

Tema 3. Corriente alterna

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Índice

01 Señales variables con el tiempo. Ondas senoidales

02 Régimen senoidal permanente

03 Circuitos de 1^{er} orden. Respuesta en frecuencia

04 Potencia activa y reactiva. Factor de potencia

Cartagena99

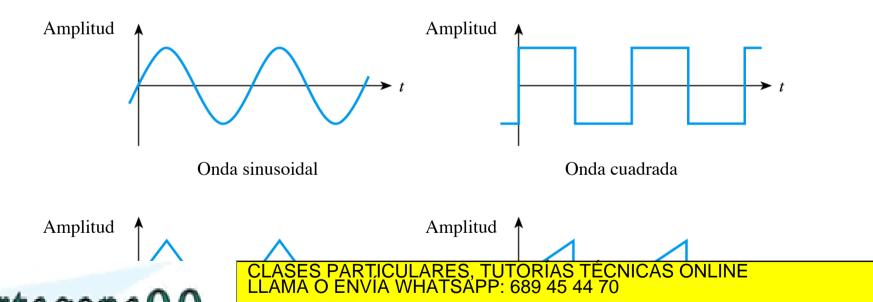
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -



Señales variables en el tiempo

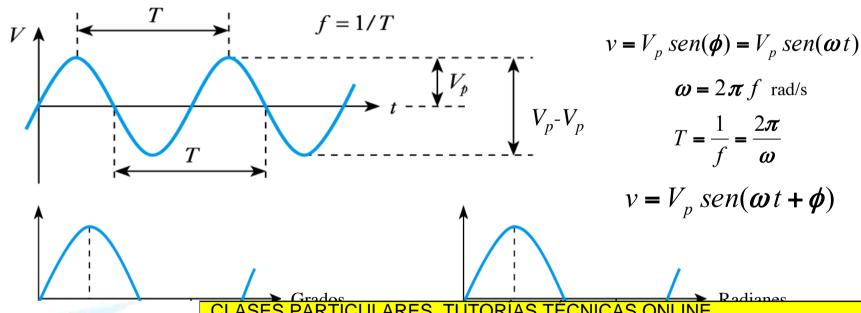
- La corriente y la tensión en los circuitos puede ser constante (CC) o variable con el tiempo (CA)
- Escalón y rampa. Formas de onda periódicas





Forma de onda senoidal

• Período T(s), frecuencia f(Hz), amplitud o valor de pico V_p , ω (rad), frecuencia angular, ϕ fase ($grados\ o\ rad$)



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Forma de onda senoidal. Carácterísticas

- La respuesta en régimen permanente de un circuito lineal con excitación senoidal es una función senoidal de igual frecuencia. La amplitud y la fase puede variar.
- La suma de funciones senoidales de igual frecuencia es una función senoidal de igual frecuencia. La amplitud y la fase puede variar.
- La derivada de una senoide es de forma senoidal, y su integral también.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -



Forma de onda senoidal. Carácterísticas

- Mediante la descomposición en serie de Fourier cualquier función periódica puede representarse como una combinación lineal de un número finito de funciones senoidales
- Los alternadores generan tensión con forma senoidales.
 Es una forma de onda fácil de obtener
- La respuesta de un sistema ante funciones senoidales de distinta frecuencia nos da información del sistema.



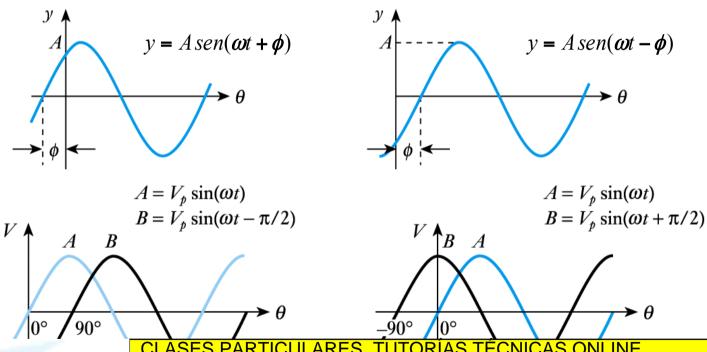
CLÁSES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

