

# Tema 6

## Análisis del estado tensional de un elemento sometido a cargas combinadas

Máster Universitario en Ingeniería Industrial  
Complemento de Formación

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Índice

---

...ción del estado tensional de un punto.

...eza sometida a fuerzas y momentos.

...rpretación del estado tensional.

...otener tensión normal máxima a tracción y  
...mpresión. Definición del plano.

...otener tensión tangencial máxima. Definición del  
...ano.

...plicar criterios de fluencia.

...plicar criterios de rotura.

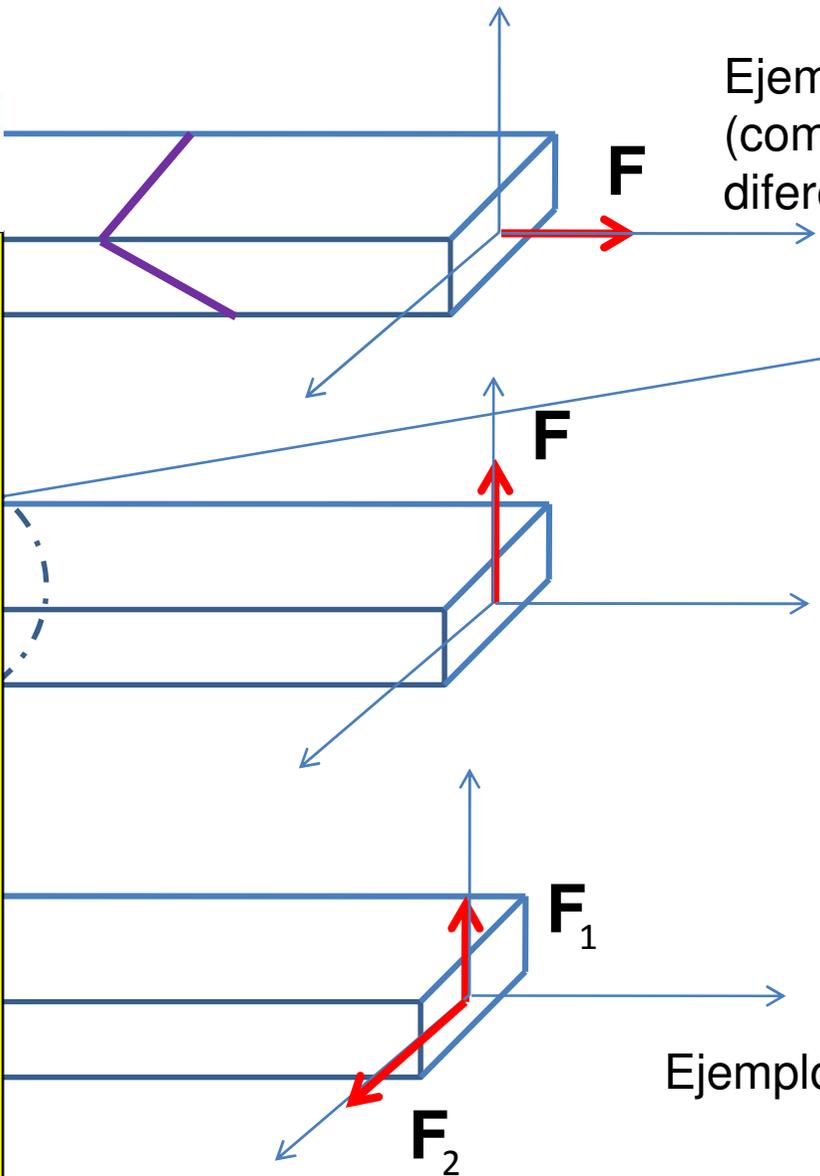
The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, green, cursive font. The text is positioned above a graphic element consisting of a blue and orange gradient shape that resembles a stylized flame or a drop.

...

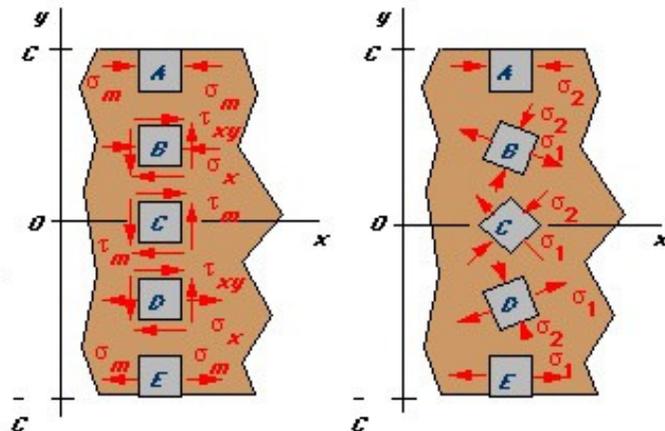
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Obtención del estado tensional de un punto



Ejemplo de tensión normal (como afecta a un plano diferente)



