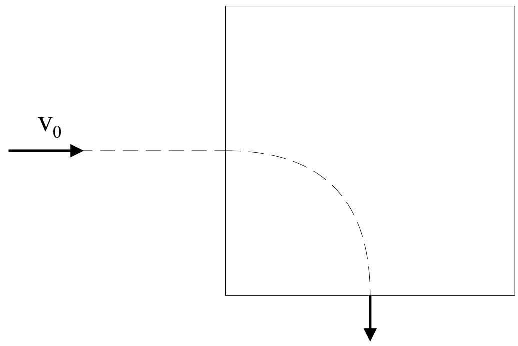
Tema 4. Fuerzas y campos magnéticos.

Problemas resueltos.

Problema 1.- Un haz de electrones con velocidad $v = 10^6$ m/s va a ser desviado 90^o por medio de un imán como se muestra en la figura.
Se pide:
a) La dirección del campo magnético para obtener la deflexión representada;
b) La expresón teórica del radio de curvatura de la trayectoria de los electrones cuando se encuentran en la zona del imán, suponiendo que el campo es constante en la zona del imán y nulo en el exterior;



c) La fuerza ejercida sobre los electrones por el campo magnético, suponiendo que el radio de curvatura de la trayectoria es $R = 10$ cm;
d) el valor del campo magnético en este último supuesto.

Solución:

a) Para que el electrón describa la órbita circular descrita en la figura, la fuerza ejercida sobre él debe ser perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia el centro de curvatura de la misma.

Por lo tanto, dado que la fuerza magnética es $\vec{f} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, el campo magnético deberá ser perpendicular al plano de la trayectoria y dirigido hacia abajo, ya que la carga del electrón tiene signo negativo.

b) El radio de la órbita se puede obtener igualando el módulo de la fuerza magnética (qv_0B) a la fuerza centrífuga (mv_o^2/R); despejando R se obtiene $R = mv_0/(eB)$.

c) Dada la simetría del problema, podemos evaluar el módulo de la fuerza magnética usando relaciones escalares (calcule el estudiante las otras características del vector)

$$f = ev_0B = m\frac{v_0^2}{R} = 9,1 \times 10^{-18} \text{ N}$$

d) Por las misma razón, el módulo del campo magnético es

$$B = \frac{mv_0}{eR} = 5,69 \times 10^{-5} \text{ T}$$

Problema 2.- Un protón es acelerado desde el reposo por un campo electrostático cuya diferencia de potencial es $V = 2 \times 10^6$ Voltios. Una vez acelerado penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme perpendicular a la trayectoria del protón y de valor $B = 0,2$ T.
Calcular:
a) el radio de la órbita,
b) la velocidad del protón en ella,
c) el tiempo que tarda el protón en describir una órbita completa.
Datos: Masa del protón $= 1,67 \times 10^{-27}$ Kg, carga del protón $= 1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb.

Solución:

a) y b) Justo antes de entrar en la región en la que existe campo magnético, y por conservación de la energía, la energía cinética del protón será igual a la energía potencial electrostática inicial del mismo. Esto es,

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \Longrightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = 1,95 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

Dado que en este caso la velocidad inicial del protón es perpendicular al campo magnético, una vez bajo la acción del campo magnético, el protón se moverá en una trayectoria circular en la que la fuerza centrífuga se verá equilibrada por la fuerza de Lorentz. Por tanto,

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \qquad \Longrightarrow \qquad R = \frac{mv}{qB} = 1,01 \text{ m}.$$

c) El tiempo empleado por el protón en recorrer la órbita es

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 3,25 \times 10^{-7} \text{ s}.$$

Problema 3.- Un protón es acelerado por una diferencia de potencial elétrico V e introducido en una región en la que existe un campo magnético B uniforme perpendicular a la velocidad del protón.
Se pide:
a) Calcular el radio de la trayectoria.
b) Calcular la velocidad angular del protón en dicha trayectoria.
c) Suponga ahora que en la misma región donde se aplica el campo magnético, existe también un campo eléctrico constante y uniforme E' que actúa perpendicularmente a la velocidad del protón y al campo magnético, ¿cuál deberá ser el valor del potencial acelerador V para que el protón no se desvíe al entrar en la zona de los campos eléctrico y magnético?

