

# Álgebra de Boole. Diseño Lógico

Fundamentos de Computadores  
Escuela Politécnica Superior. UAM



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Politécnica

# Índice de la Unidad 1

## U1. Álgebra de Boole y Diseño Lógico.

U1.1. Análogo vs Digital

U1.2. Sistema numérico binario. Conversión entre sistemas.

U1.3. Propiedades y teoremas básicos del álgebra booleana.

U1.3.1. Operaciones y expresiones booleanas.

U1.3.2. Leyes y reglas del álgebra de Boole. Leyes de De Morgan.

U1.4. Funciones lógicas.

U1.4.1. Expresiones booleanas y tabla de la verdad.

U1.4.2. Ampliación a varias entradas.

U1.4.3. Habilitación funcional.

U1.4.4. Implementaciones de puertas SOP y POS.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

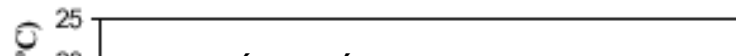
# Analógico vs Digital

## Analógico vs Digital

### Sistemas analógicos

- Trabajan con variables analógicas
- Señales físicas para representarlas: **Señales analógicas**
- Señal analógica: Puede tomar infinitos valores reales, puesto que varían de forma continua.
- Ejemplo: Termómetro de mercurio

Señal Analógica



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Tiempo (horas)

Cartagena99

Politécnico

# Analógico vs Digital

## Analógico vs Digital

### Sistemas digitales

- Trabajan con variables digitales.
  - Toma valores entre dos posibles
  - Los valores se expresan por sentencias declarativas
  - Los dos valores son excluyentes entre ellos
- Variables físicas para representarlas: **Señales digitales.**
- Señal digital: Toma valores discretos.
- Ejemplo: Interruptor de la luz.

Nivel Lógico      Señal Digital



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

### Sistema numérico posicional

El valor del dígito depende de su posición en el número.

#### ➤ Sistema Decimal:

Columna 1000's	Columna 100's	Columna 10's	Columna 1's	BASE SISTEMA	Equivalente numérico en decimal
5	3	7	4	10	

#### ➤ Sistema binario:

Columna 8's	Columna 4's	Columna 2's	Columna 1's	BASE SISTEMA	Equivalente numérico en decimal

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

### Ejemplos de conversión entre sistemas

➤ Convertir de binario a decimal el número  $10101_2$

➤ Convertir de decimal a binario el número  $47_{10}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnica

# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

Se recomienda el aprendizaje de las siguientes potencias:

✓  $2^0 = 1$

✓  $2^5 = 32$

✓  $2^{10} = 1024 = 1 \text{ k}$

✓  $2^1 = 2$

✓  $2^6 = 64$

\*\*\*\*\*

✓  $2^2 = 4$

✓  $2^7 = 128$

✓  $2^{20} = 1.048.576 = 1 \text{ M}$

✓  $2^3 = 8$

✓  $2^8 = 256$

✓  $2^{30} = 1.073.741.824 = 1 \text{ G}$

✓  $2^4 = 16$

✓  $2^9 = 512$

✓  $2^{32} = 2^2 * 2^{30} = 4 \text{ G}$

**Ejemplos:**

¿  $2^{13} =$  ?

¿  $2^{24} =$  ?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnica

# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

### Rango de representación del sistema binario.

- Con un número de  $n$  dígitos decimales  $\{0-9\}$ , se representan  **$10^n$**  números diferentes en el rango  **$[0, 10^n-1]$** .
  - **Ejemplo:** con  $n = 3$ ,  $10^3 = 1000$  números diferentes. en el rango  $[0, 999]$
- Con un número de  $n$  dígitos binarios  $\{0, 1\}$ , se representan  **$2^n$**  números diferentes en el rango  **$[0, 2^n-1]$** .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnico



# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

### Sistema Hexadecimal

Dígito Hexadecimal	Decimal Equivalente	Binario Equivalente	Dígito Hexadecimal	Equivalente Decimal	Equivalente Binario
0	0	0000	8	8	1000
1	1	0001	9	9	1001
2	2	0010	A	10	1010
3	3	0011	B	11	1011
4	4	0100	C	12	1100
5	5	0101	D	13	1101
6	6	0110	E	14	1110
7	7	0111	F	15	1111

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

números en binario.

# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

### Ejemplos de conversión entre sistemas

- Convertir de hexadecimal a binario el número  $4AF_{16}$ ; también (0x4AF)
  
- Convertir de hexadecimal a decimal el número 0x4AF

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

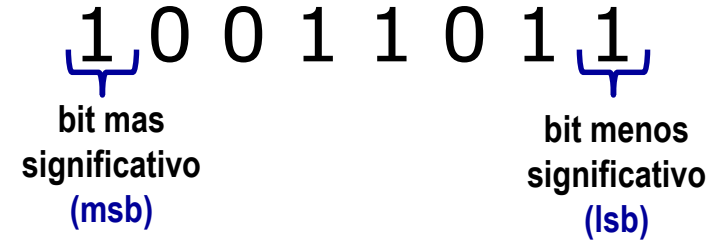
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnico

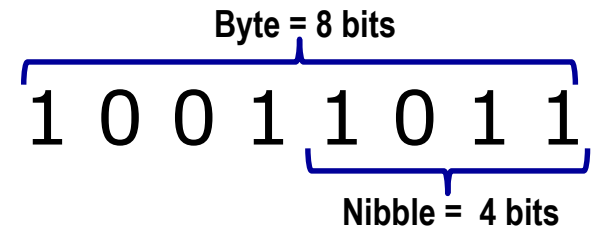
# Sistema numérico binario.

## Conversión entre sistemas

- Bits



- Bytes & Nibbles



- Bytes

FC A5 C0 8D

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

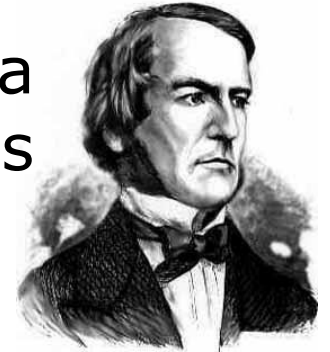
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Operaciones y expresiones booleanas

**Álgebra de Boole:** es la herramienta matemática utilizada para el análisis y la síntesis de los sistemas digitales binarios.



**George Boole**  
Matemático inglés  
(1815-1864)

**Variable booleana:** es una señal digital que en un instante determinado sólo puede tomar uno de dos valores. Los valores a tomar son mutuamente excluyentes.