LINE DDIVATE LESSONS E



Forma de onda senoidal. Fase

Período (ángulo) desde un valor de referencia



Cartagena 99

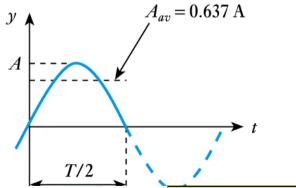
CLÂSES PÁRTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

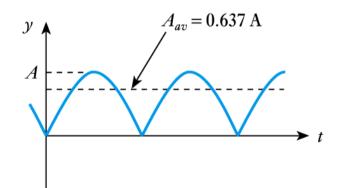


Forma de onda senoidal. Valor medio

- El valor medio en un ciclo es 0
- Suponiendo medio ciclo u onda rectificada:

$$V_{m(av)} = \frac{1}{T} \int_{a}^{a+T} V_{p} sen(\phi) d\phi = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\pi} V_{p} sen(\phi) d\phi = \frac{V_{p}}{\pi} \left[-\cos(\phi) \right]_{0}^{\pi} = \frac{2V_{p}}{\pi} = 0.637 \times V_{p}$$





Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTÓRÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Forma de onda senoidal. Valor eficaz

- El valor eficaz es la raíz cuadrada del valor cuadrático medio (r.m.s.)
- Su utilidad deriva de que la potencia medida mediante valores eficaces es equivalente a la de los valores de CC

$$P_{mc.c.(av)} = I_{CC} \cdot V_{CC}$$

$$P_{mc.a.(av)} = I_{ef} \cdot V_{ef}$$

$$V_{ef(rms)} = \sqrt{\frac{1}{T}} \int_{a}^{a+T} \left[V_{p} sen(\boldsymbol{\phi}) \right]^{2} d\boldsymbol{\phi} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \int_{0}^{\pi} \left[V_{p} sen(\boldsymbol{\phi}) \right]^{2} d\boldsymbol{\phi} = \frac{V_{p}}{\sqrt{2}}$$

Cartagena99

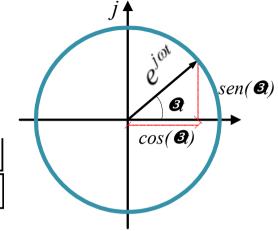
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

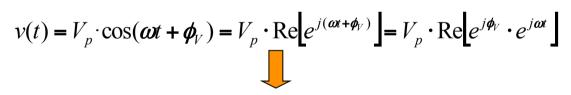


Régimen senoidal permanente

Notación compleja. Euler

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \operatorname{sen}(\omega t)$$
 $\cos(\omega t) = \operatorname{Re}\left[e^{j\omega t}\right]$
 $e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j \operatorname{sen}(\omega t)$ $\operatorname{sen}(\omega t) = \operatorname{Im}\left[e^{j\omega t}\right]$





$$v(t) = V_p \cdot e^{j\phi_V} e^{j\omega t}; \quad i(t) = I_p \cdot e^{j\phi_i} e^{j\omega t}$$

Resistencias

Bobinas

Condensadores



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLÍNE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- -



Elementos pasivos. Módulo y fase

Respuesta de los elementos pasivos básicos. Impedancia

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$V_{p} \cdot e^{j\phi_{V}} e^{j\omega t} = R \cdot I_{p} \cdot e^{j\phi_{i}} e^{j\omega t}$$

$$R = \frac{V_p}{I_p}$$

$$\varphi_{V} = \varphi_{i}$$

$$v(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$V_p \cdot e^{j\phi_V} e^{j\omega t} = j\omega L \cdot I_p \cdot e^{j\phi_i} e^{j\omega t}$$

$$V_p \cdot e^{j\phi_V} = \omega L \cdot I_p \cdot e^{j\phi_i + \pi/2}$$



$$V_p = \omega L \cdot I_p$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$\boldsymbol{\phi}_{V} = \boldsymbol{\phi}_{i} + \boldsymbol{\pi}/2$$

$$i(t) = C \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$I_p \cdot e^{j\phi i} e^{j\omega t} = j\omega C \cdot V_p \cdot e^{j\phi_V} e^{j\omega t}$$

$$I_p \cdot e^{j\phi_i} = \omega C \cdot V_p \cdot e^{j\phi_V + \pi/2}$$



$$I_p = \omega C \cdot V_p$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\phi_i = \phi_V + \pi/2$$