Solución:
a) La diferencia de potencial eléctrica hace que el protón adquiera una energía cinética tal que

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}},$$

donde m es la masa del protón, q su carga, y v su velocidad.

En la región donde tenemos el campo magnético, el protón es forzado por la fuerza magnética a realizar un movimiento circular de radio R (la fuerza resultante está siempre dirigida hacia el centro de la circunferencia) de forma que, igualando la fuerza magnética con la centrípeta, se tiene

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \qquad \Rightarrow \qquad R = \frac{mv}{qB} = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}}$$

b) La velocidad angular es

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

c) Si el protón no se desvía quiere decir que la fuerza total (eléctrica y magnética) sobre él es nula. Igualando la fuerza eléctrica con la magnética, obtenemos

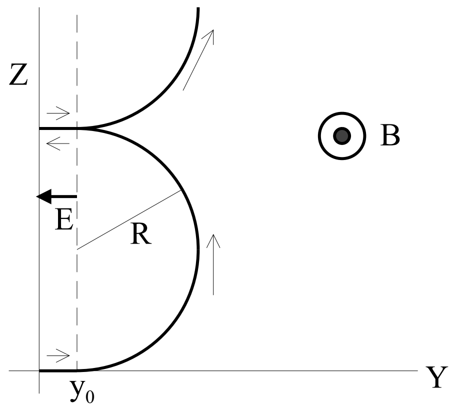
$$qvB = qE' \quad \Longrightarrow \quad v = E'/B$$

que es la velocidad que debe tener el protón para que no se desvíe.

Por lo tanto, el potencial acelerador eléctrico debe ser tal que

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{E'}{B}\right)^2 \quad \Longrightarrow \quad V = \frac{m}{2q}\left(\frac{E'}{B}\right)^2$$

Problema 4.- En la región limitada por los planos $y = 0$, e $y = y_o = 10$ cm, existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -1000\,\vec{j}$ V/m. Por otra parte, en la región existente entre el plano $y = y_o$ y el infinito existe únicamente un campo magnético uniforme $\vec{B} = 10^{-4};\vec{i}$ T.
Se abandona un electrón en el origen de coordenadas, sin velocidad inicial.
Hallar:
a) la velocidad del electrón en el momento de atravesar el plano $y = y_o$,
b) comprobar que el movimiento del electrón es periódico en la coordenada y,
c) calcular el periodo de este movimiento.



Datos: Masa del electrón $= 0,9 \times 10^{-30}$ Kg, carga del electrón $= 1,6 \times 10^{-19}$ Coulombs.

Solución:

a) El campo eléctrico acelera al electrón en la dirección positiva del eje OY, con una aceleración $\vec{a} = \vec{F}/m = e\vec{E}/m = 1,77 \times 10^{14}\vec{j}$ m s^{-2}. Por lo tanto, la velocidad del electrón al atravesar el plano indicado será $v = \sqrt{2ay_o} = 5,95 \times 10^6$ ms^{-1}.

b) Al entrar en la región del campo magnético B, la fuerza de Lorenz induce un movimiento circular uniforme, con sentido contrario a las agujas del reloj, y cuyo radio se puede obtener de la igualdad entre la fuerza de Lorenz y la centrífuga, es decir:

$$evB = \frac{mv^2}{R} \qquad \Longrightarrow \qquad R = \frac{mv}{eB} = 0,335 \text{ m}$$