Cartagena99

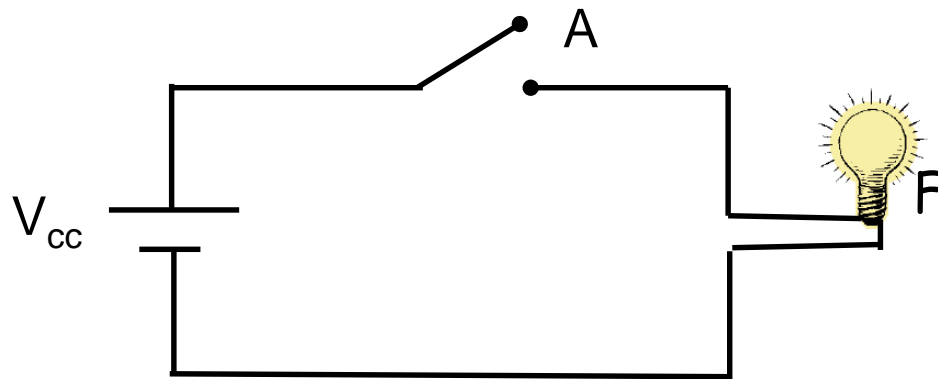
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Operaciones y expresiones booleanas

- Variables lógicas y circuitos eléctricos:



- Estado del interruptor  $A$ :
  - Abierto (0)
  - Cerrado (1)
- Estado de la bombilla  $F$ :
  - Apagada (0)
  - Encendida (1)

El estado de la variable lógica bombilla es función del estado de la variable lógica interruptor

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Operaciones y expresiones booleanas

- **Función lógica:** Circuito que acepta valores lógicos a la entrada y produce un valor lógico a la salida
- **Tabla de verdad:** describe el funcionamiento de las funciones lógicas.
  - Especifica la salida de la puerta o función lógica para todas las posibles combinaciones de entradas
  - Son representaciones gráficas de todos los casos que se pueden dar en una relación algebraica y de sus respectivos resultados

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

• **Puertas lógicas:** Implementan a las funciones lógicas

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Operaciones y expresiones booleanas

- EL AMPLIFICADOR (BUFFER)

- Puerta lógica más sencilla
- Una entrada (A) y una salida (Z)
- Tabla de verdad:

A	Z
1	1
0	0

- Ecuación lógica:  $Z = A$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Operaciones y expresiones booleanas

## • LA PUERTA NOT O INVERSOR

- Una entrada (A) y una salida (Z)
- Tabla de verdad:

A	Z
1	0
0	1

- Ecuación lógica:  $Z = \bar{A}$

- Representación gráfica:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

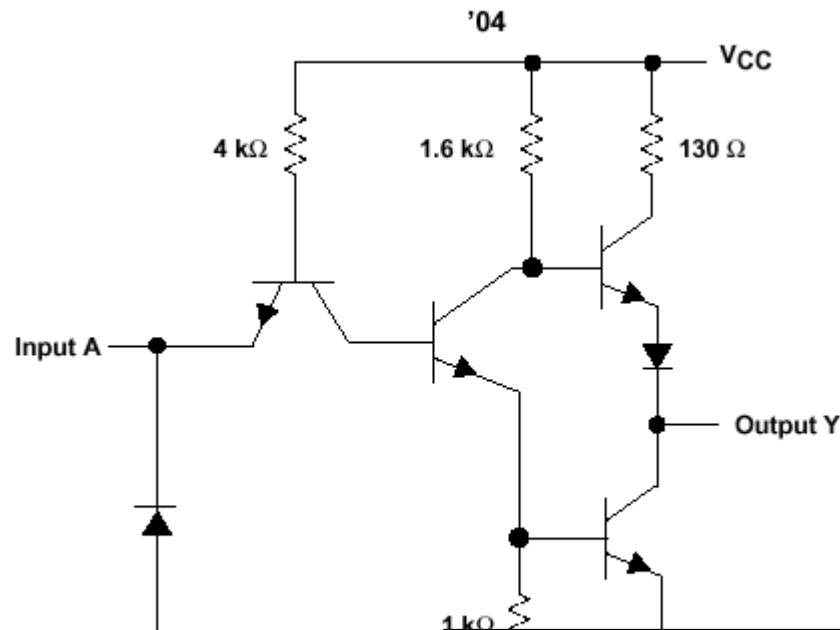
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

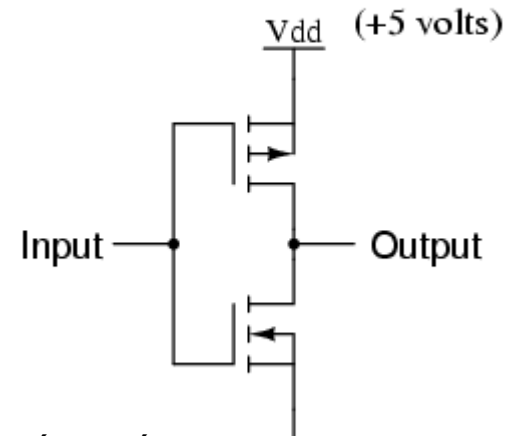


# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA NOT O INVERSOR
  - Lógica interna de la puerta NOT:



*Inverter circuit using IGFETs*



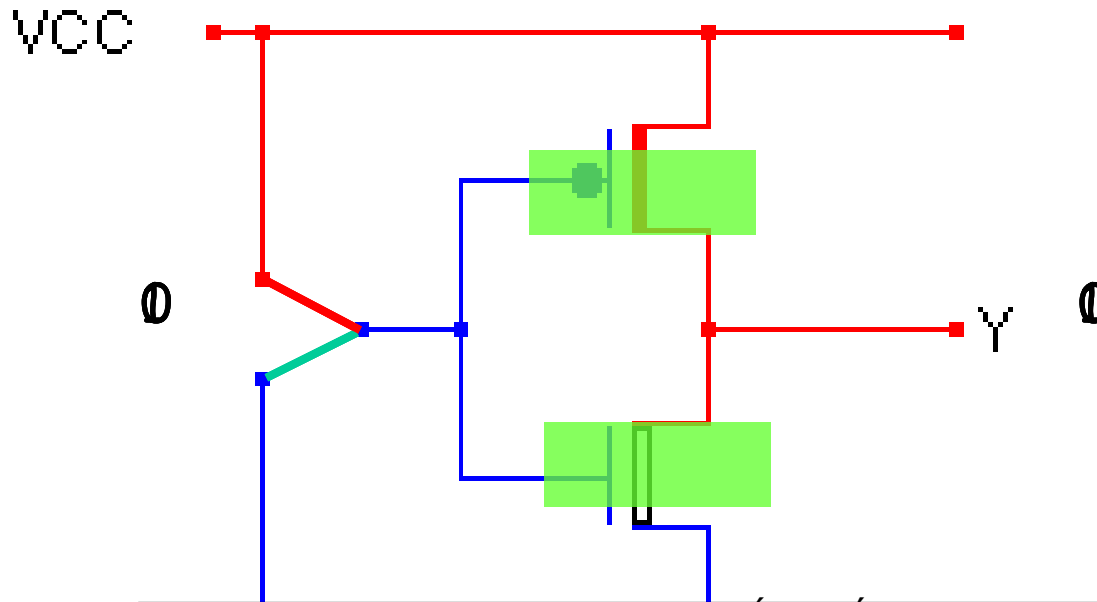
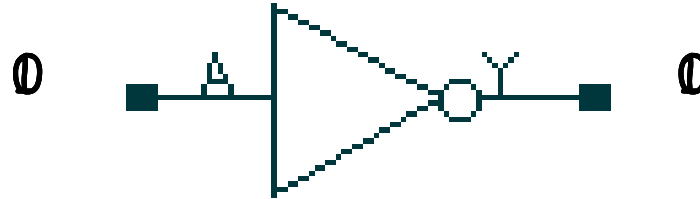
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Operaciones y expresiones booleanas



