibujar el diagrama de transición de estados del proceso.
3. Dados $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$ y $\mu_1 = 4$:
 - a) Calcular el tiempo medio de permanencia en cada estado.
 - b) Calcular las probabilidades de transición entre estados.
 - c) ¿Cuál es el estado que tiene mayor probabilidad a largo plazo?
 - d) ¿Cuál es la proporción de tiempo que trabaja el técnico?
4. Construir un modelo para el proceso con 2 técnicos y 3 máquinas: definir los estados, calcular las tasas $q_{0j}, \forall j$, dibujar el diagrama de transición de estados del proceso.