

Ejemplo. Un servidor de Internet tiene una velocidad de transmisión de 1600 caracteres por segundo para atender las peticiones que le llegan, que lo hacen según un proceso de Poisson con una velocidad media de 300 peticiones por minuto.

La longitud de cada petición puede aproximarse a una distribución exponencial de media 280 caracteres por petición.

Calcular las principales medidas estadísticas de eficiencia del sistema suponiendo que:

- a) Se dispone de un número ilimitado de buffers; y
- b) El número de buffers es 14. ¿Son suficientes 14 buffers para que la probabilidad de que el sistema esté completo no supere el 1%? En caso negativo, encontrar el número de buffers necesarios.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle wave pattern. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

En a) el modelo es $M/M/1$ con $\lambda=300$ peticiones/minuto, es decir, 5 peticiones/segundo y $\mu=(1600 \text{ caracteres/segundo})/(280 \text{ caracteres/petición})=5.714$ peticiones/segundo.

Luego, $\rho = 5/5.714 = 0.875$.

En b) se propone un sistema $M/M/1/15$, pues se permiten 14 peticiones encoladas en los buffers más la petición siendo transmitida.

$$\rho = 1 - \pi_0 = 1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^0 \frac{1 - \frac{\lambda}{\mu}}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1}} = 1 - \frac{1 - \frac{5}{5.714}}{1 - \left(\frac{5}{5.714}\right)^{16}} = 0.858$$

El número medio de clientes en el sistema y en la cola son:

$$u = (K + 1)u^{K+1} \frac{5}{5.714} + 16 \left(\frac{5}{5.714}\right)^{16}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Los tiempos medios en el sistema y en la cola son:

$$W = L/\lambda_e = \frac{L}{\lambda(1 - \pi_K)} = \frac{4.86}{5(1 - 0.1917)} = 0.991 \text{ segundos}$$

$$W_q = L_q/\lambda_e = \frac{L_q}{\lambda(1 - \pi_K)} = \frac{4.002}{5(1 - 0.01927)} = 0.816 \text{ segundos}$$

siendo

$$\pi_K = \pi_{15} = \left(\frac{5}{5.714}\right)^{15} \frac{1 - \frac{5}{5.714}}{1 - \left(\frac{5}{5.714}\right)^{16}} = 0.01917$$

La siguiente tabla recoge los resultados obtenidos en el sistema



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

	<i>M/M/1</i>	<i>M/M/1/15</i>
λ_e	5 peticiones/segundo	4.904 peticiones/segundo
π_0	0.125	0.142
ρ	0.875	0.858
L	7 peticiones	4.86 peticiones
L_q	6.125 peticiones	4.002 peticiones
W	1.4 segundos	0.991 segundos
W_q	1.225 segundos	0.816 segundos

Se observa una mayor eficiencia del modelo *M/M/1/15*, pero a costa de rechazar un $100\pi_{15} = 1.91\%$ de las peticiones, que deberán intentarlo más tarde o simplemente se perderán, con las consecuentes pérdidas asociadas.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo. Un mecánico tiene un taller en el que sólo caben 4 coches. Los coches llegan según un proceso de Poisson de tasa 3 coches por día.

El mecánico tarda en arreglar un coche un tiempo distribuido exponencialmente de media 2 días, si hay 2 o menos coches en total.

Cuando hay 3 ó 4 coches, llama a un familiar para que le ayude (ambos arreglan juntos los coches), reduciendo el tiempo medio a 1 día.

Encontrar la proporción de tiempo que ambos están ocupados y la proporción de tiempo que trabaja el mecánico.

En este sistema hay 5 **estados**: $N = 0, 1, 2, 3, 4$ coches en el taller, pues la capacidad es 4.

La **tasa de nacimiento** es $\lambda_n = \lambda = 3$ coches diarios, $n = 0, 1, 2, 3$. Sin embargo, la **tasa de muerte** depende del número de coches en el taller: $\mu_1 = \mu_2 = 0.5$, $\mu_3 = \mu_4 = 1$ coches diarios.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. Below the text is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$0.5\pi_1 = 3\pi_0$$

$$3.5\pi_1 = 0.5\pi_2 + 3\pi_0$$

$$3.5\pi_2 = 3\pi_1 + \pi_3$$

$$4\pi_3 = 3\pi_2 + \pi_4$$

$$3\pi_3 = \pi_4$$

$$1 = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4$$

cuya solución es: $\pi_0=1/475$, $\pi_1=6/475$, $\pi_2=36/475$, $\pi_3=108/475$, $\pi_4=324/475$.

Así, la probabilidad de que ambos estén ocupados es la probabilidad de que trabaje el familiar, que es $\pi_3 + \pi_4 \approx 0.9095$. Sin embargo, el mecánico trabaja $1 - \pi_0 \approx 0.9979$ del tiempo.

$\pi_0=0.0021$ será la proporción de tiempo en que los dos trabajadores están ocio-



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70