Sin embargo, cuando el electrón ha descrito la mitad del círculo vuelve a cruzar el plano $y = y_o$ en dirección contraria a la anterior, con lo que se vuelve a ver sometido únicamente al campo eléctrico que en este caso lo frena hasta que el electrón se para al llegar al plano $y = 0$. En este momento volvemos a estar en la situación inicial pero con el electrón desplazado una distancia $2R$ en la dirección negativa del eje OX. Por lo tanto el movimiento del electrón en la coordenada y se repetirá periódicamente, mientras que en la coordenada x se producirá un desplazamiento $2R$ por cada periodo de la coordenada y.

c) El periodo del movimiento en la cordenada y será la suma de los tiempos empleados por el electrón en recorrer los dos espacios rectilíneos en los que es acelerado y frenado respectivamente por el campo eléctrico, más el empleado en recorrer la trayectoria semicircular causada por el efecto del campo magnético.

El tiempo enpleado en cada tramo bajo la acción del campo eléctrico se obtiene de

$$y_o = \frac{1}{2}at_1^2 \qquad \Longrightarrow \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2y_o}{a}} = \sqrt{\frac{2y_o m}{eE}} = 3,35 \times 10^{-8} \text{ s}$$

Por otra parte, el tiempo que tarda en recorrer el semicírculo es

$$t_2 = \frac{\pi R}{v} = 1,77 \times 10^{-7} \text{ s}$$

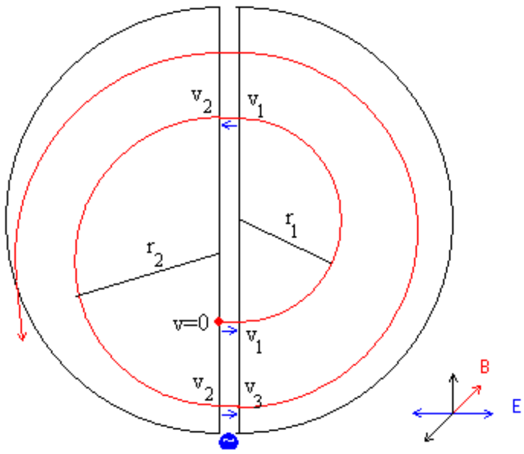
Luego el tiempo total será:

$$T = 2t_1 + t_2 = 2,44 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Problema 5.- El ciclotrón es un acelerador de partículas que consta de una cavidad cilíndrica conductora dividida en dos mitades en forma de D (D_1 y D_2), que se colocan en el seno de un campo magnético B creado por un potente electroimán; el campo es paralelo al eje de la cavidad. En el interior de las D se crea un grado de vacío elevado para impedir que las partículas colisionen con las moléculas de aire. Las dos cavidades se encuentran aisladas eléctricamente entre sí. Una fuente de iones, o de partículas, se coloca en el centro de las D. A éstas se les aplica una diferencia de potencial alterna: $V_0 \sin \omega_0 t$.

Se pide:
a) Razonar el pricipio básico de funcionamiento de este acelerador.
b) Suponiendo conocidos B, q, m, calcular la frecuencia angular, ω_0, para asegurar un funcionamiento correcto.
c) Si R es el radio del ciclotrón, calcular la velocidad y energía máximas con que salen las partículas.
d) ¿Cuántas vueltas completas deben dar las partículas en el interior de las D para que salgan con dicha energía, si la amplitud de la tensión aplicada es V_0?
Nota: Se desprecian correcciones relativistas, es decir, a pesar de su elevada velocidad, se considera que la masa de las partículas permanece constante.
Aplicación numérica (protones): B=1,5 T, $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C, R =0,92 m, $V_0 = 2 \times 10^4$ V.