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

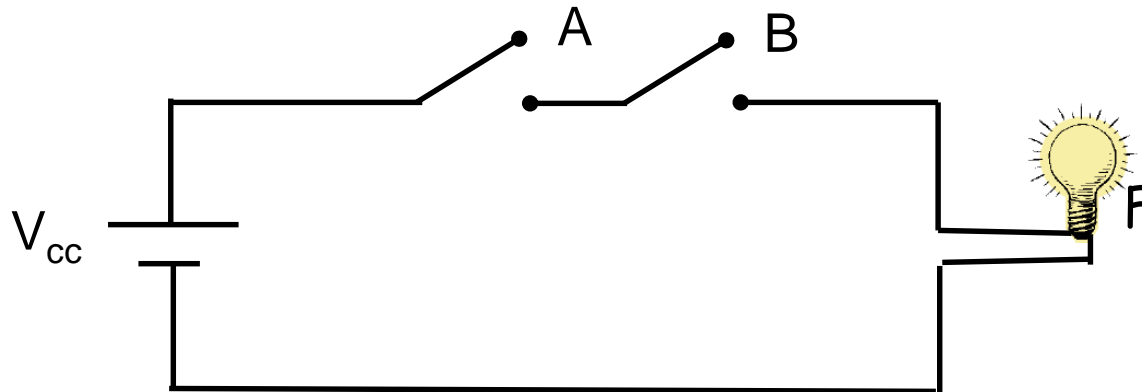
Cartagena99

Politécnica

# Operaciones y expresiones booleanas

## • LA PUERTA AND

- La puerta AND vista como interruptores:



**FUNCIÓN:** La bombilla está encendida si:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA AND (2 entradas {A,B} y 1 salida {Z})
  - Z=1 sólo si las dos entradas están simultáneamente a 1
  - Tabla de verdad:

A	B	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Ecuación lógica:  $Z = A \cdot B$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

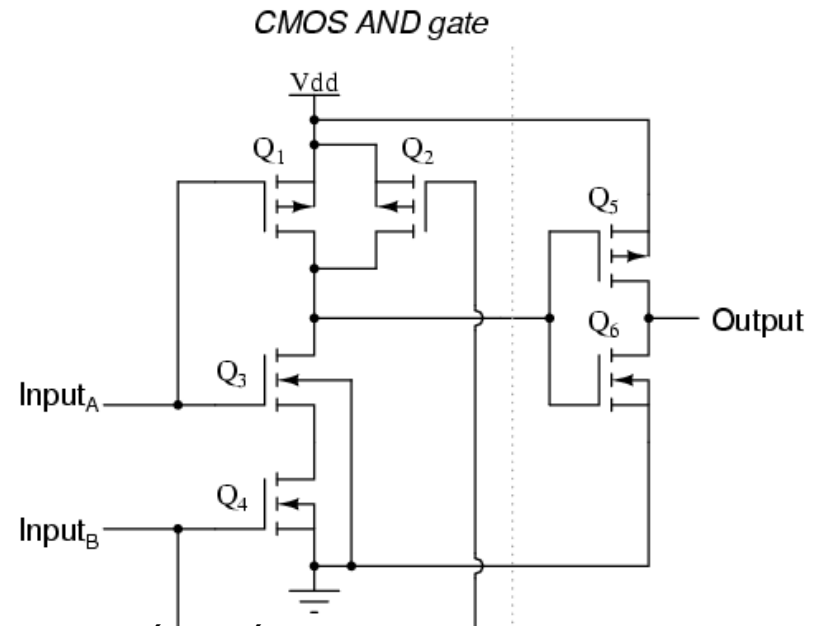
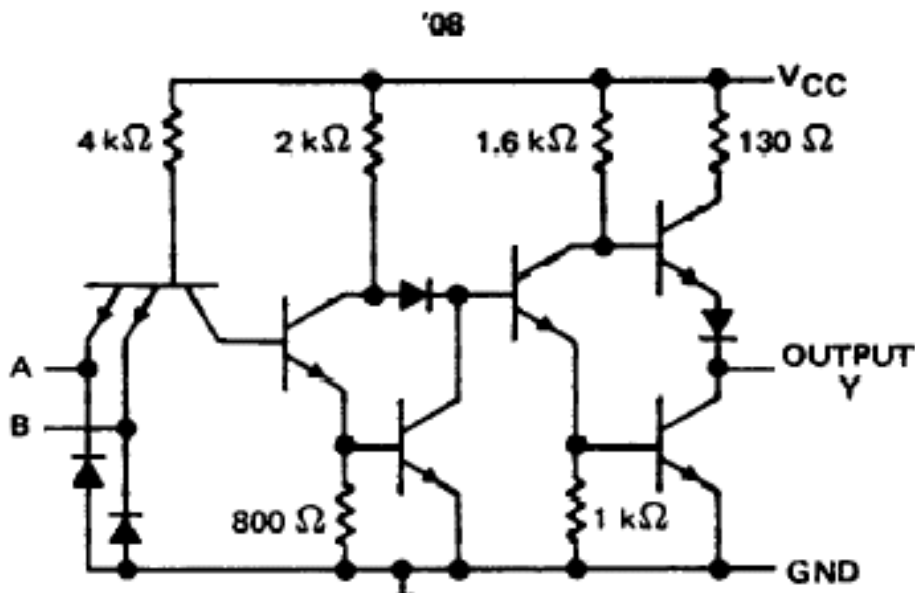
Cartagena99

Politécnica

# Operaciones y expresiones booleanas

## • LA PUERTA AND

- Lógica interna de la puerta AND:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

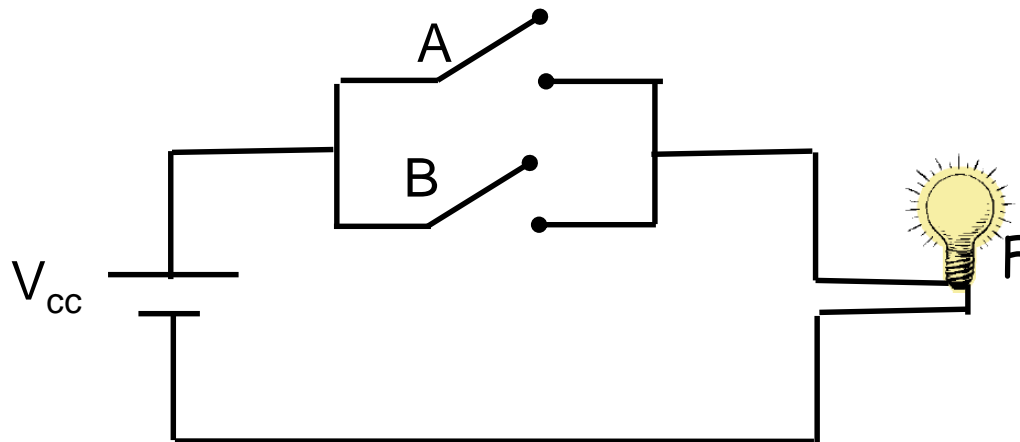
Cartagena99

Politécnico

# Operaciones y expresiones booleanas

## • LA PUERTA OR

- La puerta OR vista como interruptores:



**FUNCIÓN:** La bombilla está encendida si:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA OR: (2 entradas {A,B} y 1 salida {Z})
  - Z = 1 cuando alguna de las dos entradas vale 1
  - Tabla de verdad:

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Ecuación lógica:  $Z = A + B$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA NAND: (2 entradas {A,B} y 1 salida {Z})

- Z=1 si al menos una de las dos entradas vale 0

- Tabla de verdad:

A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Ecuación lógica:  $Z = \overline{A \cdot B}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



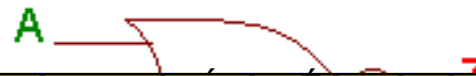
# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA NOR: (2 entradas {A,B} y 1 salida {Z})
  - Z=0 si al menos una de las dos entradas vale 1

- Tabla de verdad:

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- Ecuación lógica:  $Z = \overline{A + B}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnica

# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA XOR (OR-Exclusiva): (2 entradas {A,B} y 1 salida {Z})

- $Z=1$  si y sólo si una de las entradas está a 1

- Tabla de verdad:

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Ecuación lógica:  $Z = A \oplus B$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

¿Puerta XOR de varias entradas? -> Numero impar de 1s

# Operaciones y expresiones booleanas

- LA PUERTA XNOR (NOR-Exclusiva): (2 entradas {A,B} y 1 salida {Z})
  - Z=0 si sólo una de las entradas está a 0
  - Tabla de verdad:

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Ecuación lógica:  $Z = \overline{(A \oplus B)}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

¿Puerta XNOR de varias entradas? -> Numero par de 1s

Politécnico

# Leyes y reglas del álgebra de Boole

Nombre		Teorema		Dual
Identidad	<b>T1</b>	$B \bullet 1 = B$	<b>T1'</b>	$B + 0 = B$
Elemento nulo	<b>T2</b>	$B \bullet 0 = 0$	<b>T2'</b>	$B + 1 = 1$
Idempotencia	<b>T3</b>	$B \bullet B = B$	<b>T3'</b>	$B + B = B$
Involución	<b>T4</b>	$//B = B$		
Complemento	<b>T5</b>	$B \bullet /B = 0$	<b>T5'</b>	$B + /B = 1$
Prop. Conmutativa	<b>T6</b>	$B \bullet C = C \bullet B$	<b>T6'</b>	$B + C = C + B$
Prop. Asociativa	<b>T7</b>	$(B \bullet C) \bullet D = B \bullet (C \bullet D)$	<b>T7'</b>	$(B + C) + D = B + (C + D)$
Prop. Distributiva	<b>T8</b>	$(B \bullet C) + (B \bullet D) = B \bullet (C + D)$	<b>T8'</b>	$(B + C) \bullet (B + D) = B + (C \bullet D)$
Ley de De Morgan	<b>T12</b>	$/(B_0 \bullet B_1 \bullet \dots \bullet B_{n-2} \bullet B_{n-1}) =$ $= (/B_0 + /B_1 + \dots + /B_{n-2} + /B_{n-1})$	<b>T12'</b>	$/(B_0 + B_1 + \dots + B_{n-2} + B_{n-1}) =$ $= (/B_0 \bullet /B_1 \bullet \dots \bullet /B_{n-2} \bullet /B_{n-1})$

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnico

# Circuitos lógicos

Las combinaciones de diferentes valores lógicos a la entrada hacen que aparezcan distintos valores lógicos a la salida => **CIRCUITO LÓGICO**

Un circuito lógico se compone de:

- Entradas
- Salidas
- Especificación funcional
- Especificación temporal



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

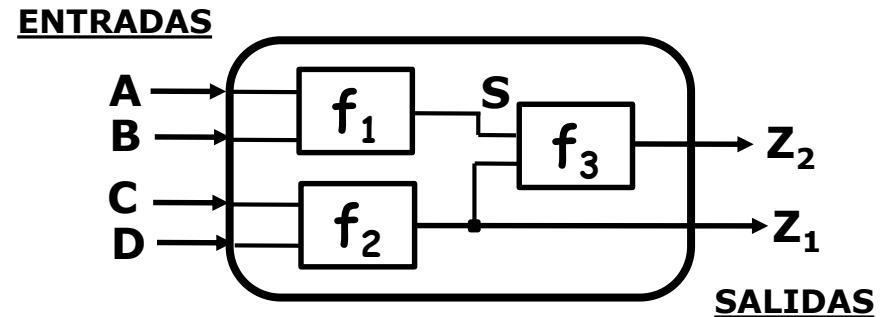
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnica

# Circuitos lógicos

Ejemplo de un circuito lógico:

- Entradas: A, B, C y D
- Salidas:  $Z_1$  y  $Z_2$
- Especificación funcional
  - $S = f_1(A, B)$
  - $Z_1 = f_2(C, D)$
  - $Z_2 = f_3(S, Z_1) = (A, B, C, D)$
- Especificación temporal:  $(\Delta t_{Z_2} = \text{MAX}\{\Delta t_{f_1}, \Delta t_{f_2}\} + \Delta t_{f_3})$



**Lógica combinatorial:** si el estado de las salidas depende sólo del estado de las entradas. Sistema sin memoria.

**Lógica secuencial:** si el estado de la salida también depende

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnica

# Funciones lógicas

- **Función lógica:** Expresión Booleana que relaciona variables lógicas directas o complementadas por medio de operaciones AND y OR
- Las funciones lógicas se expresan con circuitos lógicos de dos niveles que en su forma canónica pueden ser:
  - Suma de productos de todas las variables o sus conjugadas:  
Suma de **Minterms** // Circuitos **SOP** (*Sum Of Products*)
  - Producto de sumas de todas las variables o sus conjugadas:  
Producto de **Maxterms** // Circuitos **POS** (*Product Of Sums*)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Todas las ecuaciones Booleanas pueden ser descritas como suma de minterms (SOP)
- Cada fila en una tabla de verdad es un minterm
- Un minterm es un producto (AND) de las variables y sus complementos
- Cada minterm es VERDADERO ('1') para esa fila (y sólo para esa fila)
- La función se construye por la suma (OR) de los minterms para los cuales la salida es VERDADERA
- Se trata por tanto de una suma (OR) de productos (AND)

A	B	Y	minterm
0	0	0	$\bar{A} \bar{B}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnica



# Funciones lógicas

- Todas las ecuaciones Booleanas pueden ser descritas como producto de maxterms (POS)
- Cada fila en una tabla de verdad es un maxterm
- Un maxterm es una suma (OR) de las variables y sus complementos
- Cada maxterm es FALSO ('0') para esa fila (y sólo para esa fila)
- La función se construye por el producto (AND) de los maxterms para los cuales la salida es FALSA
- Se trata por tanto de un producto (AND) de sumas (OR)

A	B	Y	maxterm
0	0	0	$A + B$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Politécnico

# Funciones lógicas

- Ejemplo:** Desarrollo canónico de una función a partir de su tabla de verdad.

Nº	A	B	C	F(A,B,C)	Minterms	Maxterms
0	0	0	0	1	→ $(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C})$	
1	0	0	1	0		→ $(A + B + \bar{C})$
2	0	1	0	1	→ $(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C})$	
3	0	1	1	1	→ $(\bar{A} \cdot B \cdot C)$	
4	1	0	0	0		→ $(\bar{A} + B + C)$
5	1	0	1	0		→ $(\bar{A} + B + \bar{C})$
6	1	1	0	1	→ $(A \cdot B \cdot \bar{C})$	

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Funciones lógicas

- Utilizando Minterms:

$$F = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) + (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}) + (\bar{A} \cdot B \cdot C) + (A \cdot B \cdot \bar{C}) + (A \cdot B \cdot C) = \\ = m_0 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = \sum m(0,2,3,6,7)$$

- Utilizando Maxterms:

$$F = (A + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) = M_1 \cdot M_4 \cdot M_5 = \prod M(1,4,5)$$

- La implementación de una función lógica por medio de Minterms o de Maxterms requiere la mayor cantidad de recursos. Por tanto es


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh (mapas k)
  - Facilitan la realización de diseños lógicos con la estructura de puertas más sencilla  mayor economía de diseño.
  - Secuencia de **celdas** en la que cada celda representa un valor binario de las variables de entrada. Cada celda contiene el valor correspondiente de la función para dicha combinación.
  - Las celdas se disponen de manera que la simplificación de una determinada expresión consiste en agrupar adecuadamente las celdas.
  - Pueden utilizarse para expresiones de 2, 3, 4, 5 ó 6 variables.
  - Para  $n$  variables hacen falta  $2^n$  celdas.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh de tres variables

- **A, B, C**: Variables. Conjunto de 8 celdas
- Los valores binarios de A y B se encuentran en la parte izquierda y los de C en la parte superior (puede hacerse al revés)

		<b>C</b>	
	<b>AB</b>	0	1
00		1	0
01		0	0
11		0	0
10		0	1

		<b>C</b>	
	<b>AB</b>	0	1
00		$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C})$	$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C)$
01		$(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C})$	$(\bar{A} \cdot B \cdot C)$
11		$(A \cdot B \cdot \bar{C})$	$(A \cdot B \cdot C)$
10		$(A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C})$	$(A \cdot \bar{B} \cdot C)$

**Ejemplo:** La función vale '1' en la celda de la esquina superior izquierda

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh de cuatro variables

- **A, B, C, D**: Variables. Matriz de 16 celdas
- Los valores binarios de A y B se muestran en la parte izquierda de la tabla y los de C y D en la parte superior

	<b>CD</b>			
<b>AB</b>	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	0	0

	<b>CD</b>			
<b>AB</b>	00	01	11	10
00	$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D})$	$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D)$	$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D})$	$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D)$
01	$(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D})$	$(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D)$	$(\bar{A} \cdot B \cdot C \cdot \bar{D})$	$(\bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D)$
11	$(A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D})$	$(A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D)$	$(A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D})$	$(A \cdot B \cdot C \cdot D)$
10	$(A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D})$	$(A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D)$	$(A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D})$	$(A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D)$

**Ejemplo:** La función vale '1' en la celda de la esquina superior derecha corresponde a un valor de las variables A, B, C y D de 0010

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh de cinco variables
  - **A, B, C, D, E**: Variables. Matriz de 32 celdas
  - Se consideran dos tablas de cuatro variables (B, C, D y E), una correspondiendo al valor de la variable  $A=0$  y otra a  $A=1$
  - Los valores binarios de B y C se muestran en la parte izquierda de la tabla y los de D y E en la parte superior

		<b>DE</b>									
	<b>BC</b>	00	01	11	01	00	01	11	10		
	00										
	01										
	11										
	10										

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Adyacencia de celdas
  - Las celdas de un diagrama de Karnaugh se disponen de manera que sólo cambia una única variable entre celdas adyacentes
  - Celdas que difieren en una única variable: Adyacentes
  - Celdas cuyo valor difiere en más de una variable: No adyacentes
  - Físicamente, cada celda es adyacente a las celdas que están situadas inmediatas a ella por cualquiera de sus cuatro lados
  - Las celdas adyacentes tienen una distancia de Hamming de 1.
  - Una celda no es adyacente a aquellas que tocan diagonalmente alguna de sus esquinas
  - Las celdas de la fila superior son adyacentes a las de la fila inferior y

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

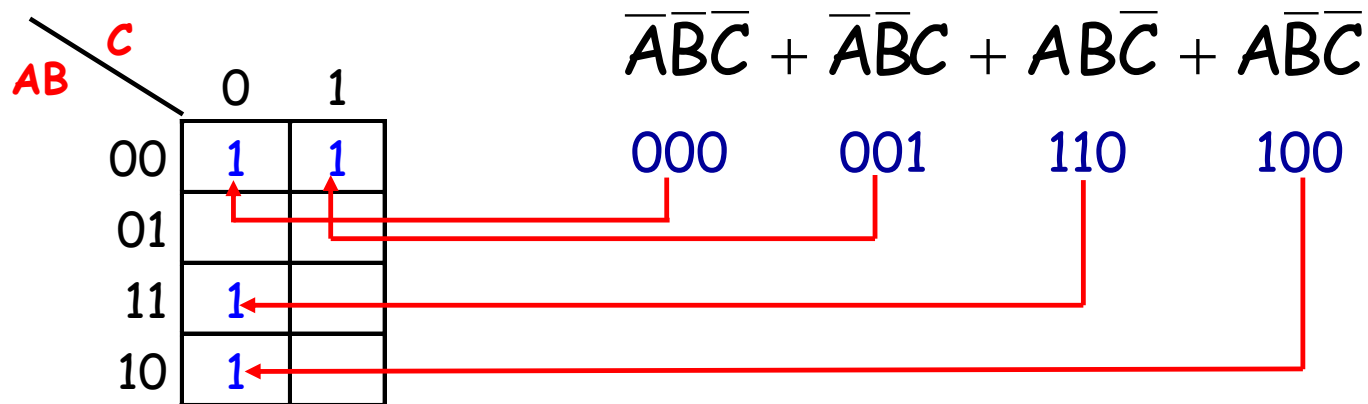
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Funciones lógicas

- Diagrama de Karnaugh de una suma de productos estándar
  - Por cada término de la expresión suma de productos, se coloca un 1 en el diagrama de Karnaugh en la celda correspondiente al valor del producto



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Funciones lógicas

- Diagrama de Karnaugh de una suma de productos no estándar
  - A un término en forma no estándar le faltan una o más variables en su expresión, que habrá que completar

AB \ C	0	1
	00	1
01	1	1
11	1	
10	1	1

$\bar{A}$	+	$A\bar{B}$	+	$ABC$
000		100		110
001		101		
010				
011				

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de una suma de productos
  - **Minimización:** Proceso que genera una expresión que contiene el menor número posible de términos con el mínimo número de variables posibles
  - Tras obtener el diagrama de Karnaugh, hay que seguir tres pasos para obtener la expresión de productos mínima:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnica

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de una suma de productos
  - Agrupación de 1's
    - Un grupo tiene que contener 1, 2, 4, 8 ó 16 celdas (potencias de 2). Diagrama de 3 variables: Grupo máximo de 8 celdas
    - Cada celda de un grupo tiene que ser adyacente a una o más celdas del mismo grupo, pero no todas las celdas del grupo tienen que ser adyacentes entre sí
    - Incluir siempre en cada grupo el mayor número posible de 1's
    - Cada 1 del diagrama tiene que estar incluido en al menos un grupo. Los 1's que ya pertenezcan a un grupo pueden estar incluidos en otro siempre que los grupos que solapan contengan 1's no comunes

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de una suma de productos
  - Agrupación de 1's

	C	
AB	0	1
00	1	
01		1
11	1	1
10		

	C	
AB	0	1
00	1	1
01	1	
11		1
10	1	1

	CD			
AB	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1	1	1
11				
10		1	1	

	CD			
AB	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de una suma de productos
  - Determinación de la expresión suma de productos mínima a partir del diagrama. Suma de los términos producto obtenidos
    - Cada grupo de celdas que contiene 1's da lugar a un término producto compuesto por todas las variables que aparecen en el grupo en sólo una forma (no complementada o complementada)
    - Las variables que aparecen complementadas y sin complementar dentro del mismo grupo se eliminan
    - Una vez obtenidos todos los términos mínimos a partir del diagrama de Karnaugh, se suman para obtener la expresión de productos mínima

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de una suma de productos
  - Determinación de la expresión suma de productos mínima a partir del diagrama. Suma de los términos producto obtenidos

		C	
	AB	0	1
00	1		
01			1
11	1	1	
10			

$$\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \underline{AB} + \underline{BC}$$

		C	
	AB	0	1
00	1	1	
01	1		
11			1
10	1	1	

$$\overline{A}\overline{C} + \underline{AC} + \underline{B}$$

$$\underline{A\overline{B}D} + \underline{\overline{A}B} + \underline{\overline{A}\overline{C}}$$

		CD			
	AB	00	01	11	10
00	1	1			
01	1	1	1	1	
11					
10		1	1		

		CD			
	AB	00	01	11	10
00					
01					
11					
10	1		1	1	

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

		CD			
	AB	00	01	11	10
00					
01					
11					
10	1		1	1	

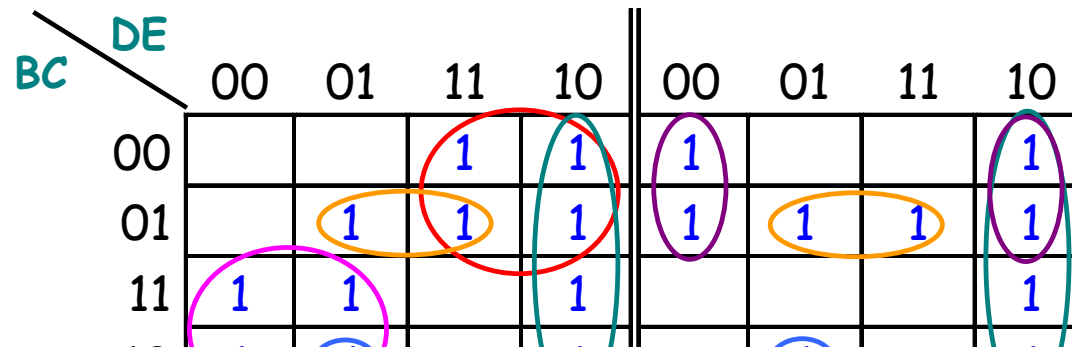
# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh de cinco variables.

Simplificar  $F(A,B,C,D,E) =$

$\Sigma(2,3,5,6,7,8,9,10,12,13,14,16,18,20,21,22,23,25,26,30)$

- Dos mapas de 4 variables, uno para la quinta variable a 0 y otro para la quinta variable a 1
- Adyacencia:** Imaginar que el mapa A=0 está colocado encima del mapa A=1. Cada celda del mapa A=0 es adyacente con la celda que está justo debajo en el mapa A=1



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$ABD + ABD + ABE + DE + BCE + BCDE$$





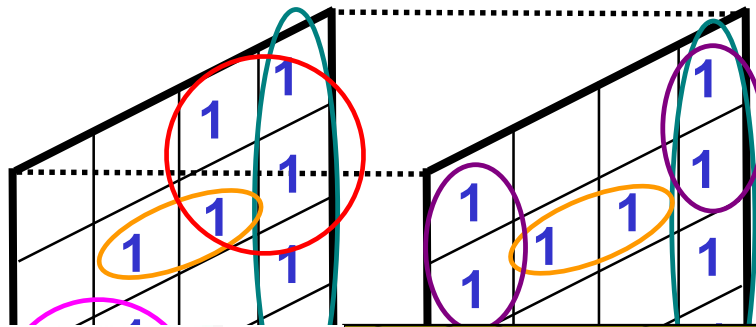
# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh de cinco variables.

Simplificar

$$F(A,B,C,D,E)=\Sigma(2,3,5,6,7,8,9,10,12,13,14,16,18,20,21,22,23,25,26,30)$$

- Dos mapas de 4 variables, uno para la quinta variable a 0 y otro para la quinta variable a 1
- **Adyacencia:** Imaginar que el mapa A=0 está colocado encima del mapa A=1. Cada celda del mapa A=0 es adyacente con la celda que está justo debajo en el mapa A=1



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnica

A=0

A=1

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de un producto de sumas
  - El proceso de minimización de un producto de sumas es básicamente el mismo que para una expresión suma de productos, salvo que ahora hay que agrupar los 0's para generar el mínimo número de términos suma
  - Las reglas para agrupar los 0's son las mismas que para agrupar los 1's

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

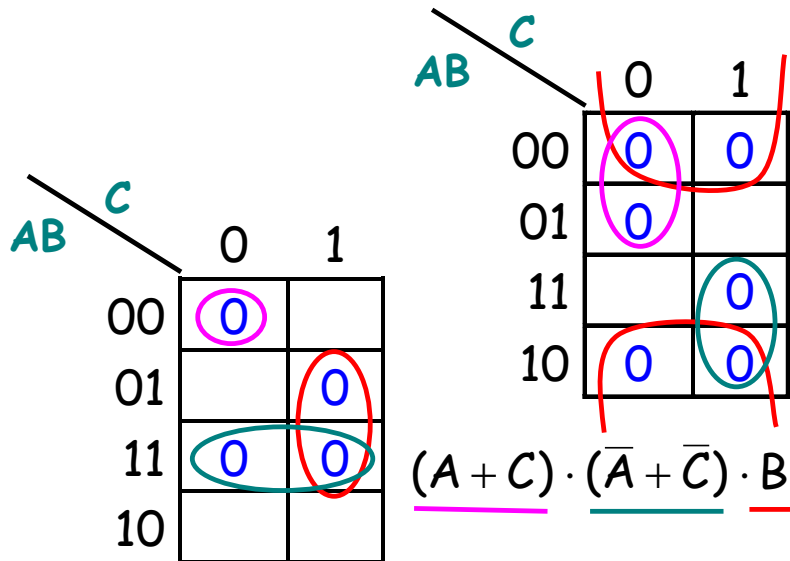
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

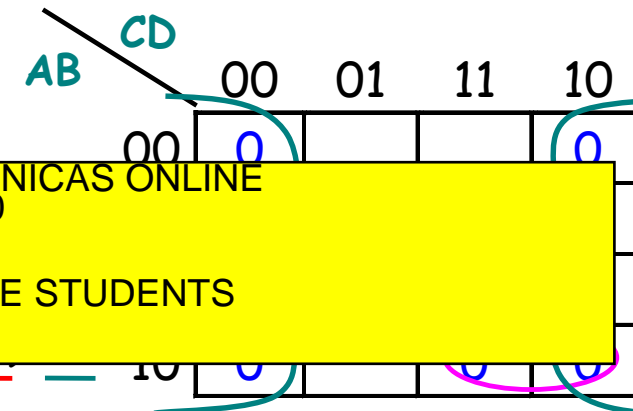
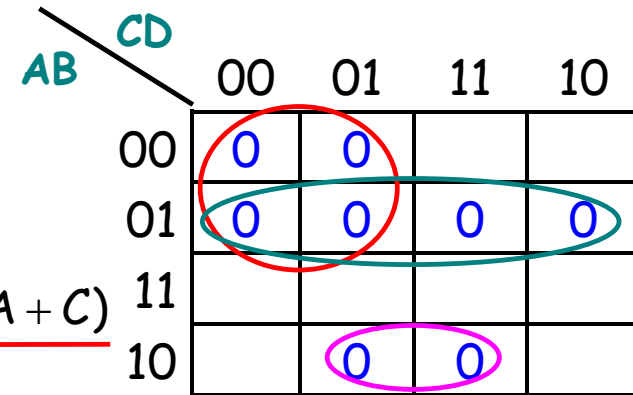
Politécnica

# Funciones lógicas

- Diagramas de Karnaugh. Simplificación de un producto de sumas
  - Determinación de la expresión producto de sumas mínima a partir del diagrama. Producto de los términos suma obtenidos



$$(\bar{A} + B + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B}) \cdot (A + C)$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Politécnico

# Funciones lógicas

- Obtención del diagrama de Karnaugh a partir de la tabla de verdad

- Ejemplo:**

N°	A	B	C	D	F	Minterms	Maxterms
0	0	0	0	0	1	→ $(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D})$	
1	0	0	0	1	1	→ $(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D)$	
2	0	0	1	0	0		→ $(A + B + \bar{C} + D)$
3	0	0	1	1	1	→ $(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D)$	
4	0	1	0	0	0		→ $(A + \bar{B} + C + D)$
5	0	1	0	1	1	→ $(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D)$	
6	0	1	1	0	1	→ $(\bar{A} \cdot B \cdot C \cdot \bar{D})$	
7	0	1	1	1	0		→ $(A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$
8	1	0	0	0	0		→ $(\bar{A} + B + C + D)$
9	1	0	0	1	1	→ $(A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D)$	
10	1	0	1	0	0		→ $(\bar{A} + B + \bar{C} + D)$
11	1	0	1	1	1	→ $(A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D)$	

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

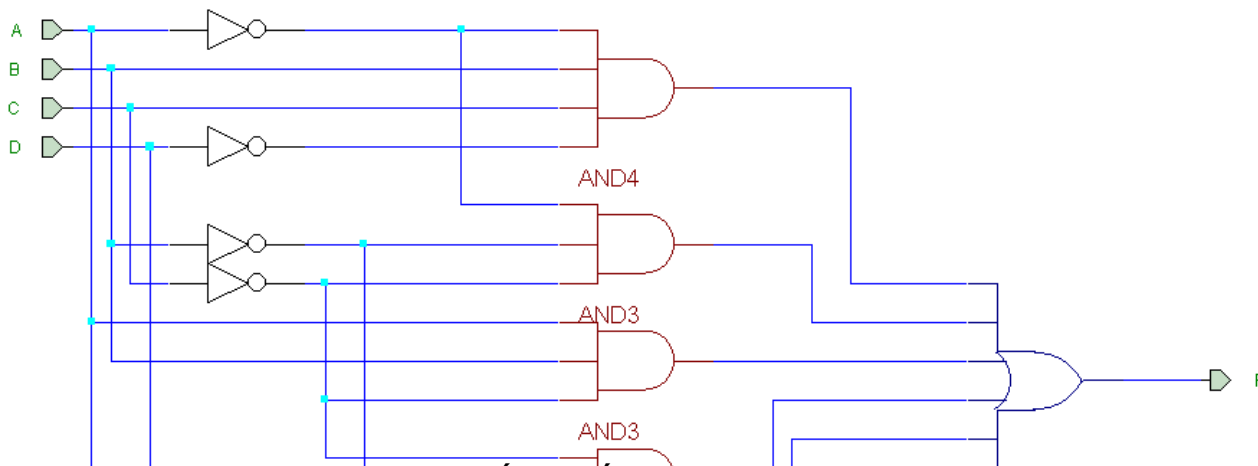


# Funciones lógicas

- Obtención del diagrama de Karnaugh a partir de la tabla de verdad
  - **Ejemplo:** Desarrollo por minterms

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		1
11	1	1	1	
10		1	1	

$$F = \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + \overline{C}D + AD + \overline{B}D$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

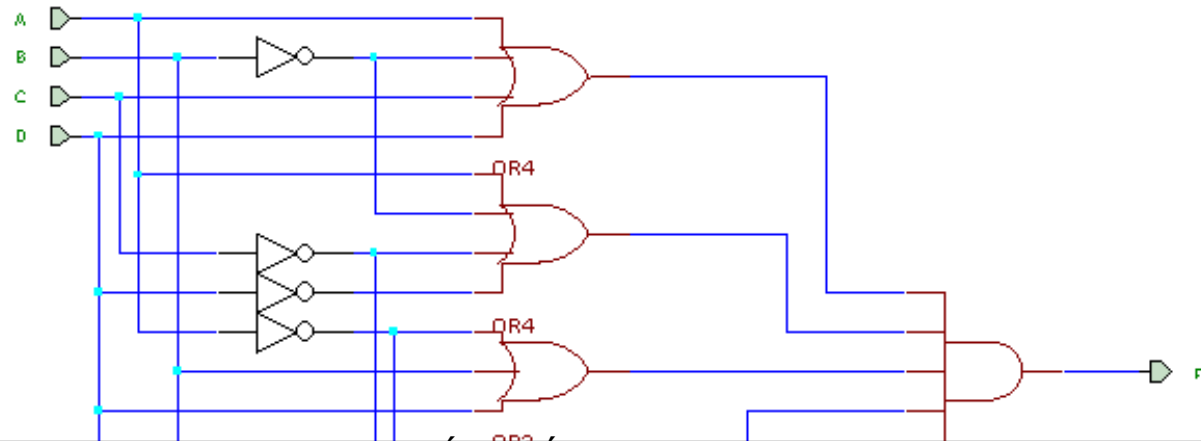
Politécnica

# Funciones lógicas

- Obtención del diagrama de Karnaugh a partir de la tabla de verdad
  - **Ejemplo:** Desarrollo por maxterms

$$F = \underline{(A + \bar{B} + C + D)} \cdot \underline{(A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})} \cdot \underline{(\bar{A} + B + D)} \cdot \underline{(B + \bar{C} + D)} \cdot \underline{(\bar{A} + \bar{C} + D)}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00				0
01	0		0	
11				0
10				0



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Anexo. Circuitos digitales integrados

- Los elementos y funciones lógicas vistos están disponibles como circuitos integrados (CI)
- Un circuito integrado monolítico es un circuito electrónico construido enteramente sobre un pequeño chip de silicio
- Todos los componentes del circuito (transistores, diodos, resistencias y condensadores) son parte integrante de un único chip

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

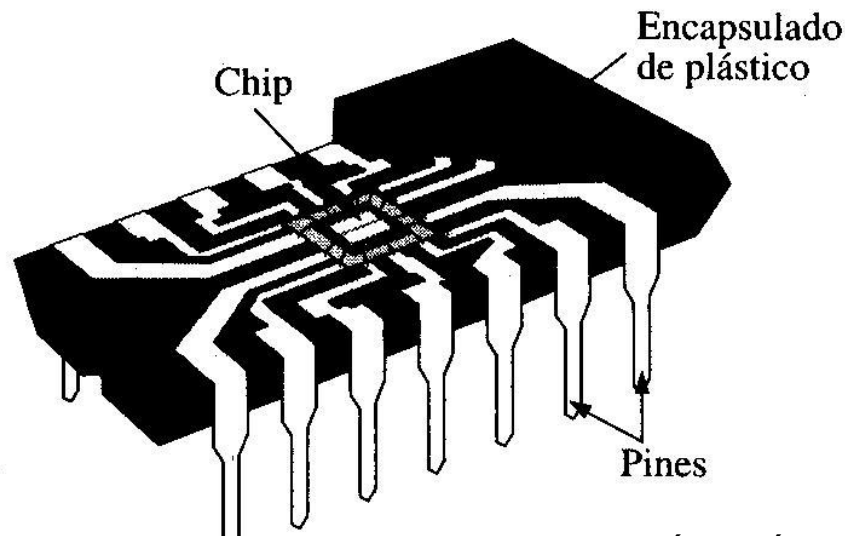
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Politécnico

# Anexo. Circuitos digitales integrados

- Sección de un encapsulado de CI:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

