

Tema 1. Introducción a los conceptos básicos de señales y sistemas.

Parte 2. Sistemas

Señales y Sistemas

2015-2016

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Índice

- 1 Sistemas. Introducción y definiciones
- 2 Interconexión de sistemas
- 3 Propiedades de los sistemas
 - Linealidad
 - Invarianza en el tiempo
 - Memoria
 - Causalidad
 - Estabilidad (BIBO)
 - Invertibilidad

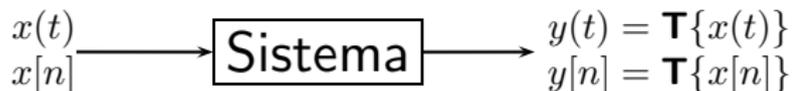
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Introducción y definiciones

Definición de sistema

Cualquier proceso que realiza una transformación de la entrada para producir la salida. El sistema suele ser un modelo matemático de un proceso físico.



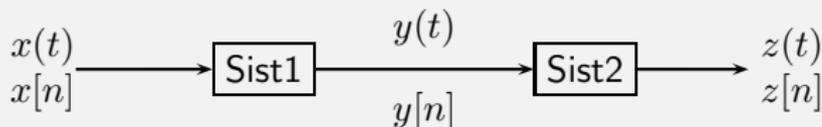
Nota:

Cartagena99

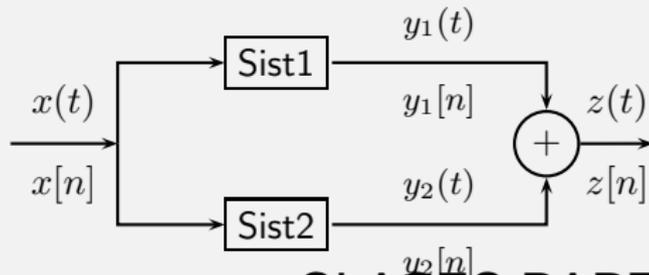
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Interconexión de sistemas

- Serie o cascada



- Paralelo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Linealidad

Un sistema es lineal si cumple las propiedades de superposición y multiplicación por una constante.

Tiempo continuo

$$x_1(t) \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y_1(t) = \mathbf{T}\{x_1(t)\}$$

$$x_2(t) \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y_2(t) = \mathbf{T}\{x_2(t)\}$$

$$x(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y(t) = \mathbf{T}\{x(t)\} = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

Tiempo discreto

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y_1[n] = \mathbf{T}\{x_1[n]\}$$

$$x_2[n] \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y_2[n] = \mathbf{T}\{x_2[n]\}$$

$$x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y[n] = \mathbf{T}\{x[n]\} = \alpha y_1[n] + \beta y_2[n], \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORIAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejercicios

¿Son lineales estos sistemas?

1 $y(t) = x^2(t)$

2 $y[n] = x[n - n_0]$

3 $y(t) = 4 + 3x(t)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Invarianza en el tiempo

Definición

Un sistema es invariante en el tiempo si un desplazamiento temporal de la señal de entrada produce el mismo desplazamiento en la señal de salida:

- Tiempo continuo:

$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y(t) = \mathbf{T}\{x(t)\}$$

$$x(t - t_0) \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y_{t_0}(t) = \mathbf{T}\{x(t - t_0)\}$$

Es invariante si: $y_{t_0}(t) = y(t - t_0)$

- Tiempo discreto:

$$x[n] \rightarrow \boxed{\text{Sistema}} \rightarrow y[n] = \mathbf{T}\{x[n]\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejercicios

¿Son invariantes estos sistemas?

1 $y(t) = \sin(x(t))$

2 $y[n] = x[Mn] \quad \forall M \in \mathbb{Z}^+$

3 $y[n] = nx[n]$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Memoria

Definición:

Un sistema no tiene memoria si la salida para cualquier instante sólo depende de la entrada en ese mismo instante.

Ejemplos

- Sin memoria

- Resistencia: $y(t) = R \cdot x(t)$
- $y[n] = x^2[n]$

- Con memoria

- Condensador: $y(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$
- $y(t) = x(t - 2)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Causalidad

Definición

Se dice que un sistema es causal cuando la salida en un instante de tiempo sólo depende de los valores de la entrada en ese mismo instante y/o instantes anteriores, pero no en instantes futuros.

Ejemplos

- Causales

- $y(t) = 3x(t) - 2x(t - 2)$
- $y[n] = x[n] - x[n - 1]$

- No causales

- $y(t) = 3x(t) - 2x(t + 2)$
- $y[n] = x[n + 2]$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejercicios

¿Son causales estos sistemas?

1 $y(t) = x(t) \cdot \cos(t + 1)$

2 $y[n] = x[-n]$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Estabilidad (BIBO)

Definición

Un sistema es estable si para cualquier entrada acotada en amplitud, la salida correspondiente está también acotada.

$$|x(t)| < K \Rightarrow |y(t)| < M; \quad K, M \in \mathbb{R}^+; \quad K \neq \infty, M \neq \infty$$

$$|x[n]| < K \Rightarrow |y[n]| < M; \quad K, M \in \mathbb{R}^+; \quad K \neq \infty, M \neq \infty$$

Nota

En sistemas físicos la estabilidad es consecuencia de la presencia de mecanismos que disipan energía, por ejemplo, las resistencias en los circuitos eléctricos.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TEÓRICAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicios

¿Son estables estos sistemas?

1 $y(t) = x^2(t)$

2 $y[n] = \frac{1}{2M+1} \sum_{k=-M}^M x[n-k]$

3 $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]$

4 $y[n] = nx[n]$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejercicios

¿Son invertibles estos sistemas? (Obtener inverso)

① $y(t) = 2x(t)$

② $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$

③ $y(t) = x^2(t)$

Nota

Para comprobar si un sistema es invertible se puede:

- Poner un contraejemplo que muestre que dos entradas distintas producen la misma salida. En ese caso sería no invertible.
- Intentar despejar la señal de entrada en función de la señal de salida. Si lo conseguimos sería invertible y se tendría directamente el sistema inverso.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70