Solución:



a) Las partículas o iones emitidos por la fuente alcanzan uno de los lados, por ejemplo, el D_1. Sabemos que el campo magnético obliga a las partículas a describir una circunferencia de radio $R = mv/qB$. Al haber trazado la semicircunferencia y abandonar D_1, abandona el conductor. Si la polaridad es la adecuada (D_1 positiva respecto de D_2), la partícula (que suponemos de carga positíva) se encuentra sometida a un potencial acelerador V_0.

b) Para asegurar un funcionamiento correcto del ciclotrón, el tiempo que tarda la partícula en recorrer una semicircunferencia (t_c) en el interior de una de las D debe ser igual a la mitad del periodo de la tensión sinusoidal aplicada (T_0). Sabemos que el tiempo que tarda en recorrer una semicircunferencia es

$$t_c = \frac{\pi m}{qB} \qquad\qquad \omega_0 = \frac{qB}{m}$$

c) De lo visto antes, podemos inferir que la relación entre la velocidad máxima y el radio del ciclotrón es

$$v_{max} = \frac{BRq}{m}$$

y la energía cinética, suponiendo que la masa permanece constante,

$$E_{c,max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2m}q^2B^2R^2.$$

Vemos que esta energía cinética máxima depende de las características de la partícula, del radio del ciclotrón y de la inducción magnética, pero no del potencial acelerador V_0. Pero, si V_0 es pequeño, la partícula tiene que dar muchas vueltas en el seno de las D antes de alcanzar la energía deseada; si es grande, sólo unas pocas son necesarias.

d) Vamos a tratar cuantitativamente la consideración que acabamos de hacer. En cada vuelta, la partícula atraviesa el espacio entre las D: se encuentra sometida dos veces al potencial acelerador. Cada vez que se ve sometida a dicho potencial obtiene una ganancia de energía cinética igual a qV_0. Si inicialmente la partícula partió del reposo, y después de n aceleraciones se situa en la velocidad máxima, tendremos que

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = nqV_0$$

Si llamamos $n^* = n/2$ al número de vueltas completas, tendremos

$$n^* = \frac{q}{4m}\frac{B^2R^2}{V_0}$$

Nota importante: En principio podríamos suponer la eventualidad de una capacidad de aceleración ilimitada de la partícula hasta alcanzar cualquier energía deseada. A las dificultades tecnológicas y económicas se suma una física. Al aumentar la energía, la velocidad de la partícula puede llegar a ser una fracción importante de la velocidad de la luz, introduciéndose efectos relativistas de variación de la masa. Tenemos como consecuencia un defasaje entre el potencial alterno y el movimiento de la partícula. Sin embargo, esta variación relativista puede corregirse o bien dándole una forma adecuada al campo magnético (sincrotones) o bien variando la frecuencia de la tensión alterna y manteniendo la inducción magnética constante (sincrociclotrones).

Las evaluaciones numéricas dan como resultado:

$$\omega_0 = 1,44 \times 10^8 \text{ rads/s} \qquad v_{max} = 1,32 \times 10^8 \text{ m/s} \qquad E_{c,max} = 1,45 \times 10^{-11} \text{ J} \qquad n^* = 2281 \text{ vueltas}$$

Problema 6.- Consideremos el movimiento orbital del electrón del átomo de hidrógeno, alrededor del núcleo. Sea R el radio de la órbita, que consideramos circular, y V la velocidad lineal con la que se mueve. Calcular el valor de la intensidad de la corriente producida por este movimiento, el momento magnético dipolar y su relación con el momento angular orbital.

Solución:

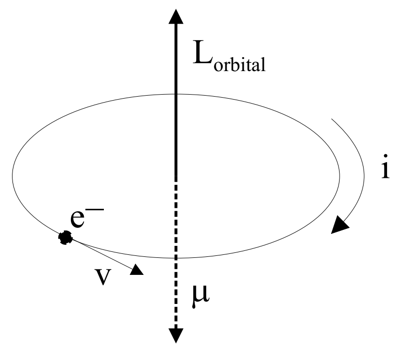
Estamos considerando un modelo clásico para el átomo de hidrógeno. La frecuencia del movimiento orbital del electrón será

$$\nu = \frac{V}{2\pi R} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

La corriente correspondiente es $i = q_e\nu$, ya que ν representa el número de veces por unidad de tiempo que la carga q_e del electrón atraviesa un punto cualquiera de la trayectoria circular.