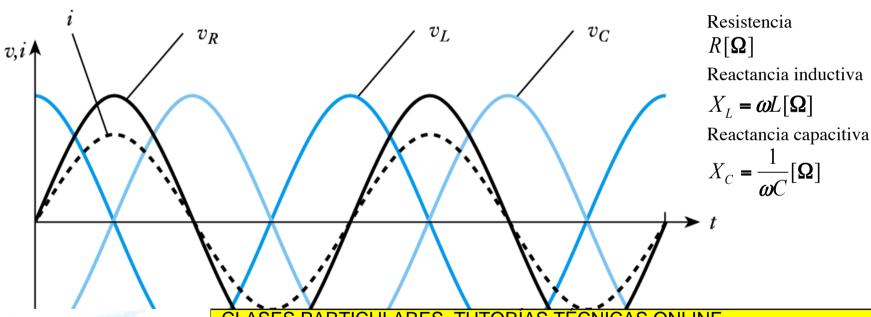
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

_



Elementos pasivos

Formas de onda de la tensión y la corriente en los elementos pasivos básicos. Reactancia



Cartagena 99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Elementos pasivos. Serie y paralelo. Impedancias

 Serie. Todos los elementos recorridos por la misma corriente



Paralelo. Todos los elementos sometidos a la misma

tensión

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_{R_2}} + \frac{1}{Z_L}$$

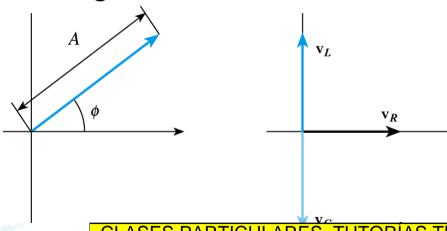


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Diagramas de fase o vectoriales

- En sistemas de frecuencia fija, una señal senoidal queda caracterizada por el módulo y la fase
- Un diagrama de fase permite representar módulo y fase en un único diagrama



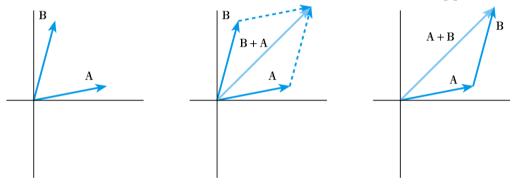
Cartagena99

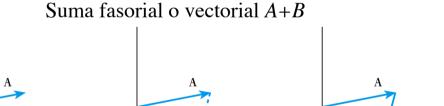
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Diagramas de fase o vectoriales

 Un diagrama de fase permite sumar y restar vectorialmente señales senoidales de igual frecuencia





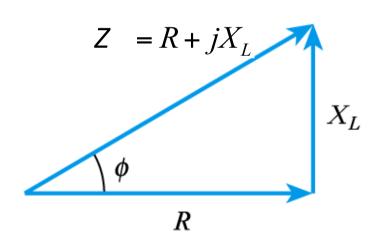
Cartagena99

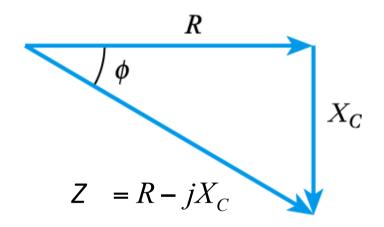
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Diagramas de fase o vectoriales. Impedancias

 Un diagrama de fase permite representar impedancias complejas mediante su módulo y argumento (fase)





Representación gráfica de una impedancia RL

Representación gráfica de una impedancia RC

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

-

 \mathbf{V}_{C}



Circuitos de 1er orden. RC

• Circuitos formados por resistencias, fuentes independientes y un solo elemento almacenador de energía (L ó C). Se caracterizan por una ecuación diferencial de primer orden

Resolución fasorial o vectorial Módulo:

$$V = \sqrt{R^2 \cdot I^2 + \frac{I^2}{(\omega C)^2}} \qquad \longrightarrow \qquad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$



$$\phi_i = \phi - \phi_v; \quad \phi = arctg \frac{1}{\omega RC}$$



$$i(t) = \frac{V}{\cos(\omega t + \phi - \phi_v)} \cdot \cos(\omega t + \phi - \phi_v) = \frac{V}{\cos(\omega t + \phi - \phi_v)} \cdot \frac{1}{\cos(\omega t + \phi - \phi$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Circuitos de 1^{er} orden. RC