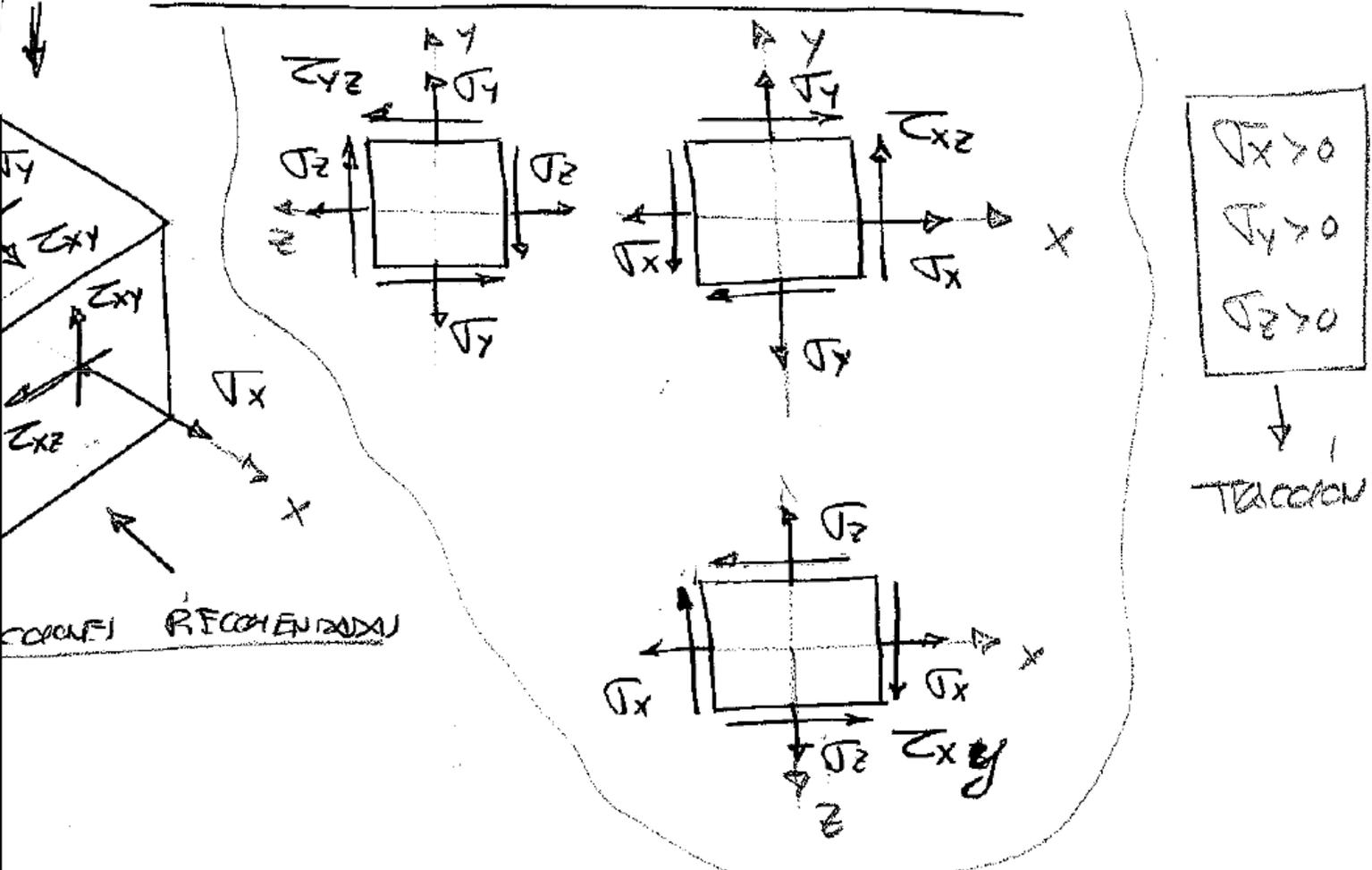
Ejemplo tensión en el plano

Ejemplo tensión 3D. ¿En qué puntos?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