Esta corriente lleva sentido contrario al del movimiento del electrón. Por definición del momento dipolar magnético asociado a una corriente cerrada, tendremos

$$\mu = q_e\nu\pi R^2 = \frac{1}{2}q_e\omega R^2.$$



Su dirección es, según la regla conocida, la dada por la figura.

Por otra parte, el módulo del momento angular orbital vale

$$L_{\text{orbital}} = mvR = m\omega R^2,$$

con la dirección y el sentido que se indican en la figura. Comparando las dos expresiones, se obtiene en forma vectorial

$$\vec{\mu} = \frac{q_e}{2m}\vec{L}_{\text{orbital}}$$

Por consiguiente, al electrón se le puede asociar un momento magnético que está relacionado directamente con su momento angular.

La teoría cuántica introduce una contribución adicional al momento dipolar magnético, μ_{spin}, que no puede ser deducido a partir de consideraciones clásicas. Las propiedades magnéticas que presentan los imanes se consideran debidas a estas *corrientes microscópicas* provinientes del movimiento orbital y de spin de los electrones.

Problema 7.- Un cable coaxial está formado por un conductor cilíndrico de radio R_1 rodeado por otro conductor, también cilíndrico, cuyo radio interior es R_2 y el exterior R_3. Ambos conductores están por lo tanto, aislados uno de otro por una separación $R_2 - R_1$. Hacemos que los conductores estén recorridos por corrientes estacionarias I iguales y de sentidos contrarios.

La densidad de corriente se considera uniforme en ambos conductores.
Calcular la inducción magnética B para todo valor de la distancia r al centro del cable coaxial. Dibujar B(r).

Solución:

El valor de $\mathbf{B}$ para las distintas regiones que se pueden distinguir para r, dada la estructura del sistema es como sigue.

a) Caso $r < R_1$.

Dada la simetría del campo, elegimos como curva para calcular la circulación magnética una circunferencia de radio r concéntrica con la corriente

$$\oint_{c_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \oint_{c_1} dl = B \cdot 2\pi r$$

Esta circulación (por el teorema de Ampère) es igual al producto de μ_0 por la corriente encerrada por la curva c_1.

Calculemos ahora esa intensidad de corriente $i(r)$. Dado que la densidad de corriente J es uniforme podemos escribir que

$$i(r) = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J \int_S d\mathbf{S} = JS$$

y que se cumple que

$$\mathbf{J} = \frac{I}{\pi R_1^2} = \frac{i(r)}{S}$$

donde S representa el área encerrada por la curva c_1 de radio r.

Por lo tanto:

$$i(r) = \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} I$$

y nos queda

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{r^2}{R_1^2} I \qquad \Longrightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 r}{2\pi R_1^2} I.$$

Dada la simetría del sistema, su dirección es tangente a las circunferencias concéntricas que constituyen sus líneas de fuerza; el sentido viene determinado por la regla de la mano derecha.

b) Caso $R_1 < r < R_2$.

Aplicando el teorema de Ampère a una circunferencia de radio r:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \qquad \Longrightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

que coincide con el valor del campo para un conductor rectilíneo indefinido, recorrido por una corriente estacionaria I. Por consiguiente, para los puntos de la región que nos ocupa, el campo magnético es el mismo que se crearía si toda la corriente se encontrase concentrada a lo largo del eje del conductor cilíndrico.

c) Caso $R_2 < r < R_3$.

Aplicamos de nuevo el teorema de Ampère a una circunferencia concéntrica con el eje del cable:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i^*(r)$$

$i^*(r)$ es la corriente encerrada por la circunferencia: $i^*(r) = I - i"(r)$, donde $i"(r)$ representa la parte de corriente encerrada correspondiente al conductor cilíndrico exterior, de manera que $i"(r) < I$.