Resolución directa al régimen senoidal permanente mediante complejos

Función de transferencia $H(j\omega)$

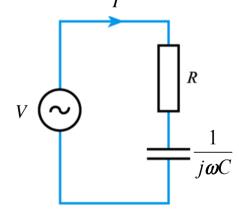
$$V_{C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}V}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{V}{1 + j\omega RC} \implies H \quad (j\omega) = \frac{V_{C}}{V} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$
Módulo:

Módulo:

$$|H(j\omega)| = \left|\frac{V_C}{V}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Argumento:

$$\angle H$$
 $(j\omega) = \angle \frac{V_C}{V} = \phi = arctg(0) - arctg(\omega RC)$



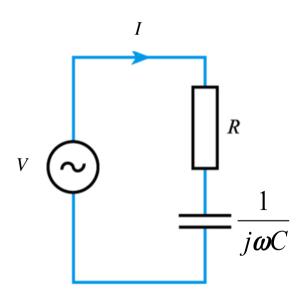


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Circuitos de 1^{er} orden. RC

Divisor de impedancias



$$V_C = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}V$$

$$V_C = \frac{1}{1 + j\omega RC}V$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -



Circuitos de 1er orden. RL

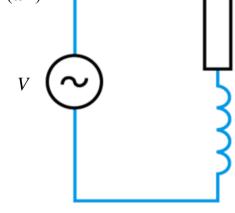
Resolución fasorial o vectorial

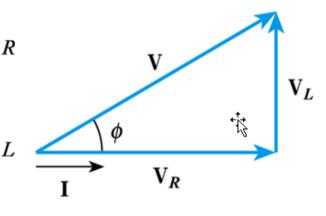


$$V = \sqrt{R^2 \cdot I^2 + (\omega L)^2 \cdot I^2} \longrightarrow I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)}}$$

Argumento:

$$\phi_i = \phi_v - \phi; \quad \phi = arctg \frac{\omega L}{R}$$





Solución:

$$i(t) = \frac{V}{\sqrt{1 + \phi_v - \phi}} \cdot \cos(\omega t + \phi_v - \phi) \iff v_L(t) = -\frac{V}{\sqrt{1 + \phi_v - \phi}} \cdot \omega L \cdot sen(\omega t + \phi_v - \phi)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Circuitos de 1^{er} orden. RL

 Resolución directa al régimen senoidal permanente mediante complejos

Función de transferencia $H(j\omega)$

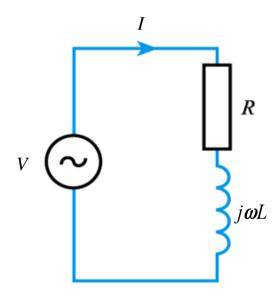
$$V_L = \frac{j\omega LV}{R + j\omega L} \Longrightarrow H \quad (j\omega) = \frac{V_L}{V} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

Módulo:

$$|H(j\omega)| = \frac{|V_L|}{|V|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

Argumento:

$$\angle H$$
 $(j\omega) = \angle \frac{V_L}{V} = arctg(\infty) - arctg(\frac{\omega L}{R}) = \frac{\pi}{2} - \phi$



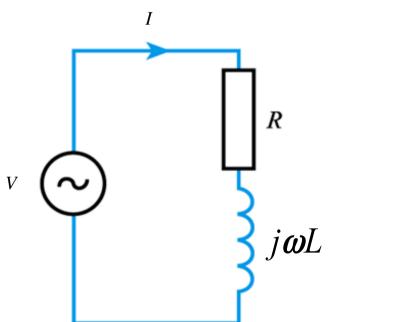
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Circuitos de 1^{er} orden. RL