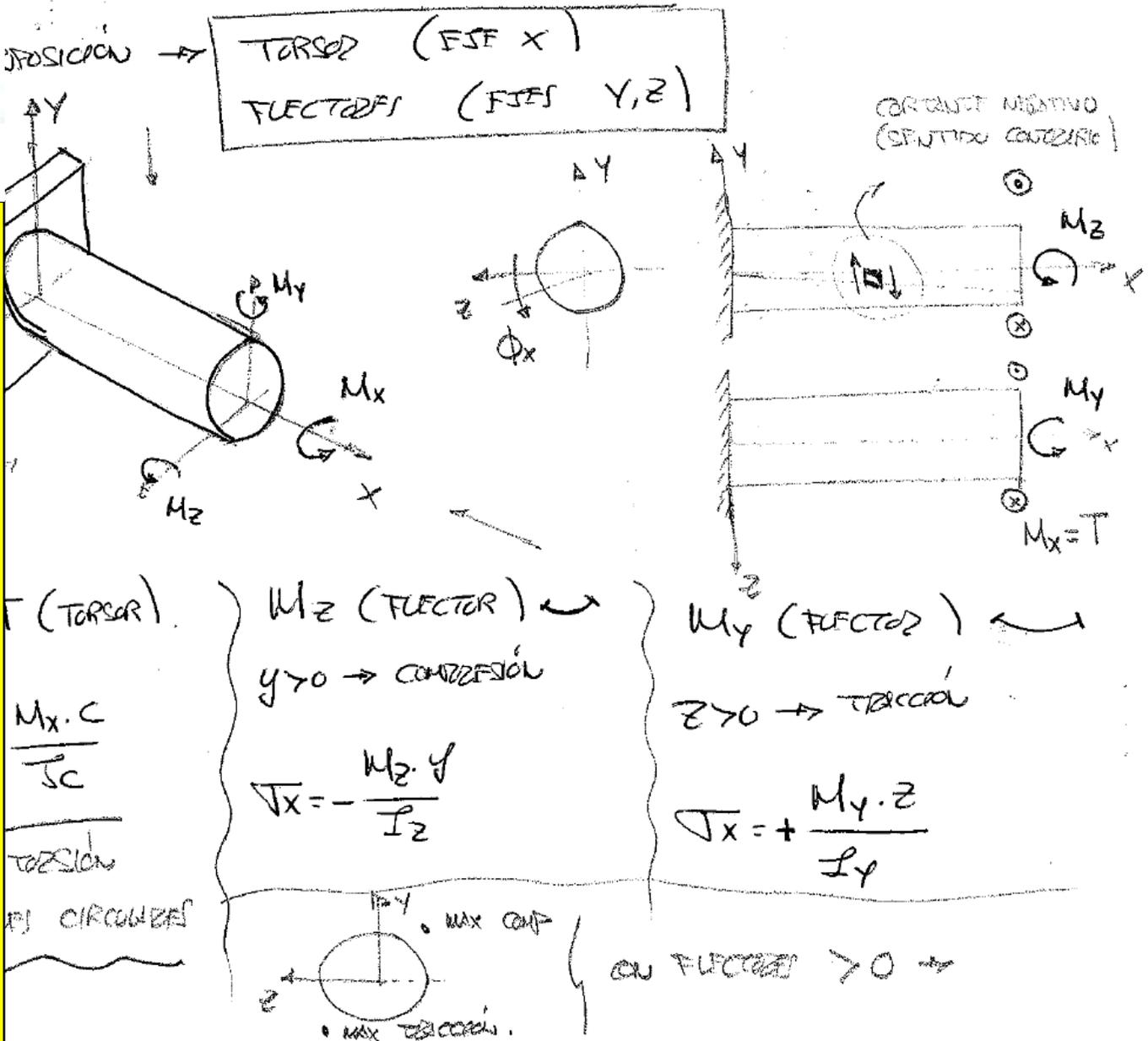
# Obtención del estado tensional de un punto

## RELACION ENTRE CARGAS Y ESTADO TENSIONAL



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Obtención del estado tensional de un punto



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIÁ WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

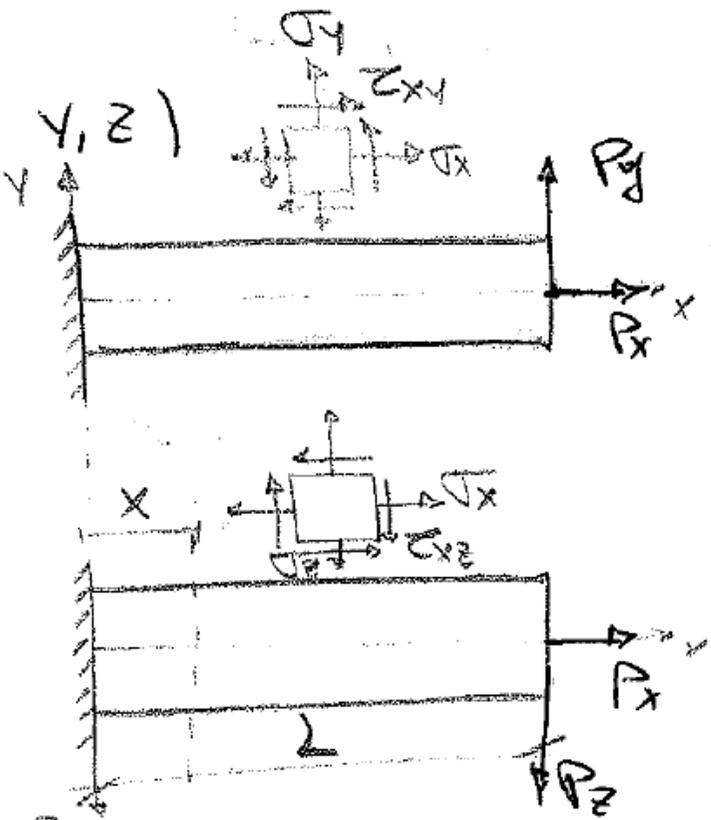
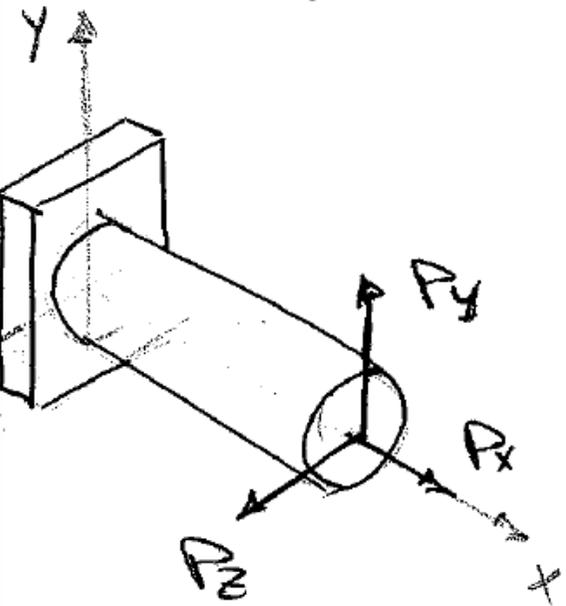
# Obtención del estado tensional de un punto



2.1.

