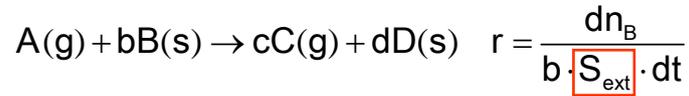


## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

En sistemas heterogéneos G-S y L-S no catalítico,  $r$  se refiere a la superficie externa del sólido  $S_{ext}$ .



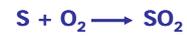
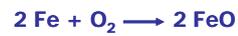
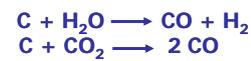
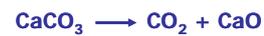
### Casos y ejemplos



Pirólisis, Descomposición térmica



Pirólisis con cenizas



## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Evolución del sólido y fenomenología

**TAMAÑO CONSTANTE**



**TAMAÑO VARIABLE**



TRANSFERENCIA de MATERIA:

INTERFASE F-S  
INTERIOR PARTÍCULA

REACCIÓN QUÍMICA

SALIDA de PRODUCTOS

TRANSFERENCIA de CALOR:

INTERFASE F-S  
INTERIOR PARTÍCULA

CAMBIOS ESTRUCTURALES :

DISGREGACIÓN  
SINTERIZACIÓN (densidad)  
DISMINUCIÓN POROSIDAD  
EXPANSIÓN (densidad)  
AUMENTO POROSIDAD

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Acople de fenómenos y consideración de los mismos

1. Difusión de los reactivos en la capa límite externa hasta la superficie externa de la partícula
2. Difusión de los reactivos en el interior de la partícula a través de la capa de productos sólidos (ceniza)
3. Difusión de los reactivos en el interior de la partícula en la zona de reactivos sólidos
4. Reacción química
5. Difusión de los productos en el interior de la partícula en la zona de reactivos sólidos no reaccionados
6. Difusión de los productos en el interior de la partícula a través de la capa de productos sólidos (cenizas)
7. Difusión externa de los productos hasta la fase gas

### No siempre todas las etapas son necesarias

Reacción química sin cenizas y de partícula decreciente

No existe ni 2 ni 6

Reacción química sin productos gaseosos

No existen 5, 6 y 7

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

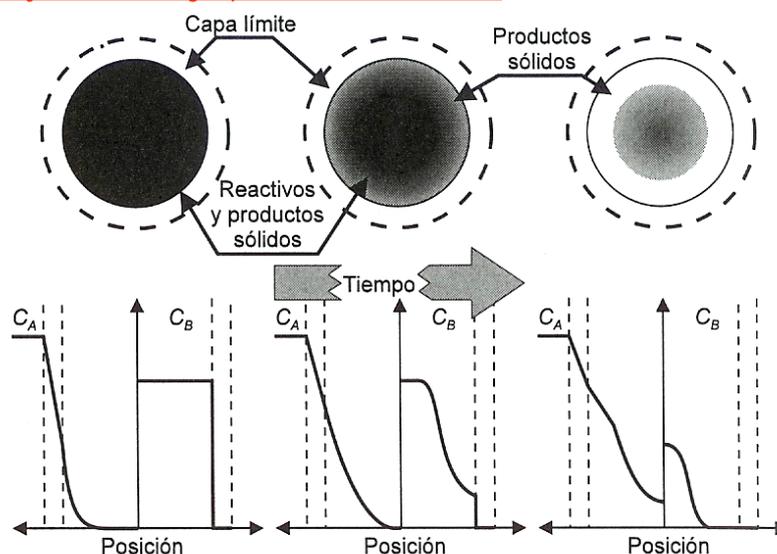
### Evolución del sólido y fenomenología para tamaño constante

Etapas controlante:

Difusión externa

Difusión interna

Reacción química



Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelos cinéticos

**MODELOS de PARTÍCULA:**

de **NÚCLEO DECRECIENTE** (MND)  
de **CONVERSIÓN UNIFORME** (MCU)  
de **ZONAS (dos, tres ZONAS)** (M2Z)

**MODELOS de GRANOS:**

en cada **GRANO MND o MCU**  
con **GRADIENTE de  $C_A$  (g)**

**MODELOS de POROS:**

**variación de la porosidad**  
**disgregación**

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelos de partículas: modelo de núcleo decreciente con cenizas (MND)