Divisor de impedancias



$$V_L = \frac{Z_L}{Z_R + Z_L}V$$

$$V_L = \frac{j\omega RL}{1 + j\omega RL}V$$

Cartagena99

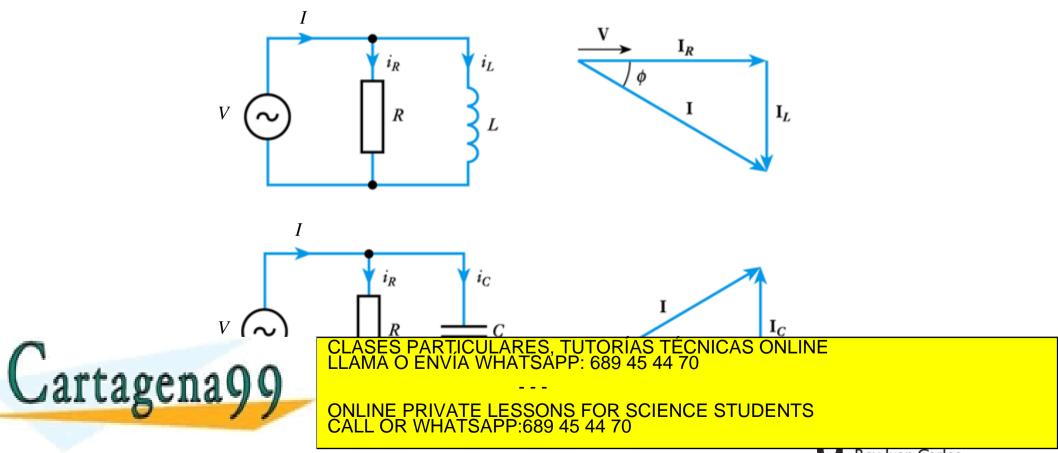
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -



Circuitos de 1^{er} orden. Paralelo

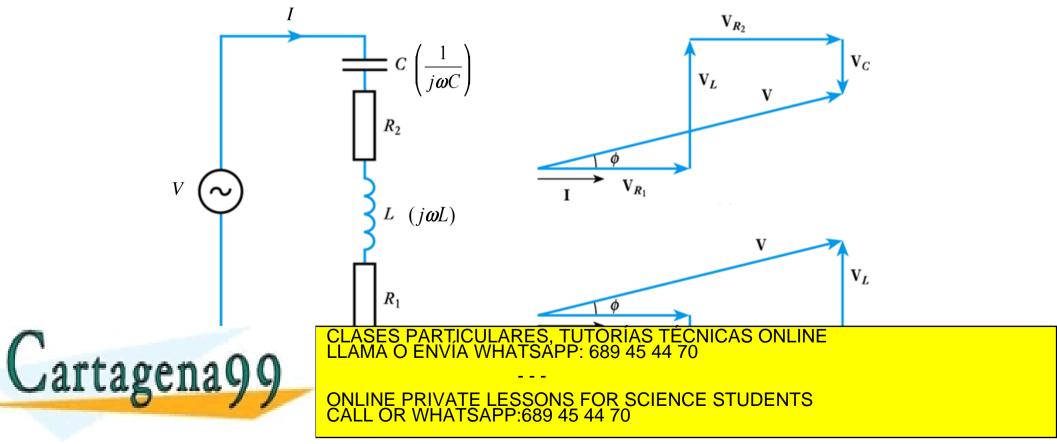
Diagramas fasoriales de corrientes





Circuitos de 2º orden. RLC

Circuitos con 2 elementos almacenadores de energía





Respuesta en frecuencia

Gráfica de la magnitud y la fase de la **función de transferencia** en función de la frecuencia.

Función de transferencia, H(w), es el cociente entre la amplitud compleja de la salida, Y(w) (tensión o corriente), entre la amplitud compleja de la entrada *X(w)* (tensión o corriente)

El módulo de la función de transferencia indica la ganancia del sistema en función de la frecuencia. La fase es la diferencia angular entre las sinusoides de salida y de entrada

Aplicación fundamental del análisis de respuesta en frecuencia: filtros



Cartagena99

ASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE **ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70**



Potencia en una resistencia

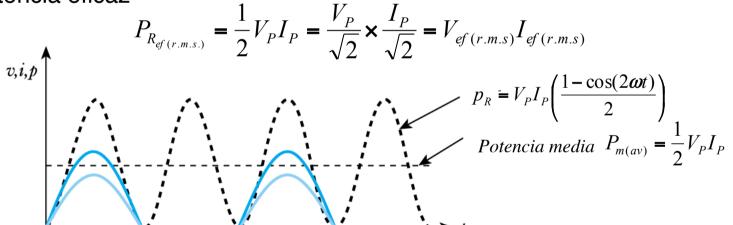
Potencia instantánea

$$p_R(t) = v(t)i(t) \qquad p_R = V_P sen(\omega t) \times I_P sen(\omega t) = V_P I_P sen^2(\omega t) = V_P I_P \left(\frac{1 - \cos(2\omega t)}{2}\right)$$