EL SISTEMA DE COORDENADAS CONSIDERADO, SE TIENE

- AXIL (EJE X)
- TRANSVERSAL (EJES Y, Z)



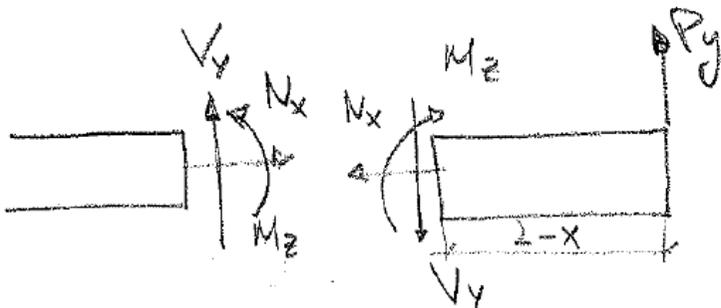
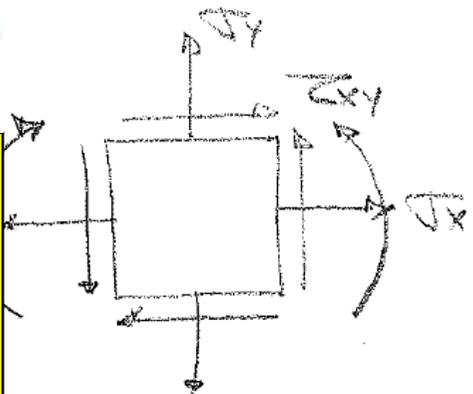
$$\sigma_x = \frac{P_x}{A}$$
 (normal stress)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Obtención del estado tensional de un punto



(TRANSVERSAL)



$$\sigma_x = P_y (l-x) \rightarrow \sigma_x = \frac{-M_z \cdot y}{I_z}$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_y \cdot Q_z}{I_z \cdot t} \rightarrow \text{CISO}$$

CRITERIOS DE SIGNOS AL  
ROMPER PARA DEBE LAS  
FÓRMULAS

(EN EL PUNTO DE LA SECCION  
DONDE SE CALORA NECESARIO)

EL SIGNO QUE ESTAMOS CONSIDERANDO AQUI PARA  $V_y$  ES

AL LIBRO DE BEER / JOHNSTON (TEM 5)

CISO

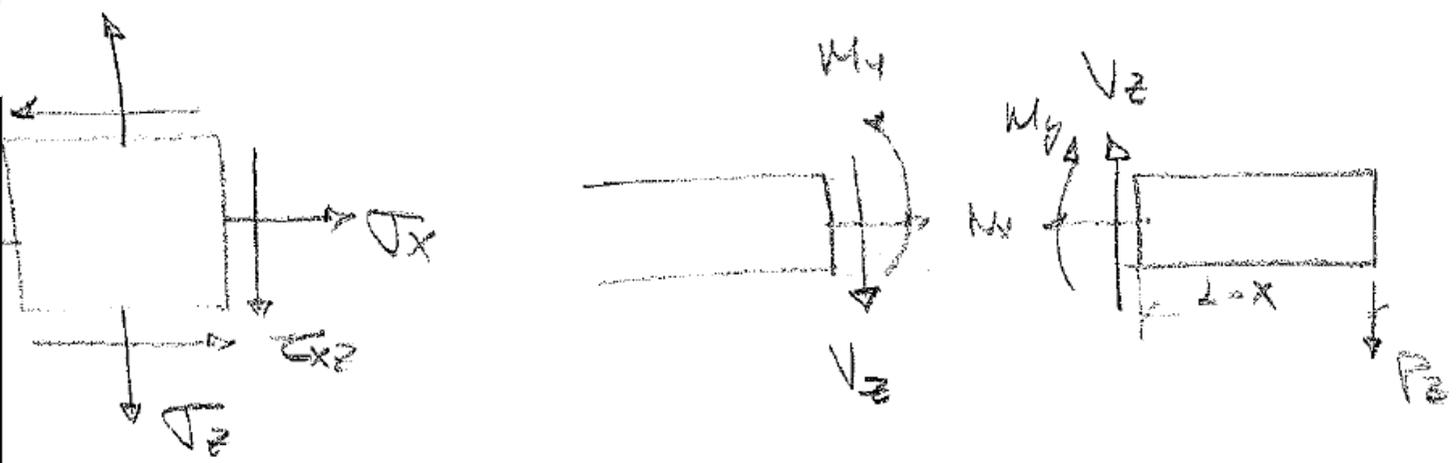
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Obtención del estado tensional de un punto



(

TRANSVERSAL)



$$\sigma_x = \frac{M_y \cdot z}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{xz} = \frac{V_z}{I_{yy}} \left( \frac{b^2}{2} - z^2 \right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Obtención del estado tensional de un punto



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

⊛ SI TENEMOS VARIAS FUERZAS TRANSVERSALES  $\Rightarrow$  DIRECCIÓN MARCA EJE Q

$P_1 \rightarrow \parallel$  EJE  $y \rightarrow Q_z$   
 $P_2 \rightarrow \parallel$  EJE  $z \rightarrow Q_y \leftarrow$

$\tau_{xz} < 0$

$\tau_{xz} < 0$

$Q_z = A \cdot d_z$   
 $Q_y = A \cdot d_y$

$$\tau = -\frac{Q_z \cdot P_1}{I_z \cdot t} - \frac{Q_y \cdot P_2}{I_y \cdot t}$$

# Obtención del estado tensional de un punto

Identificar que puede aparecer en un punto (fuerzas axiales, flexión, torsión, momentos flectores en dos ejes, derivada en tensiones cortantes) y aplicar la ecuación 8.01, página 510 del libro de Beer. Determinar el estado tensional en los puntos H y K.

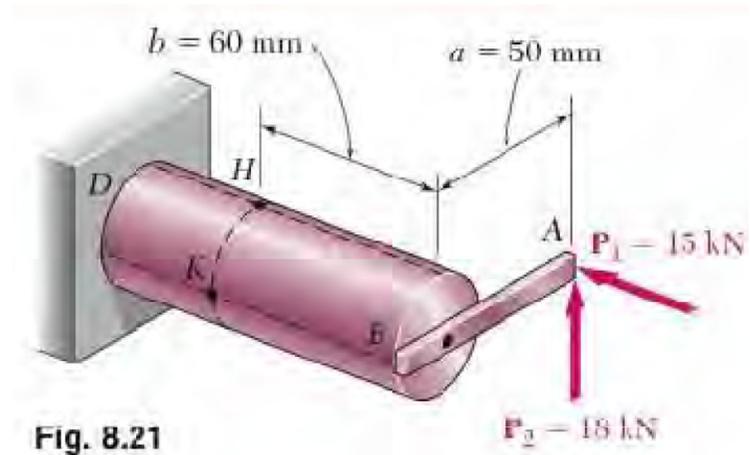
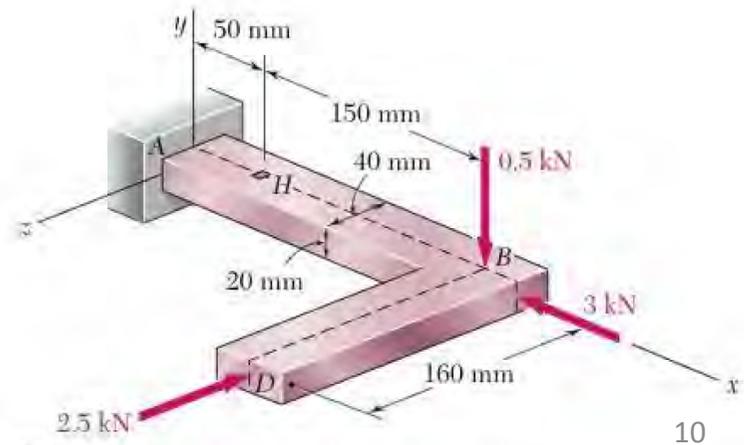
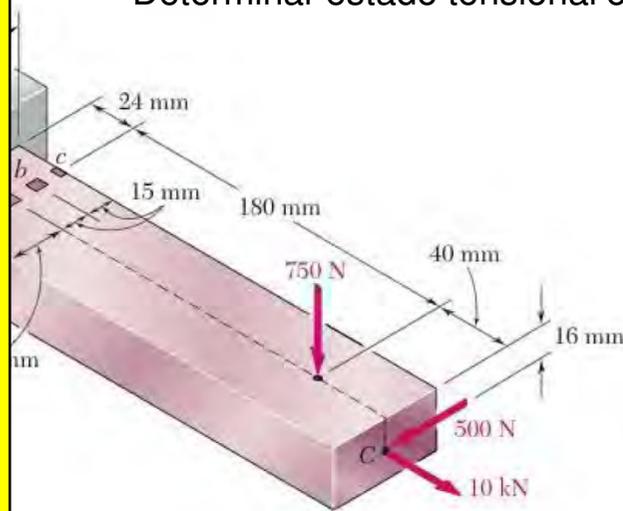


Fig. 8.21

Determinar estado tensional en los puntos indicados



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Interpretación del estado tensional

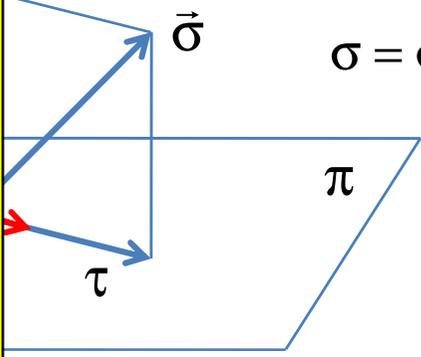


Componentes intrínsecas

$$[\vec{\sigma}] = [\mathbf{T}] \cdot [\vec{u}]$$

$$\sigma_n = [\vec{\sigma}] \cdot [\vec{u}]$$

$$\sigma = \sigma_n^2 + \tau^2$$



$$[\mathbf{T}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$


$$[\mathbf{T}] = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

## Requisitos previos

- Las tensiones.
- Tensiones principales.
- La máxima tensión normal y
- Los planos que sufren la tensión normal y tangencial.
- Criterios de fluencia.
- Se vieron los criterios de fluencia de materiales dúctiles

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Interpretación

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}2\theta_p &= \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)} \\ \operatorname{tg}2\theta_s &= -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Es positivo si} \\ \text{es anti-horario} \end{array}$$

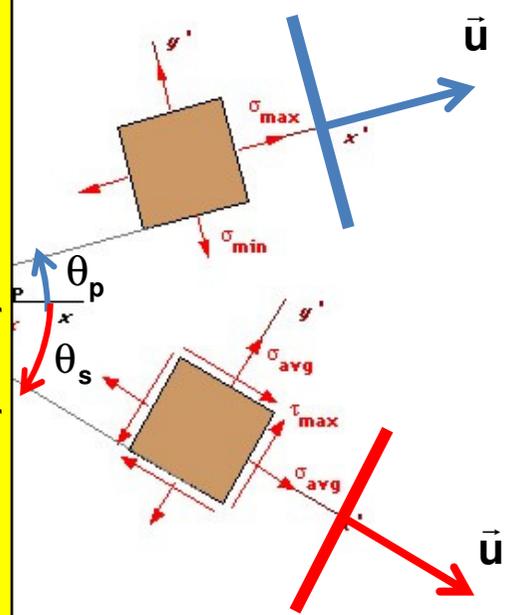
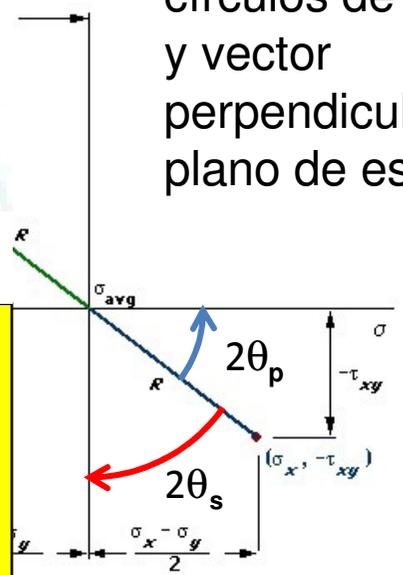
$$\tau_{\max} = R = \sqrt{\left[\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right]^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{Radio del círculo}$$

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \quad \text{Centro del círculo}$$

$$\sigma_{\max, \min} = \sigma_{\text{avg}} \pm R \quad \text{Autovalores}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_p) \\ \sin(\theta_p) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\sin(\theta_p) \\ \cos(\theta_p) \end{pmatrix} \quad \text{Autovectores}$$

Relación entre círculos de Mohr y vector perpendicular al plano de estudio



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Interpretación

el caso de estado tensional 3D. Determinar las tensiones máximas  
aso.

Criterios de Fluencia

est o tangencial máxima

$$\sigma_e = 2\tau_{\max} \leq \sigma_Y$$

o máxima energía de distorsión

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \leq \sigma_Y$$

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, green, cursive font. The text is positioned above a graphic element consisting of a blue and orange shape that resembles a stylized flame or a drop.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

...r en clase los siguientes ejemplos

## EMPLOS PROPUESTOS

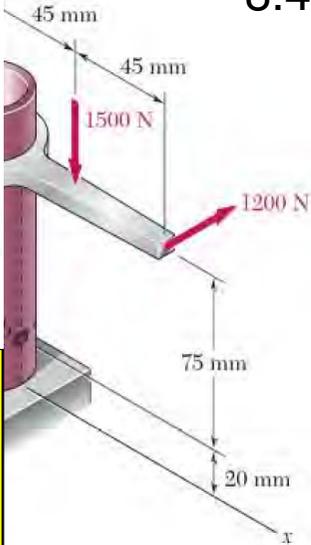
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



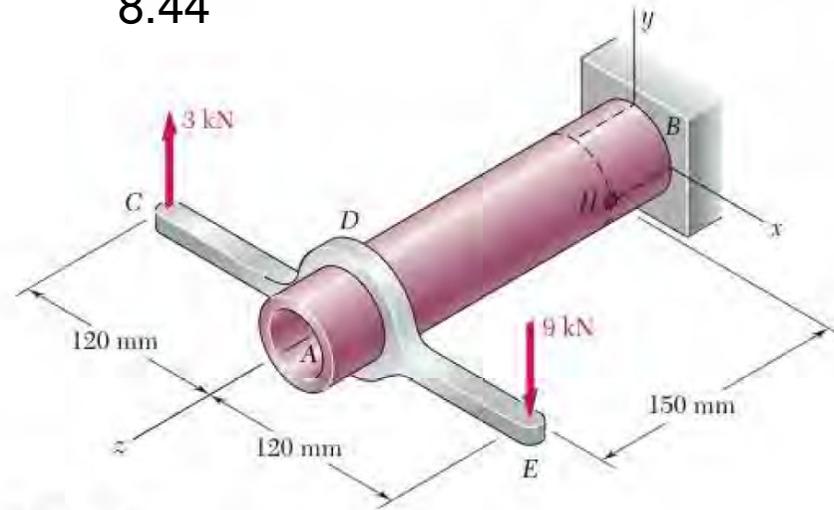
### 8.40



Se aplican fuerzas al tubo AB como se muestra en la figura. Se sabe que el tubo tiene un diámetro interior de 30 mm y diámetro exterior de 42 mm, determine los esfuerzos normal y cortante en los puntos H y K.

Indique el punto más desfavorable, y aplicar los criterios de fluencia para materiales dúctiles.

### 8.44



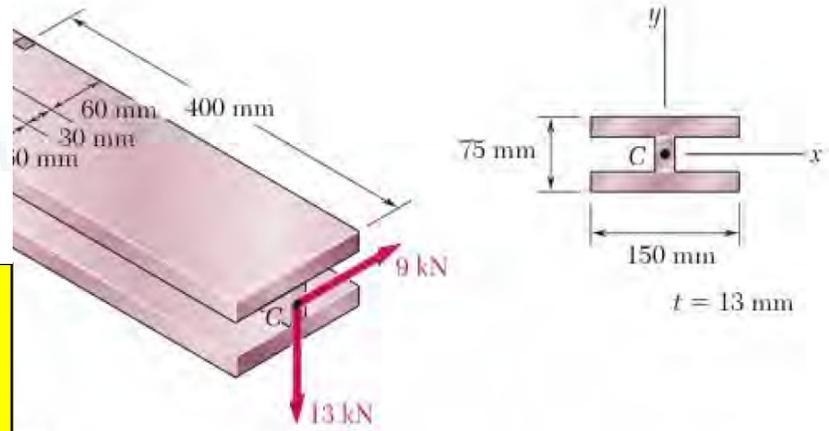
El tubo de acero AB tiene 72 mm de diámetro exterior y 5 mm de espesor de pared. Si se sabe que el brazo CDE está unido rígidamente al tubo, determine los esfuerzos y planos principales, y el esfuerzo cortante máximo en el punto H.

\*Aplicar los criterios de fluencia para materiales dúctiles.

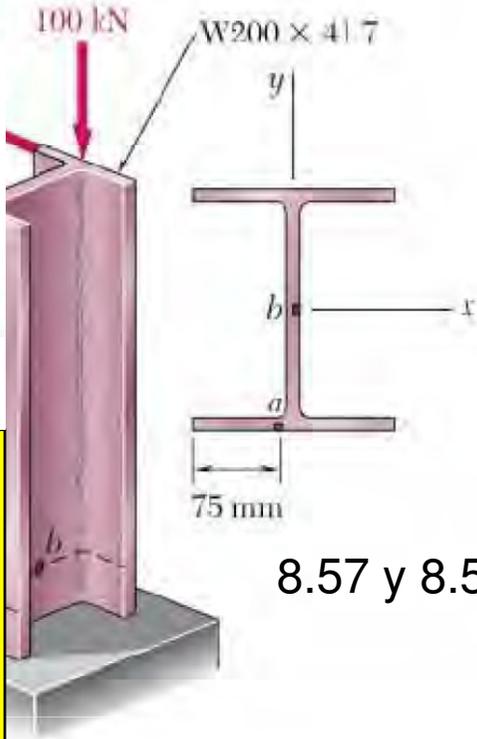


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 8.53 y 8.54



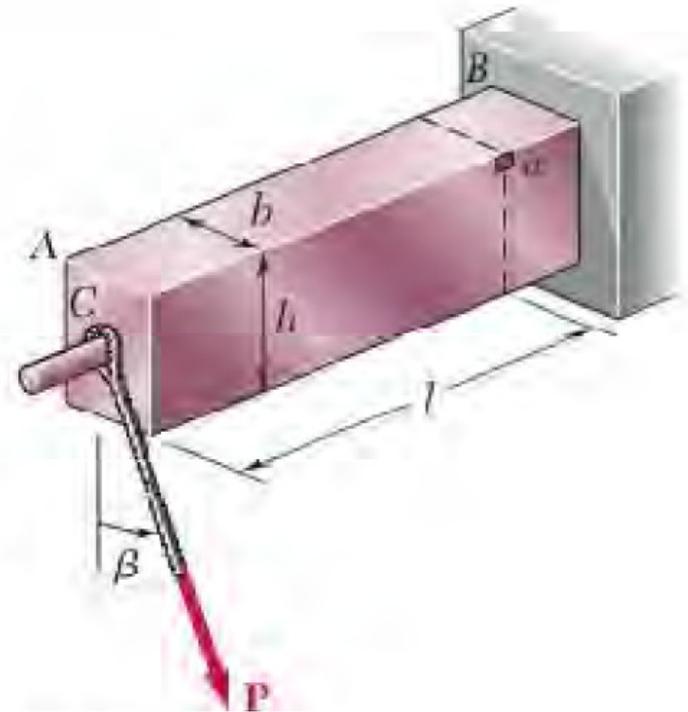
La una de 13 mm de espesor, se sueldan para formar un I-beam. Para las cargas que se muestran en la figura, determinar los esfuerzos normal y cortante en los puntos a, b, c y d. Indicar el punto más desfavorable y aplicar los criterios de materiales dúctiles.



8.57 y 8.58

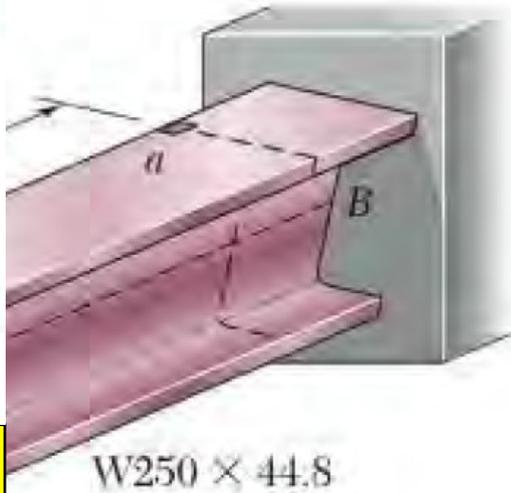
Se aplican fuerzas a una viga de acero W200 x 41.7, como se muestra en la figura. Determinar las tensiones principales y la tensión de corte máxima en los puntos a y b.

8.59



Una fuerza  $\mathbf{P}$  se aplica a una viga en voladizo por medio de un cable unido a un perno ubicado en el centro de su extremo libre. Si se sabe que  $\mathbf{P}$  actúa en una dirección perpendicular al eje longitudinal de la viga, determinar:

- La tensión normal en el punto a en función de las variables:  $P$ ,  $b$ ,  $h$ ,  $l$  y  $\beta$ .
- Los valores de  $\beta$  para los cuales la tensión normal en  $a$  es cero.

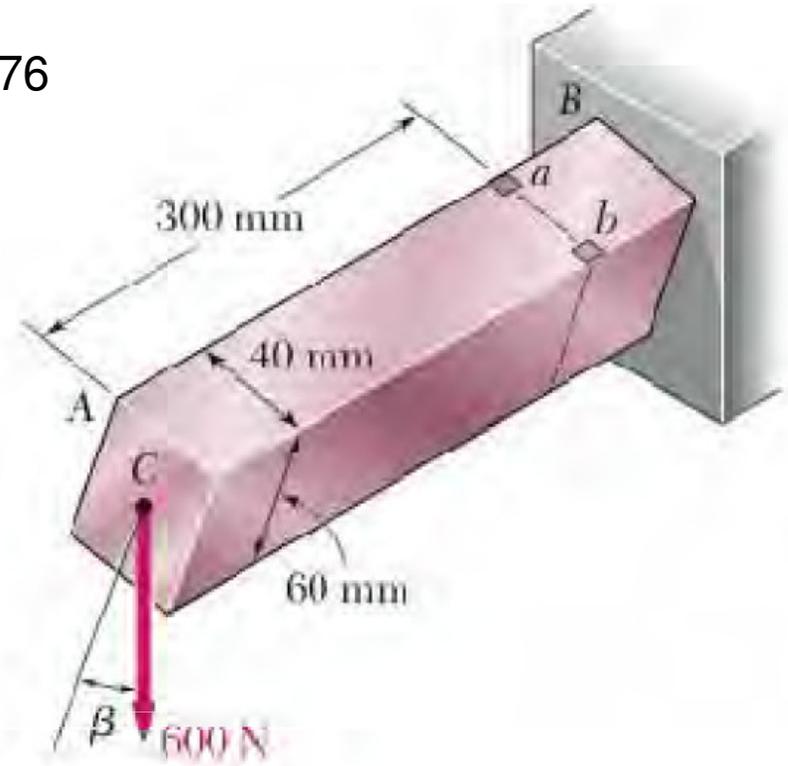


W250 × 44.8

8.60

Una fuerza vertical  $\mathbf{P}$  en el centro libre de un voladizo  $AB$ . Se instala con el alma vertical y el eje longitudinal  $AB$  en posición horizontal. Calcular la magnitud de la fuerza  $\mathbf{P}$  que produce una tensión normal en el punto  $a$  de  $+150\text{MPa}$ . Partado para un valor de  $\beta=3^\circ$ .

8.76



La viga en voladizo  $AB$  se instalará de manera que el lado de 60 mm forme un ángulo  $\beta$  entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  con la vertical. Si se sabe que la fuerza vertical de 600 kN se aplica en el centro del extremo libre de la viga, determinar la tensión normal en el punto  $a$  cuando:

- $\beta=0^\circ$
- $\beta=90^\circ$
- Determinar también el valor de  $\beta$  para el cual la tensión normal en el punto  $a$  es máxima y encuentre el valor correspondiente de dicha tensión.

MA 6

# AYUDAS Y/O SUGERENCIAS?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, green, cursive font. The text is set against a light blue background that resembles a map outline of the city of Cartagena. Below the text, there is a graphic element consisting of a blue and orange arrow pointing to the right.