Modelo MND de partícula estable con cenizas



Modelo MND de partícula decreciente

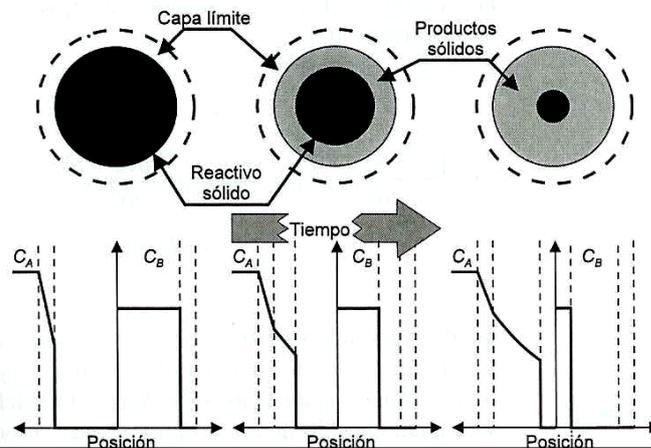


Evolución según MND cenizas:

Núcleo no poroso  
Reacción superficial  
(o RQ muy rápida)

Etapa controlante:

Difusión externa  
Difusión interna  
Reacción química



Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente

Mecanismo aplicable al modelo de núcleo sin reaccionar

1. Difusión externa del reactivo A desde el seno de la fase fluida hasta la superficie de la partícula
2. Difusión interna del reactivo A a través de la zona de productos (cenizas) (difusión en la capa de cenizas)
3. Reacción química

$$X_B = \frac{n_{B0} - n_B}{n_{B0}}$$

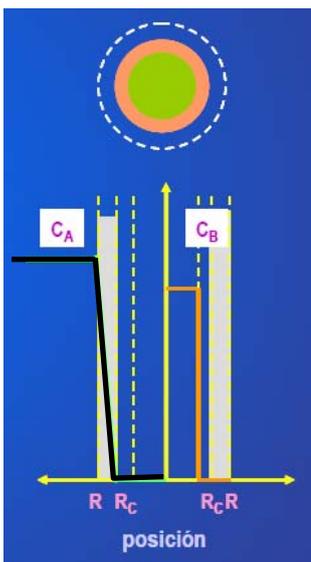
$$n_B = C_{B0} \cdot V_c$$

RELACION CON R

esferas	$X_B = 1 - \left(\frac{R_c}{R_p}\right)^3$
cilindros	$X_B = 1 - \left(\frac{R_c}{R_p}\right)^2$
placas	$X_B = 1 - \left(\frac{L_c}{L}\right)$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: control por parte de la transferencia de materia externa



El caudal molar de A que se transporta hacia el sólido es:

$$C_{A1} = 0$$

$$\frac{dn_A}{dt} = k_c \cdot S_p \cdot (C_{AF} - C_{A1}) = k_c \cdot S_p \cdot C_{AF}$$

Igualando con lo que reacciona del sólido B:

$$\frac{1}{a} \frac{dn_A}{dt} = -\frac{1}{b} \frac{dn_B}{dt} \Rightarrow -\frac{dn_B}{dt} = \frac{b}{a} \frac{dn_A}{dt}$$

$$-\frac{dn_B}{dt} = \frac{b}{a} k_c S_p C_{AF} = \text{cte}$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: control por parte de la transferencia de materia externa

Si se sustituyen los moles de B según su concentración y el radio del sólido que resta ( $R_c$ ):

$$-\frac{d\left[C_{B0}\left(\frac{4}{3}\pi R_c^3\right)\right]}{dt} = -4\pi C_{B0} R_c^2 \frac{dR_c}{dt} = \frac{b}{a} k_c (4\pi R^2) C_{AF}$$

Separando variables e integrando:

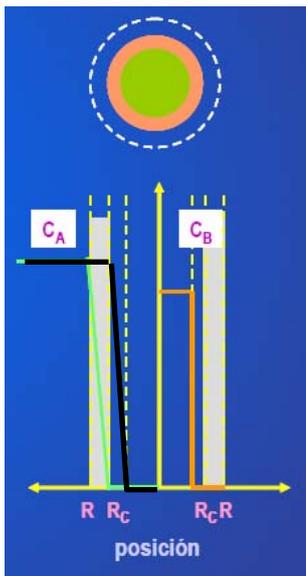
$$t = \frac{aRC_{B0}}{3bk_c C_{AF}} \left(1 - \left(\frac{R_c}{R}\right)^3\right)$$

$$t = \tau_{DE} \Rightarrow R_c = 0 \Rightarrow \tau_{DE} = \frac{aRC_{B0}}{3bk_c C_{AF}} \quad \frac{t}{\tau_{DE}} = \left(1 - \left(\frac{R_c}{R}\right)^3\right) = X_B$$

$\tau_{DE}$  es el tiempo al cual la conversión del reactivo sólido B es total

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: control por parte de la transferencia de materia interna



El caudal molar de A que se transporta dentro del sólido es:

$$C_{AI} = C_{AF} \quad C_{Ac} = 0 \quad \therefore R = R_c \Rightarrow C_A = C_{Ac}$$

$$\frac{dn_A}{dt} = (4\pi r^2) \cdot D_{eA} \cdot \frac{dC_A}{dr}$$

No hay reacción en la zona de cenizas: el caudal de A no depende de la posición.

$$\left[\frac{dn_A}{dt}\right] \int_R^{R_c} \frac{dr}{r^2} = 4\pi D_{eA} \int_{C_{AF}}^0 dC_A$$

$$\Rightarrow \frac{dn_A}{dt} = 4\pi D_{eA} C_{AF} \left/ \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R} \right) \right.$$

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelo de núcleo decreciente: control por parte de la transferencia de materia interna

Si se considera que el reactivo A que entra es el que reacciona con B:

$$-\frac{dn_B}{dt} = \frac{b}{a} \frac{dn_A}{dt} = 4 \frac{b}{a} \pi D_{eA} C_{AF} \left/ \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R} \right) \right.$$

Si se sustituyen los moles de B según su concentración y el radio del sólido que resta ( $R_c$ ):

$$-\frac{d \left[ C_{B0} \left( \frac{4}{3} \pi R_c^3 \right) \right]}{dt} = -4 \pi C_{B0} R_c^2 \frac{dR_c}{dt} = 4 \frac{b}{a} \pi D_{eA} C_{AF} \left/ \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{R} \right) \right.$$

Separando el tiempo y el radio e integrando respecto a estas variables se llega a una expresión que, como antes, permite calcular la posición del núcleo ( $R_c$ ). De hecho, se suele, como antes, dividir por este radio para crear un radio adimensional.

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelo de núcleo decreciente: control por parte de la transferencia de materia interna

La ecuación que liga el tiempo y la posición radial del frente de reacción es:

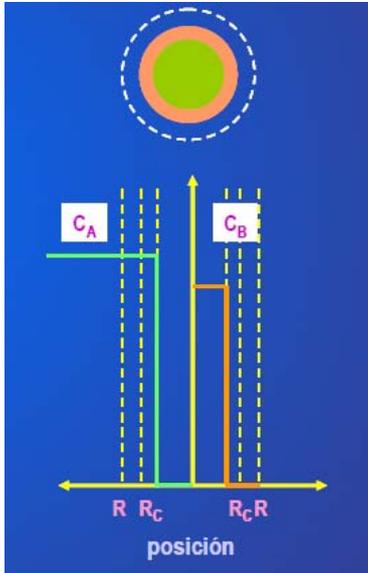
$$1 - 3 \left( \frac{R_c}{R} \right)^2 + 2 \left( \frac{R_c}{R} \right)^3 = \frac{6bD_{eA} C_{AF}}{aR^2 C_{B0}} t$$

$$t = \tau_{DI} \Rightarrow R_c = 0 \Rightarrow \tau_{DI} = \frac{aR^2 C_{B0}}{6bD_{eA} C_{AF}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{t}{\tau_{DI}} &= 1 - 3 \left( \frac{R_c}{R} \right)^2 + 2 \left( \frac{R_c}{R} \right)^3 \\ X_B &= \frac{V_{B0} - V_{Bc}}{V_{B0}} = \left( 1 - \left( \frac{R_c}{R} \right)^3 \right) \end{aligned} \right\} \frac{t}{\tau_{DI}} = 1 - 3(1 - X_B)^{2/3} + 2(1 - X_B)$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: control de la o las reacciones químicas



El caudal molar de A que se transporta dentro del sólido es igual al que reacciona en dicha superficie:

$$\frac{dn_A}{dt} = (4\pi R_c^2)(-R_A)_{sup} = (4\pi R_c^2)(k \cdot C_{AF}^n)$$

Igualando con lo que reacciona del sólido B:

$$-\frac{dn_B}{dt} = \frac{b}{a} \frac{dn_A}{dt} = \frac{b}{a} (4\pi R_c^2)(k \cdot C_{AF}^n)$$

Operando como en los casos anteriores:

$$-4\pi C_{B0} R_c^2 \frac{dR_c}{dt} = \frac{b}{a} (4\pi R_c^2)(k \cdot C_{AF}^n)$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: control de la o las reacciones químicas

Separando el tiempo y el radio e integrando:

$$t = \frac{a C_{B0} R}{b k C_{AF}^n} \left[ 1 - \left( \frac{R_c}{R} \right) \right]$$

$$t = \tau_{RQ} \Rightarrow R_c = 0 \Rightarrow \tau_{RQ} = \frac{a C_{B0} R}{b k C_{AF}^n}$$

$$\frac{t}{\tau_{RQ}} = 1 - \left( \frac{R_c}{R} \right) = 1 - (1 - X_B)^{1/3}$$

Con lo que se aprecia que la relación entre el tiempo de reacción y el tiempo de conversión total es diferente según el fenómeno que controle el proceso. También es función de la forma geométrica que tengan las partículas de sólido.

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelo de núcleo decreciente: control de varios fenómenos a la vez

El balance de materia del reactivo A (fluido) es, junto con sus condiciones límite:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( D_{eA} r^2 \frac{dC_A}{dr} \right) = 0$$

$$R = R_c \Rightarrow C_A = C_{Ae} \quad \text{y} \quad R = r \Rightarrow C_A = C_A$$

La resolución de este balance da  $C_A$  en función de sus valores en el fluido, en la superficie de la partícula y en la del núcleo. Para eliminar estas dos últimas se usan otras condiciones límite:

$$r = R \Rightarrow \left( D_{eA} \frac{dC_A}{dr} \right)_{r=R} = k_c (C_{AF} - C_{AI})$$

$$r = R_c \Rightarrow \left( D_{eA} \frac{dC_A}{dr} \right)_{r=R_c} = (-R_B) = k \cdot C_{Ac}^n$$

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelo de núcleo decreciente: control de varios fenómenos a la vez

De esta forma se puede obtener el perfil de concentraciones del reactivo A en la coraza:

$$C_A = C_{AF} \frac{\frac{1}{R_c} + \frac{D_{eA}}{kR_c^2} - \frac{1}{r}}{\frac{1}{R_c} + \frac{D_{eA}}{kR_c^2} - \frac{1}{R} + \frac{D_{eA}}{kR^2}}$$

Esta concentración se puede relacionar con los moles de B que reaccionan de forma idéntica a como se ha hecho en los casos simples anteriores. Luego se reordena y se integra para relacionar la relación entre el radio del núcleo y el tiempo (como antes). Al hacer esto se concluye que el tiempo a  $X_B=1$  es la suma de los tiempos que corresponden a cada etapa controlante y el tiempo para el consumo total del sólido es la suma de estos tiempos para los casos simples:

$$\tau = \tau_{RQ} + \tau_{DI} + \tau_{DE} = \frac{a C_{B0} R}{b k C_{AF}^n} + \frac{a R^2 C_{B0}}{6 b D_{eA} C_{AF}} + \frac{a R C_{B0}}{3 b k_c C_{AF}}$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: control de varios fenómenos a la vez

En general, hay **dos estrategias**:

Combinar los tiempos de reacción:

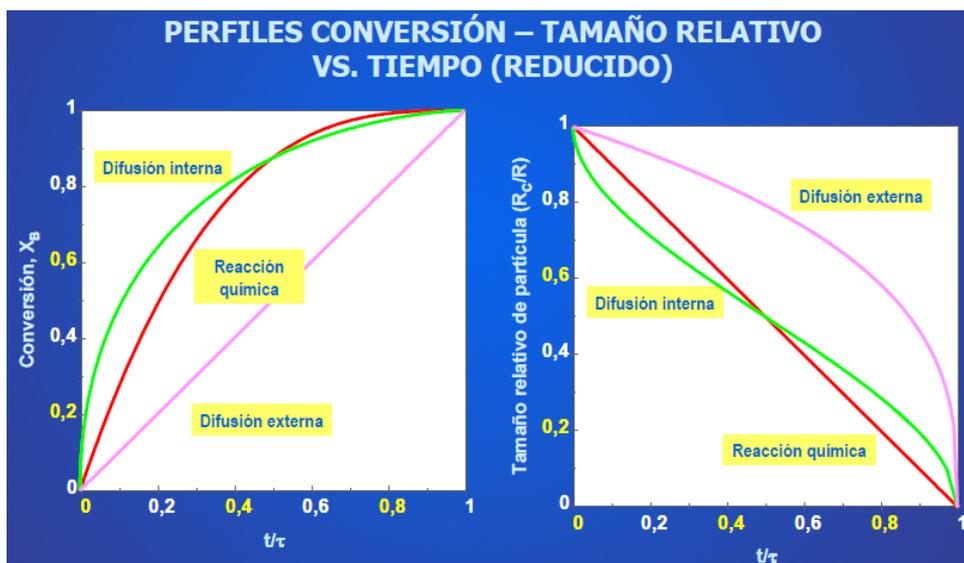
$$t = \tau_{DE} \cdot X_B + \tau_{DI} \cdot \left[ 1 - 3(1 - X_B)^{2/3} + 2(1 - X_B) \right] + \tau_{RQ} \cdot \left[ 1 - (1 - X_B)^{1/3} \right]$$

Combinar las reacciones de cada etapa cuando esta controla:

$$\frac{dn_B}{S_{ext} \cdot dt} = \frac{(b/a) \cdot C_{AF}}{\frac{1}{k_c} + \frac{R(R - R_c)}{D_{eA} \cdot R_c} + \frac{R^2}{k \cdot R_c^2}} \quad \therefore t = 0 \Rightarrow R_c = R$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: influencia de la etapa controlante sobre  $X_B$



## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelos de partículas: modelo de partícula decreciente (MND)

Modelo MND de partícula estable con cenizas



Modelo MND de partícula decreciente



Evolución según MND partícula

decreciente:

Núcleo no poroso

Reacción superficial

Núcleo poroso

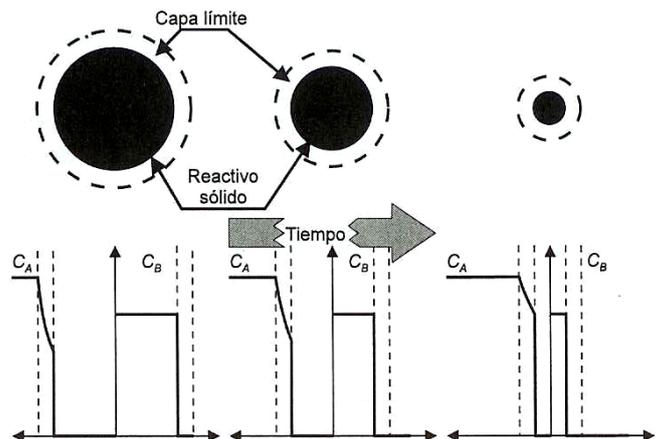
Reacción química rápida

(superficie)

Etapa controlante:

Difusión externa

Reacción química



## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelo de partícula decreciente: control de la reacción química

Se supone que:

- 1) El tamaño de la partícula disminuye hasta que esta desaparece.
- 2) No hay difusión apreciable del reactivo A en el interior de la partícula.
- 3) La reacción se produce en la superficie externa, que es función del tiempo.

$$t = 0 \Rightarrow r = R_0$$

$$t > 0 \Rightarrow r = R$$

$$0 < r < R \Rightarrow C_A = 0$$

Cuando controla RQ la concentración de A en la superficie es la que hay en el fluido general F.

Entonces:

$$-\frac{dn_B}{dt} = \frac{b}{a} \frac{dn_A}{dt} = \frac{b}{a} (4\pi R^2) (k \cdot C_{AF})$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de partícula decreciente: control de la reacción química

Un tratamiento similar a los del modelo del núcleo decreciente lleva a:

$$\frac{t}{\tau} = 1 - \left( \frac{R}{R_0} \right) = 1 - (1 - X_B)^{1/3} \Rightarrow \tau_{\text{RQ-MPD}} = \frac{a \cdot C_{B0} \cdot R_0}{b \cdot k \cdot C_{AF}}$$

Cuando controla la difusión externa, se pueden dar dos casos:

*Si el régimen de flujo es laminar (convección natural) - a Re bajos-*

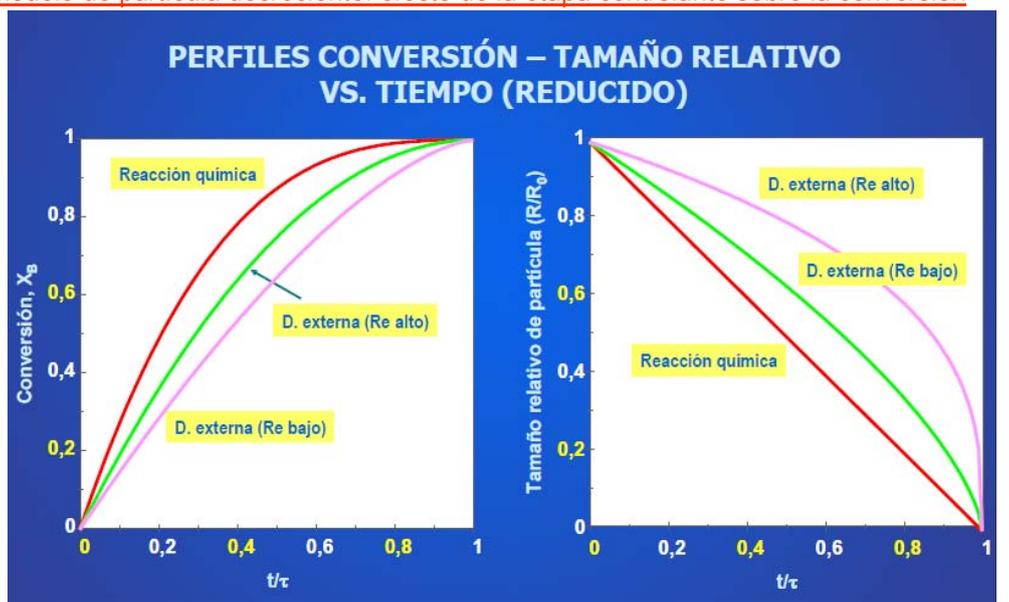
$$\frac{t}{\tau} = 1 - \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 = 1 - (1 - X_B)^{2/3} \Rightarrow \tau_{\text{DRe}\downarrow\text{-MPD}} = \frac{a \cdot C_{B0} \cdot R_0^2}{b \cdot c \cdot C_{AF}} \therefore k_c = \frac{c}{R}$$

*Si el régimen de flujo es turbulento (convección forzada) - a Re altos-*

$$\frac{t}{\tau} = 1 - \left( \frac{R}{R_0} \right)^{3/2} = 1 - (1 - X_B)^{1/2} \Rightarrow \tau_{\text{DRe}\downarrow\text{-MPD}} = \frac{a \cdot C_{B0} \cdot u_L \cdot R_0^{3/2}}{b \cdot c \cdot C_{AF}} \therefore k_c = c \cdot \left( \frac{u_L}{R} \right)^{1/2}$$

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de partícula decreciente: efecto de la etapa controlante sobre la conversión



Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de núcleo decreciente: influencia de la etapa controlante sobre  $X_B$

Más posibilidades de discriminación:

Relación del tiempo de conversión completa  $\tau$  con el radio:

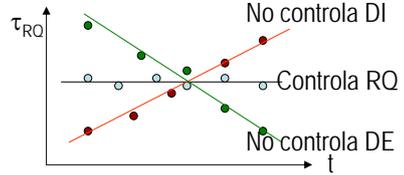
MND	$\tau_{DE} \propto R$	$\tau_{DI} \propto R^2$	$\tau_{RQ} \propto R$
MPD	$\tau_{DE} \propto R$	$\tau_{RQ} \propto R$	

Relación del tiempo de conversión completa  $\tau$  con la temperatura:

MND / MPD	$\tau_{DE} \downarrow$	$\tau_{DI} \downarrow$	si $T \downarrow$	$\tau_{RQ} \downarrow \downarrow \downarrow$	si $T \downarrow$
-----------	------------------------	------------------------	-------------------	--	-------------------

Cálculo de  $\tau$  con datos  $(t, X_B)$  aplicando la etapa controlante correcta. Por ejemplo, control RQ:

$\tau_{RQ} = t / f(X_B)_{RQ} \neq f(t) = cte$
$\tau_{RQ} = t / f(X_B)_{DI} = f(t) \therefore t \uparrow \Rightarrow \tau_{RQ} \uparrow$
$\tau_{RQ} = t / f(X_B)_{DE} = f(t) \therefore t \uparrow \Rightarrow \tau_{RQ} \downarrow$



Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

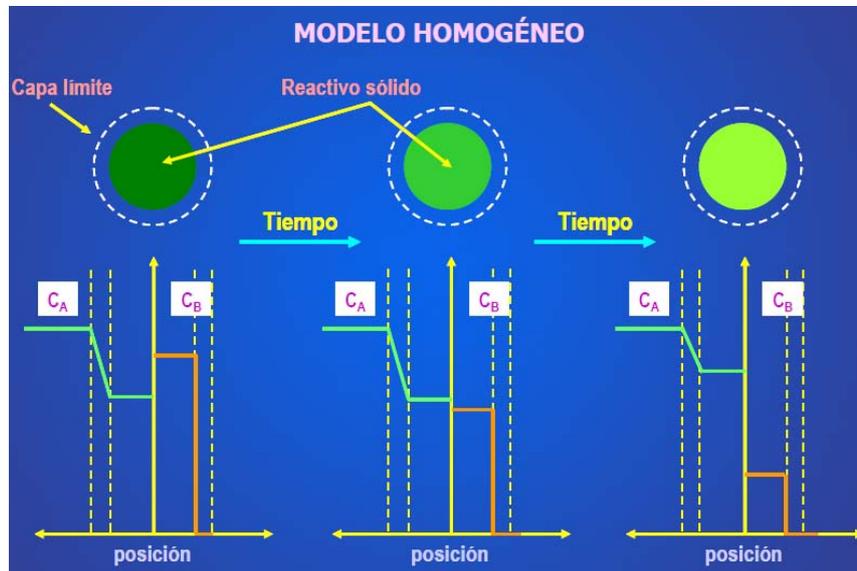
Resumen para los modelos MND y MPD

**Table 25.1 Conversion-Time Expressions for Various Shapes of Particles, Shrinking-Core Model**

	Film Diffusion Controls	Ash Diffusion Controls	Reaction Controls	
Constant Size Particles	<b>Flat plate</b> $X_B = 1 - \frac{1}{L}$ $L = \text{half thickness}$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B L}{bk_s C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = X_B^2$ $\tau = \frac{\rho_B L^2}{2b\mathcal{D}_e C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B L}{bk^* C_{Ae}}$
	<b>Cylinder</b> $X_B = 1 - \left(\frac{r_c}{R}\right)^2$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B R}{2bk_s C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = X_B + (1 - X_B) \ln(1 - X_B)$ $\tau = \frac{\rho_B R^2}{4b\mathcal{D}_e C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/2}$ $\tau = \frac{\rho_B R}{bk^* C_{Ae}}$
	<b>Sphere</b> $X_B = 1 - \left(\frac{r_c}{R}\right)^3$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B R}{3bk_s C_{Ae}}$	(11) $\frac{t}{\tau} = 1 - 3(1 - X_B)^{2/3} + 2(1 - X_B)$ (10) $\tau = \frac{\rho_B R^2}{6b\mathcal{D}_e C_{Ae}}$	(18) $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/3}$ (23) (17) $\tau = \frac{\rho_B R}{bk^* C_{Ae}}$ (22)
Shrinking Sphere	<b>Small particle</b> Stokes regime	$\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{2/3}$ (30) $\tau = \frac{\rho_B R_0^3}{2b\mathcal{D}_e C_{Ae}}$ (29)	Not applicable $\tau = \frac{\rho_B R_0}{bk^* C_{Ae}}$	
	<b>Large particle</b> ( $u = \text{constant}$ )	$\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/2}$ (31) $\tau = (\text{const}) \frac{R_0^2}{C_{Ae}}$	Not applicable $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/3}$ $\tau = \frac{\rho_B R}{bk^* C_{Ae}}$	

Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de conversión uniforme (MCU)



Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

Modelo de conversión uniforme (MCU)

Se supone que:

- 1) La RQ es lenta o muy lenta, mientras que TM interna es rápida.
- 2) La concentración del reactivo A (fluido) ni la del sólido son función del radio, si del tiempo.

$$C_A = f(t) \neq g(r) \quad C_A = f(t) \neq g(r)$$

$$-\frac{dC_B}{dt} = (-R_B) = k \cdot C_A^n \cdot C_B^m$$

Cuando controla la reacción química: se supone que la concentración de A es la del fluido general.

$$C_A = C_{AF} \quad n = m = 1$$

$$-\int_{C_{B0}}^{C_B} \frac{dC_B}{C_B} = k \cdot C_{AF} \int_0^t dt \rightarrow C_B = C_{B0} \cdot e^{-k \cdot C_{A0} \cdot t}$$

## Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

### Modelo de conversión uniforme (MCU)

*Cuando controla la transferencia de materia externa*, se supone que la concentración de A se puede calcular a partir del modelo de acople en serie DE-RQ o modelo de gradiente máximo.

$$k_c (4\pi R^2)(C_{AF} - C_A) = \frac{a}{b} (-R_B) \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$

$$n=m=1$$

$$(C_{AF} - C_A) = \frac{a R k}{b 3 k_c} C_A C_B \Rightarrow C_A = \frac{C_{AF}}{1 + \frac{a R k}{b 3 k_c} C_B}$$

$$-\frac{dC_B}{dt} = k \cdot C_A \cdot C_B \Rightarrow - \int_{C_{B0}}^{C_B} \left( \frac{1}{C_B} + \frac{akR}{3bk_c} \right) dC_B = k \cdot C_{A0} \int_0^t dt$$

$$\ln \left( \frac{C_{B0}}{C_B} \right) + \frac{akR}{3bk_c} (C_{B0} - C_B) = k \cdot C_{A0} \cdot t$$

# Tema XII: Reacciones fluido-sólido no catalíticas

## Resumen para los modelos MND y MPD

**Table 25.1** Conversion-Time Expressions for Various Shapes of Particles, Shrinking-Core Model

	Film Diffusion Controls	Ash Diffusion Controls	Reaction Controls	
Constant Size Particles	<b>Flat plate</b> $X_B = 1 - \frac{1}{L}$ $L = \text{half thickness}$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B L}{bk_g C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = X_B^2$ $\tau = \frac{\rho_B L^2}{2b\phi_c C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B L}{bk^n C_{Ae}}$
	<b>Cylinder</b> $X_B = 1 - \left(\frac{r_c}{R}\right)^2$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B R}{2bk_g C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = X_B + (1 - X_B) \ln(1 - X_B)$ $\tau = \frac{\rho_B R^2}{4b\phi_c C_{Ae}}$	$\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/2}$ $\tau = \frac{\rho_B R}{bk^n C_{Ae}}$
	<b>Sphere</b> $X_B = 1 - \left(\frac{r_c}{R}\right)^3$	$\frac{t}{\tau} = X_B$ $\tau = \frac{\rho_B R}{3bk_g C_{Ae}}$	<b>(11)</b> $\frac{t}{\tau} = 1 - 3(1 - X_B)^{2/3} + 2(1 - X_B)$ <b>(10)</b> $\tau = \frac{\rho_B R^2}{6b\phi_c C_{Ae}}$	<b>(18)</b> $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/3}$ <b>(23)</b> <b>(17)</b> $\tau = \frac{\rho_B R}{bk^n C_{Ae}}$ <b>(22)</b>
Shrinking Sphere	<b>Small particle</b> Stokes regime	$\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{2/3}$ <b>(30)</b> $\tau = \frac{\rho_B R_0^3}{2b\phi_c C_{Ae}}$ <b>(29)</b>	Not applicable $\tau = \frac{\rho_B R_0}{bk^n C_{Ae}}$	
	<b>Large particle</b> $(\mu = \text{constant})$	$\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/2}$ <b>(31)</b> $\tau = (\text{const}) \frac{R_0^{3/2}}{C_{Ae}}$	Not applicable $\tau = \frac{\rho_B R}{bk^n C_{Ae}}$	