Potencia media

$$\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \right) = \frac{1}{2} \qquad P_{R_{m(\alpha v)}} = \frac{1}{2} V_{P} I_{P}$$

Potencia eficaz



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

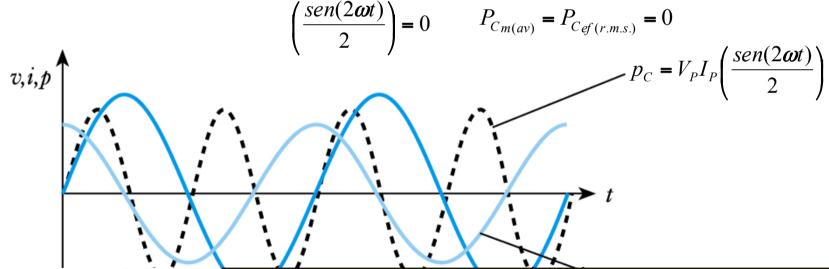


Potencia en un condensador

• Potencia instantánea (I adelanta 90° de V)

$$p_C(t) = v(t)i(t) p_C = V_P sen(\omega t) \times I_P \cos(\omega t) = V_P I_P \left(\frac{sen(2\omega t)}{2}\right)$$

Potencia media y eficaz



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

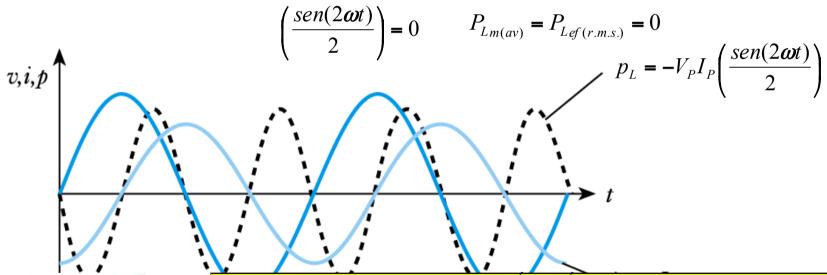


Potencia en una bobina

• Potencia instantánea (*I* retrasa 90° de *V*)

$$p_L(t) = v(t)i(t) p_L = V_P sen(\omega t) \times [-I_P \cos(\omega t)] = -V_P I_P \left(\frac{sen(2\omega t)}{2}\right)$$

Potencia media y eficaz



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Energía en régimen senoidal permanente

Energía en una resistencia

$$w_{R}(t) = \int_{0}^{t} v(t) i(t) \, \partial t \qquad w_{R} = \int_{0}^{t} V_{P} I_{P} \left(\frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \right) \partial t = \frac{V_{ef} I_{ef}}{\omega} \left(\omega t - \frac{sen(2\omega t)}{2} \right) \quad \text{Valor creciente}$$

• Energía en un condensador

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{1/\omega C} = \omega C V_{ef} \qquad w_C = \int_0^t V_P I_P \left(\frac{sen(2\omega t)}{2} \right) \partial t = \frac{1}{2} C V_{ef}^2 (1 - \cos(2\omega t))$$
 Valor oscilante con frecuencia $(2\omega t)$ entre 0 y $C V_{ef}^2$

Energía en una bobina

$$V_{e\!f} = \omega L I_{e\!f} \qquad \qquad W_L = \int_0^t -V_P I_P \bigg(\frac{sen(2\omega t)}{2} \bigg) \partial t = \frac{1}{2} L I_{e\!f}^2 \left(1 - \cos(2\omega t) \right) \qquad \begin{array}{l} \text{Valor oscilante con} \\ \text{frecuencia} \left(2\omega t \right) \\ \text{entre 0 y } L I_{e\!f}^2 \end{array}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Potencia en una resistencia y una bobina

$$p(t) = v(t)i(t) \qquad p = V_{P}sen(\omega t) \times I_{P}sen(\omega t - \phi_{i}) = \frac{1}{2}V_{P}I_{P}\{\cos\phi_{i} - \cos(2\omega t - \phi_{i})\}$$

$$p = \frac{1}{2}V_{P}I_{P}\cos\phi_{i} - \frac{1}{2}V_{P}I_{P}\cos(2\omega t - \phi_{i})$$