La intensidad $i"(r)$ se puede calcular de la misma manera que ya hicimos para $i(r)$ en el apartado (a):

$$i"(r) = \frac{\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} I$$

por lo tanto

$$i^*(r) = I \left[1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right] = \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} I$$

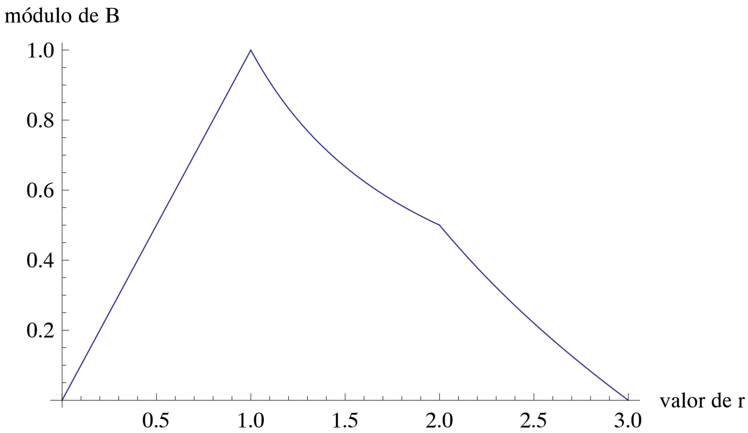
que sustituida en la expresión del campo magnético da:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} I$$

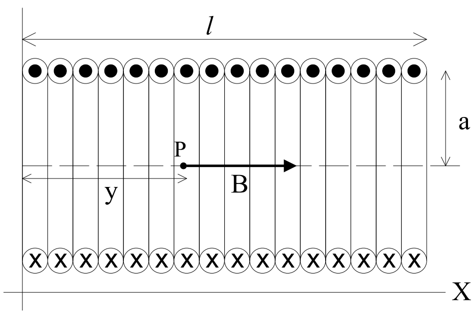
d) Caso $r > R_3$.

La inducción magnética es nula al ser la corriente total encerrada por la circunferencia de radio r nula (las corrientes que atraviesan los conductores del cable son iguales y de sentido contrario)

En definitiva, la representación de la variación de B con r es la que se presenta en la figura.



Problema 8.- Demostrar que en el interior de un solenoide, con una longitud mucho mayor que el radio de una espira, el campo magnético puede considerarse uniforme.



Solución:

Llamemos n al número de espiras (o vueltas del hilo conductor) por unidad de longitud del solenoide. En un punto P (indicado en la figura) el campo producido por las ndx espiras que están en un elemento dx del solenoide será:

$$dB = \frac{\mu_0 I a^2}{2[a^2 + (y-x)^2]^{3/2}} ndx.$$

Integrando en toda la longitud del solenoide, el campo total tendrá por módulo

$$B = \frac{\mu_0 I a^2 n}{2} \int_0^l \frac{dx}{[a^2 + (y-x)^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 I n}{2} \left[\frac{l-y}{[a^2 + (l-x)^2]^{1/2}} + \frac{y}{[a^2 + y^2]^{1/2}} \right]$$

En el límite $l \gg a$, la expresión anterior se reduce a $B = \mu_0 n I$, que es una magnitud constante, tal como queríamos demostrar.

Problema 9.- Una corriente I recorre un conductor cilíndrico recto y largo, de radio $r_1 = 1,4$ mm, de manera uniformemente distribuída en toda la sección transversal del conductor. En la superficie del conductor, el campo magnético tiene una magnitud $B = 2,46$ mT. Determinar la magnitud del campo magnético:

a) a una distancia $r_2 = 2,1$ mm del eje del conductor,

b) a una distancia $r_3 = 0,6$ mm del eje.
c) Determinar la intensidad de la corriente en el conductor.

Solución:

a) En este caso el punto en el que queremos hallar el campo magnético se encuentra en el exterior del conductor. La expresión del campo magnético en el exterior de un conductor infinito se puede hallar por medio del teorema de Ampère, calculando la circulación del campo a lo largo de una circunferencia de radio r, situada en un plano perpendicular al conductor y centrada en el punto en el que el conductor corta dicho plano.

Dada la simetría, el campo magnético solamente depende de r, esto es, se puede escribir como $B(r)$. Como el campo es siempre paralelo al elemento diferencial de longitud a lo largo de la dicha circunferencia, la circulación es $2\pi r B(r)$. Al igualarla a $\mu_0 I$ nos da la expresión del campo en un punto exterior al conductor

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Por lo tanto, $B(r)$ es inversamente proporcional a r, con lo que $B(r_2) = B(r_1) \cdot (r_1/r_2) = 1,64$ mT.

b) Ahora el punto está dentro del conductor. Para calcular el campo en ese punto es necesario aplicar el teorema de Ampère de igual forma que en el caso anterior, pero considerando que en este caso la corriente que atraviesa la sección de una circunferencia de radio r interior al conductor no es la corriente total, sino la magnitud $i(r) = (\pi r^2/\pi r_1^2)I$, dado que la corriente está uniformemente distribuída en la sección transversal del conductor.

Por lo tanto, la expresión del teorema de Ampère será

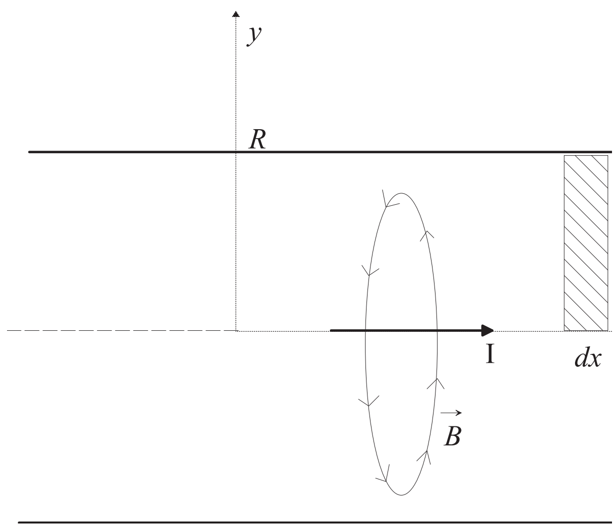
$$2\pi r B(r) = \mu_0 \, I \, \frac{r^2}{r_1^2} \qquad \Longrightarrow \qquad B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r_1^2}$$

Por lo tanto, $B(r)$ es proporcional a r, y entonces $B(r_3) = B(r_1) \cdot (r_3/r_1) = 1,05$ mT.

c) El valor de la corriente se obtiene directamente de la fórmula del campo obtenida en el apartado (a), es decir

$$I = \frac{2\pi r_1 B}{\mu_0} = 17,2 \text{ A}$$

Problema 10.- Un conductor infinitamente largo y cilíndrico, de radio R, cuyo eje coincide con el eje OX, transporta una corriente total I_{tot}, en el sentido de x crecientes. Esa corriente está uniformemente distribuída en su área transversal. Determinar el flujo magnético que atraviesa el conductor por unidad de longitud del mismo, dentro del semiplano $z = 0$, $y > 0$.



Solución:

El campo magnético que genera la corriente está indicado en la figura, donde el plano $z = 0$ es el plano del dibujo. Como se ve, en los puntos de dicho semiplano el campo magnético es perpendicular al mismo y tiene sentido hacia arriba.

Para calcular el flujo a través del semiplano, podemos escoger un elemento de superficie rectangular de lados dx (en la dirección del eje OX) y dy (en la dirección del eje OY). Como resultado de que el campo magnético es perpendicular al semiplano, el flujo elemental a través de esa superficie será entonces el producto del módulo del campo magnético por el área del elemento de superficie, es decir $d\Phi = B(y)dxdy$. Y el flujo elemental por unidad de longitud dx es $B(y)dy$, de manera que el flujo que se nos pide es $\int_0^R B(y)dy$.

Necesitamos calcular ahora el módulo del campo magnético. Para ello utilizamos el teorema de Ampère. Como nos piden el flujo a través del conductor, consideremos un punto $y < R$. Dado que el punto está en el interior del conductor, la corriente que atraviesa la sección circular de radio y interior al conductor no es la corriente total, sino una parte de ella. En concreto es $I(y) = I_{\text{tot}}\pi y^2/(\pi R^2)$, pues la corriente está uniformemente distribuída en la sección transversal del conductor. Por lo tanto, la expresión del teorema de Ampère será

$$2\pi y B(y) = \mu_0 I_{\text{tot}} \frac{y^2}{R^2}; \qquad \Longrightarrow \qquad B(y) = \frac{\mu_0 I_{\text{tot}} y}{2\pi R^2}.$$

Finalmente, el flujo por unidad de longitud pedido vendrá dado por

$$\int_0^R B(y)dy = \frac{\mu_0 I_{\text{tot}}}{2\pi R^2} \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^R = \frac{\mu_0 I_{\text{tot}}}{4\pi}.$$

Nota: Para distancias $y > R$ el campo magnético creado por este conductor es el mismo que el debido a una corriente en un conductor rectilíneo con corriente I_{tot}. Depende por tanto de la distancia al conductor de la forma

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{y}.$$

Problema 11.- Por un conductor rectilíneo muy largo circula una corriente de 20 Amperios. Un electrón está situado en el exterior del conductor, a 1 cm de distancia del eje del mismo y se mueve con una velocidad de 5×10^6 m/s. Hallar la fuerza sobre el electrón cuando se mueve:
(a) alejándose perpendicularmente al conductor,
(b) paralelo al conductor y en el sentido de la corriente
(c) perpendicular al conductor y tangente a una circunferencia concéntrica con el conductor.
(Datos: $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A.)

Solución:

La única fuerza que se ejerce sobre el electrón es la correspondiente al campo magnético creado por la corriente eléctrica que circula por el conductor. Para calcular dicha fuerza es necesario conocer la expresión del campo magnético creado por la corriente.

El módulo de dicho campo magnético a una distancia r del conductor se obtiene de forma sencilla por el teorema de Ampère y es $B = (\mu_o I)/(2\pi r)$, mientras que el sentido es el indicado por la regla de la mano derecha. Por consiguiente, suponiendo que el conductor está orientado según el eje OY y que la corriente circula en el sentido positivo (es decir, que es paralela a $\hat{\jmath}$), la expresión vectorial del campo magnético en el punto r es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi r}\, \hat{\imath} = B\hat{\imath}.$$

Como la expresión de la fuerza de Lorenz es $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, bastará con expresar vectorialmente la velocidad del electrón en cada uno de los casos que nos piden para obtener la respuesta.

a) En este caso $\vec{v} = v_o\vec{k}$, con lo que

$$\vec{F} = -e\ v_o\ B\ \hat{\jmath} \ = \ -3,2 \times 10^{-16}\ \hat{\jmath} \text{ Newtons}$$

por lo que la fuerza va en sentido contrario al de circulación de la corriente.

b) En este caso $\vec{v} = v_o \, \hat{\jmath}$, con lo que

$$\vec{F} = e \, v_o \, B \, \hat{k} = 3,2 \times 10^{-16} \, \hat{k} \text{ Newtons},$$

y la fuerza va en el sentido de alejar al electrón del conductor.

c) En este caso $\vec{v}$ es paralelo o antiparalelo a $\vec{B}$ con lo que su producto vectorial será nulo y, por tanto, $\vec{F} = \vec{0}$.