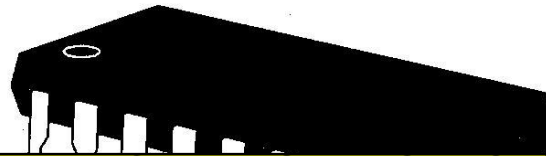
Cartagena99

Politécnico



# Anexo. Circuitos digitales integrados

- Encapsulados de los CI
  - Se clasifican según la forma en que se montan sobre las tarjetas de circuito impreso
  - Pueden ser de inserción o de montaje superficial
  - Encapsulados de inserción:
    - Los pines (patas) se insertan en los taladros de la tarjeta de circuito impreso y se sueldan a las pistas por la cara opuesta
    - El más típico: **DIP** (dual in-line package)



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Politécnica

# Anexo. Circuitos digitales integrados

- Encapsulados de los CI
  - Encapsulados de montaje superficial:
    - Método más moderno, ahorra espacio
    - No necesita taladros en las tarjetas de circuito impreso. Los pines se sueldan directamente a las pistas de una cara de la tarjeta, dejando la otra libre para añadir circuitos adicionales
    - Menos tamaño que el DIP, los pines están más cercanos
    - El más típico: **SOIC** (small-outline IC)



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

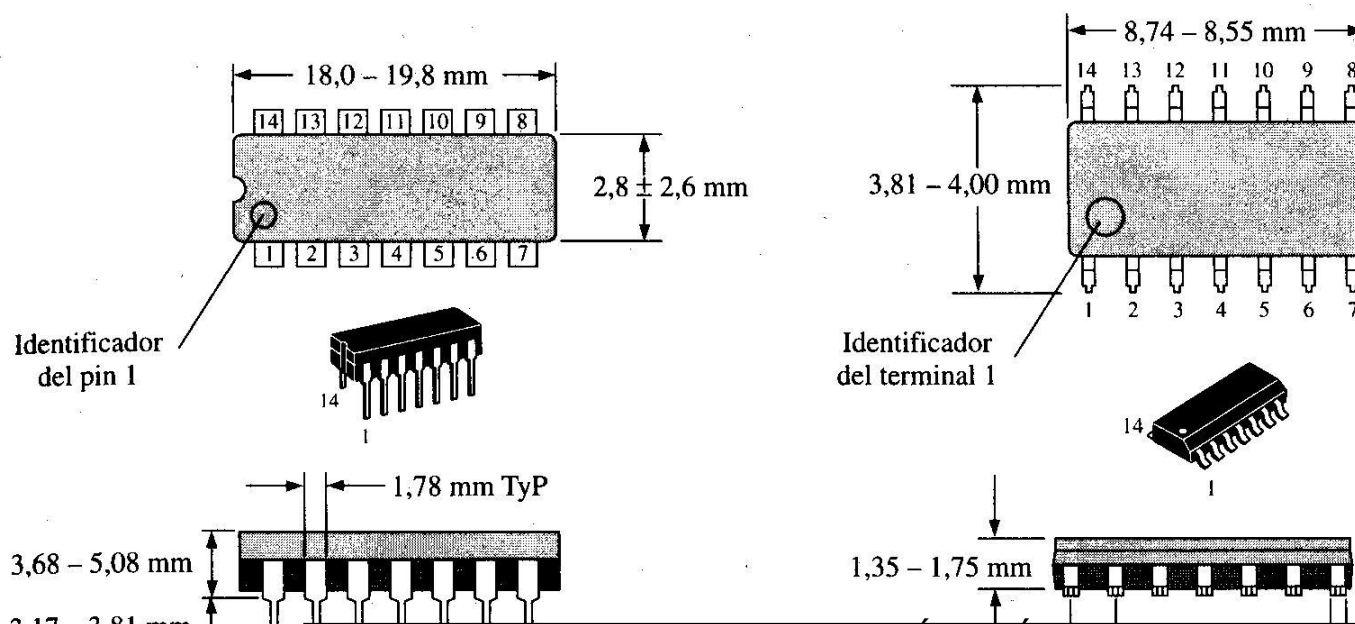
Cartagena99

Politécnico

# Anexo. Circuitos digitales integrados

## • Encapsulados de los CI

- Encapsulados típicos DIP y SOIC con sus dimensiones básicas y la numeración de los pines



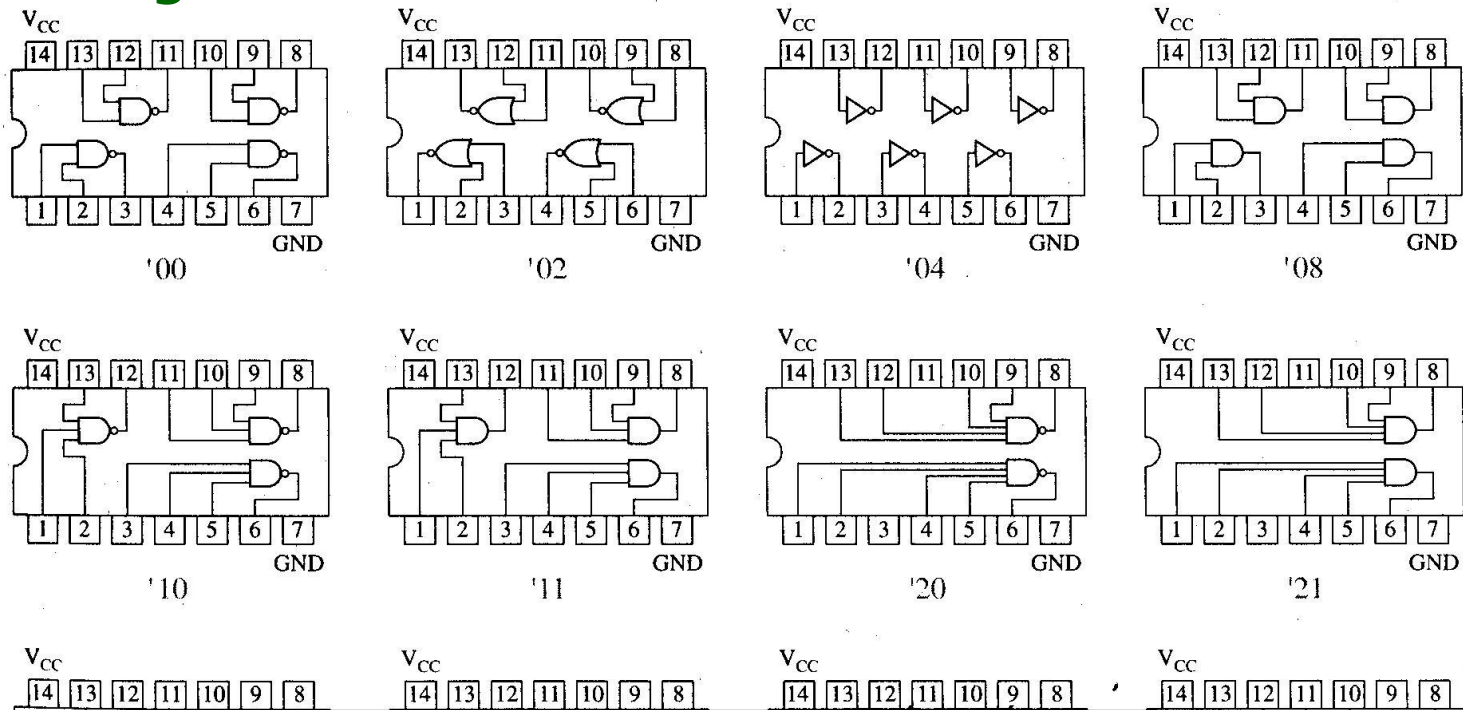
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Anexo. Circuitos digitales integrados

- Diagramas de configuración de los pines para las puertas lógicas más comunes



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70