 Potencia media. Primer término. Potencia disipada en los componentes resistivos

$$P = \frac{1}{2} V_P I_P(\cos \phi_i) = \frac{V_P}{\sqrt{2}} \times \frac{I_P}{\sqrt{2}} \times (\cos \phi_i) = V_{ef} I_{ef} \cos \phi_i$$

 Potencia media. Segundo término. Potencia almacenada en el elemento reactivo (bobina), y que recircula por el circuito en cada ciclo



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Potencia Activa y Reactiva

- En circuitos con componentes resistivos y reactivos, la potencia tiene dos términos:
 - ✓ Potencia disipada en los componentes resistivos. Potencia activa (P) en vatios (W)

$$P = \frac{1}{2} V_P I_P(\cos \phi_i) = \frac{V_P}{\sqrt{2}} \times \frac{I_P}{\sqrt{2}} \times (\cos \phi_i) = V_{ef} I_{ef} \cos \phi_i$$

✓ Potencia almacenada en los elementos reactivos y devuelta al circuito. **Potencia reactiva** (Q) en Voltamperios reactivos (VA_r)

$$p = -\frac{1}{2}V_P I_P \cos(2\omega t - \phi_i)$$

El producto de la tensión eficaz V por la corriente eficaz I

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Potencia Activa y Reactiva

 La potencia reactiva (Q) no se disipa, pero al circular por el circuito obliga a dimensionar cables y otros elementos adecuadamente y aumenta las pérdidas

Potencia Activa (P)

$$P = VI \cos \phi [W]$$

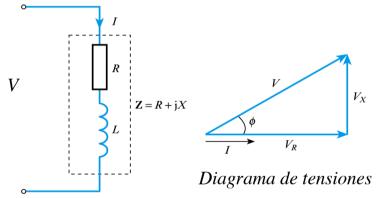
Potencia Reactiva (Q)

$$Q = VI sen \phi [VA_r]$$

Potencia Aparente (S)

$$S^2 = P^2 + Q^2 [VA]^2$$

Las bobinas "consumen"





Cartagena 99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Factor de potencia

Factor de potencia

Potencia Activa (W)
Potencia Aparente (VA) = Factor de Potencia
$$\frac{P}{S} = \cos \phi$$

- Las cargas inductivas tienen un factor de potencia "de retraso"
- Las cargas capacitivas tienen un factor de potencia "de adelanto"
 - ✓ Un motor de alterna típico tiene un factor de potencia inductivo de 0,9
 - ✓ Una gran red eléctrica nacional tiene un factor de potencia inductivo de 0,8 - 0,9

✓ Equipos electrónicos: Euentes conmutadas, rectificadores e inversores CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Factor de potencia. Corrección

- El problema de un bajo factor de potencia se puede corregir añadiendo al circuito componentes adicionales que lo hagan cercano a la unidad. Correción del Factor de Potencia
 - ✓ Instalaciones eléctricas convencionales. Un condensador del tamaño adecuado en paralelo con una carga con un bajo factor de potencia inductivo puede "cancelar" el efecto inductivo
 - ✓ Podría colocarse en serie, pero modificaría la tensión en la carga
 - ✓ Cuanto más cercano a la unidad, más eficiente el sistema.
 - ✓ Cuanto más lejano de la unidad, aumentan las pérdidas, hay que sobredimensionar las instalaciones, hay caídas de tensión CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena



- Microelectrónica: circuitos y dispositivos. M. N. Horenstein, Prentice Hall
- Circuitos eléctricos. Nilsson, James W.Pearson Prentice Hall.
- Teoría de Circuitos. V. Parra, J. Ortega, A. Pastor, A. Pérez. UNED
- Fundamentals of electric circuits ó Fundamentos de circuitos eléctricos. Alexander, Charles K., Matthew N. O. Sadiku.
- Electronics: A Systems Approach. Neil Storey. Pearson-Prentice Hall.4th Edition

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -