

TEMA 1: INTRODUCCIÓN.

SISTEMA ELÉCTRICO.

Conjunto de instalaciones que se encarga de generar, transportar y distribuir energía eléctrica hasta los usuarios.

Rendimiento motor térmico 38-40%.

- Es una energía limpia en su uso.
- Relativamente fácil de generar. ~~transportar~~
- Buen rendimiento.

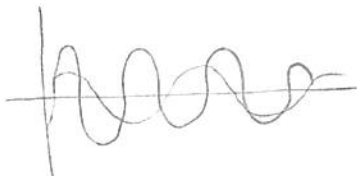
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.

Son los que se encargan de transportar y distribuir hasta los usuarios.

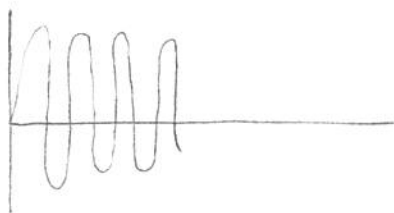
MOTORES MONOFÁSICOS

- Tienen un rendimiento muy malo.

onda senoidal



Potencia instantánea



la parte positiva no tiene por qué ser igual que la negativa.

En un motor trifásico la potencia instantánea puede ser constante. Este tipo de motor no tiene un par variable y por lo tanto el desgaste mecánico es pequeño comparado con los monofásicos. Tiene un campo giratorio en ausencia de elementos fijos en el mismo.

Principal receptor de energía eléctrica → MOTORES. (TRIFÁSICOS, asíncronos).

- Sistema eléctrico fiable $\rightarrow$ sin cortes de suministro (servicio siempre continuo). Interrupciones largas 1 min.
- Calidad del suministro eléctrico. Hace referencia a todas las perturbaciones que se pueden producir: forma de onda, la amplitud o el valor eficaz, la frecuencia y la simetría del sistema. (Parámetros a vigilar).

Microred $\rightarrow$ ~~aprovechan~~^{Producen} y consumen su energía. Pequeños generadores, mayor parte renovables, conectados a red pero pueden ser autónomos.

Línea de muy alta tensión $\rightarrow$ L (Inductancia).

Línea baja tensión $\rightarrow$ R (Resistencia)

Inconvenientes:

- Los usuarios están muy dispersos y no consumen de forma continua.
- No se puede almacenar la energía.

NIVEL DE GENERACIÓN.

Constituido por generadores de energía eléctrica:

- Generadores síncronos situados en las grandes ^{instalaciones} centrales de generación: térmicas (fósiles y nucleares) y eléctricas.
- Generadores asíncronos.
- Elevadores de tensión.

NIVEL DE TRANSPORTE.

Constituido por grandes líneas eléctricas que parten de las centrales (trabajan en M.A.T. $\rightarrow$ 132, 230 y 400 kV).

- M.A.T.
 - Red de reparto o subtransporte (Reduce a A.T.). 66, 110 y 132 kV. (De distribución primaria).
 - Nivel de distribución (Núcleos urbanos, polígonos industriales)
 - Nivel de distribución secundaria: (11), 15, ~~30~~²⁰ y 45 kV
- M.T.

TEMA 2: MODELOS DE LÍNEAS.

PARÁMETROS LONGITUDINALES.

- EFECTO PELICULAR: Trabajando en alterna, aumentando la frecuencia la corriente se focaliza hacia la película exterior del conductor y el centro (el interior) se queda sin corriente.
 - a altas frecuencias no podemos transmitir la señal mediante conductores metálicos porque la impedancia es mayor que la del propio aire. (en telecomunicaciones, la señal va por el aire o por fibra óptica).
- INDUCTANCIA: efecto inductivo. En una línea aérea tendemos como una gran espira inductiva.
- RESISTENCIA.

PARÁMETROS TRANSVERSALES: Entre el conductor y el suelo

- CAPACIDADES (EFECTOS CAPACITIVOS): es muy superior en los cables que en las líneas aéreas.
- CONDUCTANCIA: Resistencia (pérdida de potencia activa) transversal, es debido a el efecto corona (pérdidas de potencia activa, calentamiento) y por los aislamientos imperfectos (en los aisladores o en los cables)

DIFERENTES MODELOS DE LÍNEAS. INTRODUCCIÓN.

1. CONCENTRADOS: los anteriores parámetros se encuentran concentrados en un punto concreto en la línea.
2. DISTRIBUIDOS: los parámetros se distribuyen a lo largo de la línea.

los concentrados son más sencillos e intuitivos que los distribuidos.

longitud de onda que se propaga por la línea se calcula:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$f \rightarrow$ frecuencia señal

$\lambda \rightarrow$ onda

la velocidad de la onda es muy próxima a la de la luz.

$$\lambda = \frac{v}{f} \ll \ell \text{ (longitud de línea)} \Rightarrow \text{Parámetros concentrados} \\ \text{(sin inducir errores importantes)}$$

Si no es el caso, trabajaremos con parámetros distribuidos.

Trabajando con frecuencias de $f = 50\text{Hz}$.

a) líneas largas $\ell = 150\text{km}$, modelizaremos la línea mediante parámetros distribuidos.

b) líneas intermedias. $\ell = [30, 150]\text{km}$, modelos con parámetros concentrados. (Prescindimos de la conductancia).

c) líneas cortas $\ell < 30\text{km}$, parámetros concentrados simplificados (se prescinde de algún parámetro) [No se utilizan los transversales]

En líneas cortas, A.T., prescindimos de la R frente a la inductancia

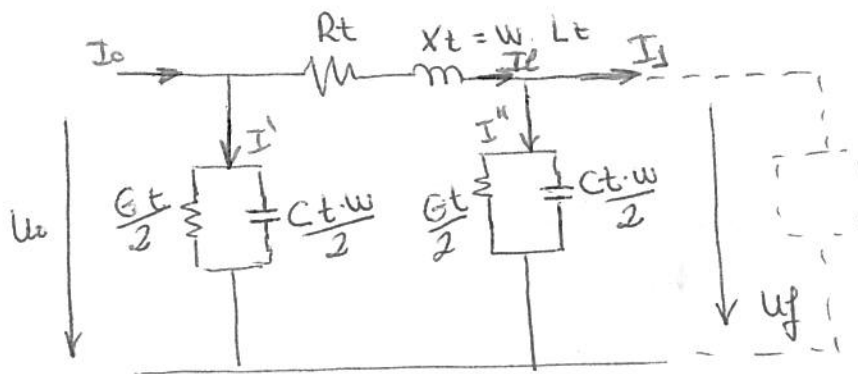
En instalaciones de B.T., despreciaremos la inductancia y se representará la línea mediante la R .

En líneas con una frecuencia mucho mayor de $f = 50\text{Hz}$ (cuando sea un rayo, por ejemplo) la longitud sigue siendo la misma pero, debido a la variación de frecuencia en la línea, λ es mucho menor. Se debe utilizar un modelo de reducción de parámetros distribuidos.

Los parámetros de modelos distribuidos son variables.

MODELOS CON PARÁMETROS CONCENTRADOS

- MODELO π . Consiste en localizar los parámetros longitudinales concentrados en el centro de la línea, y los transversales, en la entrada de la línea.



Se busca una relación matricial entre los parámetros iniciales y finales.

Aplicamos la 2ª Ley de Kirchhoff:

$$\text{NUDO INICIAL: } U_o = U_f + Z_t \cdot I_l \quad (1)$$

$$\text{NUDO FINAL: } I_l = I_f + I'' = I_f + U_f \cdot \frac{1}{2} Y_t \quad (2)$$

$$\begin{cases} Y_t = G_t + j\omega C_t \\ Z_t = R_t + jX_t \end{cases}$$

$$I_o = I' + I_l \quad (3)$$

$$U_o = U_f + \left(I_f + U_f \cdot \frac{Y_t}{2} \right) \cdot Z_t = Z_t \cdot I_f + U_f \cdot \left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} (3) \quad I_o &= \underbrace{U_o \cdot \frac{1}{2} \cdot Y_t}_{I'} + I_f + U_f \cdot \frac{Y_t}{2} = I_f \cdot \frac{Y_t \cdot Z_t}{2} + U_f \left(\frac{Z_t \cdot Y_t^2}{4} + \frac{Y_t}{2} \right) + \\ &+ I_f + U_f \cdot \frac{Y_t}{2} = I_f \left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} \right) + U_f \left(\frac{Z_t \cdot Y_t^2}{4} + Y_t \right) \end{aligned}$$

Lo ponemos en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} U_o \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} + 1$$

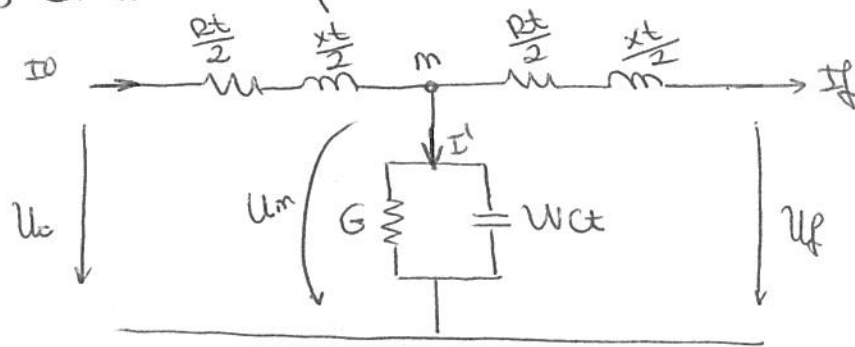
$$B = Z_t$$

$$C = \frac{Z_t \cdot Y_t^2}{4} + Y_t$$

$$D = A$$

Siempre existe esta igualdad en el modelo π .

- MODELO EN T. Separar los longitudinales y dejar los transversales en un único punto.



$$U_0 = U_f + I_0 \left(\frac{1}{2} Z_t \right) + I_f \left(\frac{1}{2} Z_t \right)$$

$$I_0 = I_f + \underbrace{U_m \cdot Y_t}_{I'} = I_f + (U_f + I_f \cdot \frac{1}{2} Z_t) \cdot Y_t$$

$$\begin{aligned} U_0 &= U_f + \frac{1}{2} Z_t \left(I_f + U_f Y_t + \frac{1}{2} I_f Y_t Z_t \right) + \frac{1}{2} Z_t \cdot I_f = \\ &= U_f \left(1 + \frac{1}{2} Z_t Y_t \right) + I_f \left(\frac{1}{2} Z_t + \frac{1}{2} Z_t + \frac{1}{4} Y_t \cdot Z_t^2 \right) = \\ &= U_f \left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} \right) + I_f \left(Z_t + \frac{Z_t^2 \cdot Y_t}{4} \right) \end{aligned}$$

$$I_0 = U_f \cdot Y_t + I_f \left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} \right)$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} + 1$$

$$B = \frac{Z_t^2 \cdot Y_t}{4} + Z_t$$

$$C = Y_t$$

$$\underline{D = A}$$

Siempre existe esta igualdad en el modelo T.

Se dispone una línea trifásica de 220V al final de línea.
 con una longitud de 100km, y tiene los siguientes parámetros:

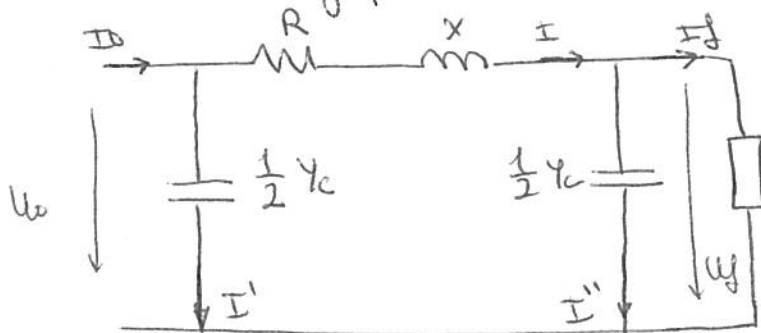
$$R = 0,072 \, \Omega/\text{km}$$

$$X_f = 0,42 \, \Omega/\text{km}$$

$$Y_c = 2,64 \cdot 10^{-6} \, \text{S}/\text{km}$$

la línea alimenta un cargo con una potencia de 75MVA
 al final de la línea ($S_f = 75\text{MVA}$) con un $\cos \varphi = 0,8$

Trabajando con un modelo en π , calcúlese todo. (Tensión,
 intensidad y potencias en cabecera de π).



$$U_f = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 \angle 0^\circ$$

Calculamos la intensidad:

$$I_f = \frac{S_f}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{75 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 10^3} = 196,8 \text{ A } \angle -36,87^\circ$$

$$I'' = j \frac{1}{2} Y_c \cdot U_f = 16,77 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$I_l = I_f + I'' = 187,18 \angle -32^\circ$$

$$\Delta U = I_l (R + jX) = 5388 + j5881 \text{ V}$$

$U_0 = U_f + \Delta U = 132,5 \cdot 10^3 \angle 2,15^\circ \text{ V}$ → Está adelantado. la energía va de U_0 a U_f , si fuera al revés (retrasado) la energía iría de U_f a U_0 . (POR LOS ÁNGULOS)

$$I_0 = I_l + I' = 177,61 \angle -28,15^\circ \text{ A}$$

$$I' = j \frac{1}{2} Y_c \cdot U_0 = -0,776 + j17,48 \text{ A}$$

$$S_0 = U_0 \cdot I_0^* = 20243 + j12017 \text{ KVA}$$

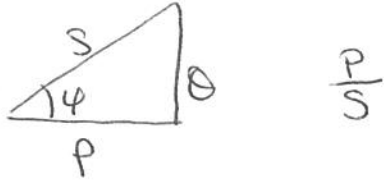
(MONOFÁSICO)

$$P_0 = (\text{POTENCIA ACTIVA}) = \overset{\rightarrow \text{TRIFÁSICO}}{3 \cdot 20243} = 60730 \text{ KW}$$

$$Q_0 = 3 \cdot 12017 = 36051 \text{ KVA}$$

$$S_0 = 70600 \text{ KVA}$$

$$\cos \varphi_0 = (\text{FACTOR DE POTENCIA}) = \frac{P_0}{S_0} = 0,86$$



Cálculo de potencia de las pérdidas de activa:

$$\Delta P = P_0 - P_f = 60730 - 75 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 730 \text{ KW} \quad (\text{FORMA DIRECTA})$$

$$\Delta P = \overset{\rightarrow \text{TRIFÁSICO}}{3 \cdot R \cdot I^2} = 3 \cdot 0,072 \, \Omega/\text{km} \times 100 \text{ km} \times 187,18 = 756,785 \text{ KW} \quad (\text{OTRA FORMA})$$

$$\text{Porcentaje de error} = \frac{756,785 - 730}{756,785} = 3,4\% \quad (\text{Pequeño})$$

→ Suponemos que la R recibe toda la intensidad total, pero en la realidad no es así. La I de entrada es menor a la I de salida. La intensidad se va dispersando.

* Tensión del FASE de cabecera (U_0). Aplicar el método matricial aplicado anteriormente:

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$U_0 = A \cdot U_f + B \cdot I_f$$

$$\begin{cases} A = 1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} = 0,9945 + j 9,5 \cdot 10^{-4} \\ B = Z_t = 7,2 + 4,2j \end{cases}$$

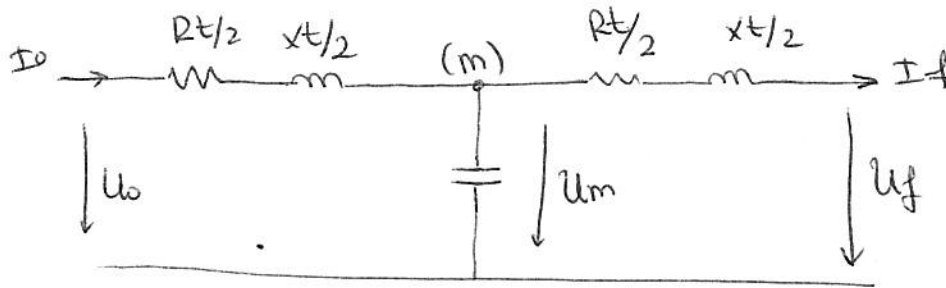
$$\begin{cases} B = Z_t = 7,2 + 4,2j \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_f = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 \angle 0^\circ \\ I_f = 157,4 - 118,1j \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{U_0 = 132,41 + j 5,881 \text{ KW}}$$

A partir del esquema, demostrar que cuando la línea está trabajando en vacío se cumple:

$$\frac{U_f}{U_0} \approx \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \omega^2 L_t \cdot C_t}$$

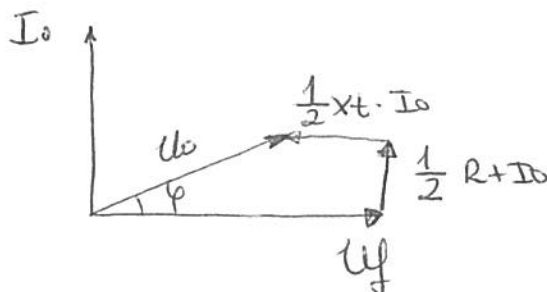


$$U_0 = U_f + I_0 \left(\frac{1}{2} Z_t \right) + I_f \frac{1}{2} Z_t \quad \text{* línea trabajando en vacío!!!}$$

$$I_0 = I_f + (U_f + I_f \cdot \frac{1}{2} Z_t) Y_t$$

$$U_0 = U_f + I_0 \cdot \left(\frac{R_t}{2} + j \frac{X_t}{2} \right)$$

$$I_0 = U_f \cdot Y_t$$



En vacío se produce:

$$U_0 < U_f$$

Al final de la línea habrá más corriente (sobretensión)
"EFECTO FERRANTI".

$$U_0 \approx U_f - \frac{1}{2} x_t \cdot I_0 = U_f - \frac{1}{2} \omega L_t (U_f \cdot \omega \cdot C_t)$$

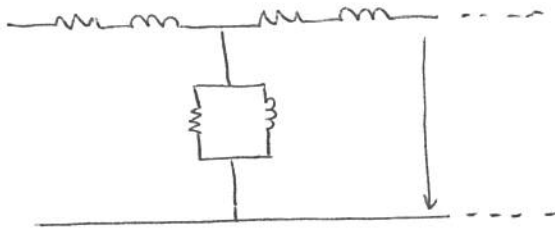
$$U_0 \approx U_f - \frac{1}{2} U_f \cdot \omega^2 \cdot L_t \cdot C_t = U_f \left(1 - \frac{1}{2} \omega^2 \cdot L_t \cdot C_t \right)$$

$$\frac{U_f}{U_0} \approx \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \omega^2 \cdot L_t \cdot C_t} \quad (\text{c.g.d.})$$

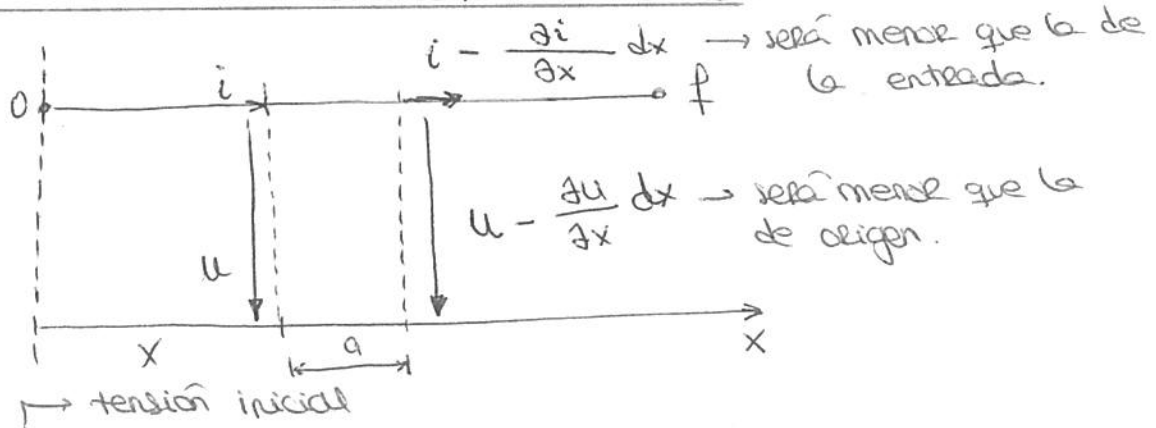
$$\frac{U_f}{U_0} > 1 \rightarrow \text{coeficiente de sobretensión por efecto Ferranti}$$

El efecto Ferranti depende del producto $L_t \cdot C_t$.
(La R es despreciable).

- YUSTARPOSICIÓN DE CUADRIPOLOS. Se divide en una infinidad de cuadeipolos



- MODELOS CON PARÁMETROS DISTRIBUIDOS.



$u(t, x)$ $i(t, x)$ } Son en función de la separación de la línea.

$\rightarrow$ intensidad entrada

$$-\frac{\partial u}{\partial x} dx = R dx \cdot i + L dx \frac{\partial i}{\partial t}$$

(CAÍDA DE LA TENSION EN UNA R y en una L).

$$-\frac{\partial i}{\partial x} dx = G \cdot u dx + C \cdot dx \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G \cdot u + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Líneas ideales.} \\ \text{[EC. DIF. DE 1er ORDEN DE LA LÍNEA.]} \end{array}$$

Solución de las ecuaciones a partir de dos ondas :
(sentido contrario pero misma velocidad)

$$\textcircled{*} \left\{ \begin{array}{l} i(x, t) = f_1 + f_2 \\ u(x, t) = Z_c \cdot f_1 - Z_c \cdot f_2 \end{array} \right.$$

$\textcircled{*}$ Superposición de dos ondas.

$$\left(Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \right) \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$\rightarrow$ Velocidad de ondas } Cuya suma nos da el valor de la intensidad

Para calcular la tensión ($Z_c \rightarrow$ impedancia característica de la línea) se resta una función a la otra multiplicada por el factor Z_c .

caída de tensión con cada "rebote" de onda en la línea.
(El tiempo no es indeterminado).

Consideraremos que nuestra línea trabajará en régimen permanente (de ahora en adelante).

Dominio Frecuencial:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial U}{\partial x} &= R \cdot I + L \frac{\partial I}{\partial t} \\ -\frac{\partial I}{\partial x} &= G \cdot U + C \frac{\partial U}{\partial t} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -\frac{\partial U}{\partial x} &= R \cdot I + j\omega L I = I(\underbrace{R + j\omega L}_Z) \\ -\frac{\partial I}{\partial x} &= G \cdot U + j\omega C U = U(\underbrace{G + j\omega C}_Y) \end{aligned}$$

Sacamos la segunda derivada:

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{d^2 U}{dx^2} &= Z \cdot Y \cdot U \\ \frac{d^2 I}{dx^2} &= Z \cdot Y \cdot I \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Ec. de 2º orden de las líneas que se} \\ &\text{obtienen derivando las de 1º orden.} \end{aligned} \rightarrow$$

Solución del sistema

siendo: $\underline{Z_c} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$ * Impedancia característica.

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} U &= \underline{U_0} \cdot \cosh \gamma x - \underline{Z_c} \cdot I_0 \cdot \sinh \gamma x \\ I &= \underline{I_0} \cdot \cosh \gamma x - \underline{Y_c} \cdot \underline{U_0} \cdot \sinh \gamma x \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \underline{Y_c} &= \frac{1}{\underline{Z_c}} = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \quad * \text{Admitancia característica.} \\ \underline{\gamma} &= \sqrt{ZY} = \gamma_1 + j\gamma_2 \quad * \text{cte de propagación (nº complejo)} \\ \underline{\theta} &= \gamma \cdot \ell = \theta_1 + j\theta_2 \quad * \text{ángulo complejo o característico de la línea} \end{aligned}$$

Valores de los fasores en el origen Impedancia/admitancia características.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &\rightarrow \text{Constante de atenuación (parte real).} \\ \gamma_2 &\rightarrow \text{Constante de fase (parte imaginaria).} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Rad cíclicas} \cdot \text{Unidad longitud} \\ &\text{(m)} \end{aligned}$$

$\ell \rightarrow$ longitud de la línea.

$\Theta_1 \rightarrow$ unidades: Radianes hiperbólicos.

$\Theta_2 \rightarrow$ unidades: Radianes circulares.

Resolveremos las ecuaciones de segundo orden homogéneas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u}{dx^2} &= z \cdot y \cdot u \\ \frac{d^2 I}{dx^2} &= z \cdot y \cdot I \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{d^2 u}{dx^2} - z \cdot y \cdot u &= 0 \\ \frac{d^2 I}{dx^2} - z \cdot y \cdot I &= 0 \end{aligned}$$

Ecuación característica: $a^2 - z \cdot y = 0 \rightarrow a = \pm \sqrt{z \cdot y} = \pm \gamma$

SFS. $\{ e^{\gamma x}, e^{-\gamma x} \}$
(sist. fundamental
de soluciones)

$$\left. \begin{aligned} u &= k_1 \cdot e^{\gamma x} + k_2 \cdot e^{-\gamma x} \\ I &= k'_1 \cdot e^{\gamma x} + k'_2 \cdot e^{-\gamma x} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{A+B}{2} &= k_1 \\ \frac{C+D}{2} &= k'_1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{A-B}{2} &= k_2 \\ \frac{C-D}{2} &= k'_2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} u &= A \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} + B \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \\ I &= C \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} + D \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \cosh \gamma x & \\ \sinh \gamma x & \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} u &= A \cdot \cosh \gamma x + B \cdot \sinh \gamma x \\ I &= C \cdot \cosh \gamma x + D \cdot \sinh \gamma x \end{aligned} \right\}$$

Particularizaremos a partir de los valores iniciales para sacar los valores de las constantes:

$$x=0 \rightarrow \left. \begin{aligned} \cosh(\gamma 0) &= 1 \\ \sinh(\gamma 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U|_{x=0} &= A \\ I|_{x=0} &= C \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} A &= U_0 \\ C &= I_0 \end{aligned} \right.$$

valores de las
fuerzas en el origen
de la línea.

$$\left\{ \begin{aligned} U &= U_0 \cdot \cosh \gamma x + B \cdot \sinh \gamma x \\ I &= I_0 \cdot \cosh \gamma x + D \cdot \sinh \gamma x \end{aligned} \right.$$

$$\frac{dU}{dx} = (-I \cdot Z) = \gamma \cdot U_0 \cdot \sinh \gamma x + \gamma \cdot B \cdot \cosh \gamma x$$

$$\frac{dI}{dx} = (-U \cdot Y) = \gamma \cdot I_0 \cdot \sinh \gamma x + \gamma \cdot D \cdot \cosh \gamma x$$

Particularizamos $\frac{dU}{dx}$ y $\frac{dI}{dx}$ =

$$\frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} = (-I_0 \cdot Z) = \gamma \cdot B \rightarrow B = -\frac{I_0 \cdot Z}{\gamma}$$

$$B = -\frac{I_0 \cdot Z}{\sqrt{Z} \cdot \sqrt{Y}} = -I_0 \sqrt{\frac{Z}{Y}} = -I_0 \cdot Z_c$$

$$\frac{dI}{dx} \Big|_{x=0} = (-U_0 \cdot Y) = \gamma \cdot D \rightarrow D = -\frac{U_0 \cdot Y}{\gamma}$$

$$D = -U_0 \cdot Y_c$$

Resultados:

$$\left\{ \begin{aligned} U(x) &= U_0 \cdot \cosh \gamma x - Z_c \cdot I_0 \cdot \sinh \gamma x \\ I(x) &= I_0 \cdot \cosh \gamma x - Y_c \cdot U_0 \cdot \sinh \gamma x \end{aligned} \right. \quad \text{Ec. hiperbólicas de la línea}$$

Particularizamos las ec. hip. anteriores para $x=l$, para tener unas relaciones entre los parámetros en el final de la línea y en el origen de la misma.

$$x=l$$

$$\left. \begin{aligned} U_f &= U_0 \cosh \theta \cdot l - Z_c \cdot I_0 \sinh \theta \\ I_f &= I_0 \cosh \theta \cdot l - Y_c \cdot U_0 \sinh \theta \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad \left. \begin{aligned} A' &= \cosh \theta & C' &= -Y_c \sinh \theta \\ B' &= -Z_c \sinh \theta & D' &= A' \end{aligned} \right\} \text{Matrix } [P]$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}}_{[P]^{-1}} \cdot \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$[P]^{-1} = \frac{1}{|P|} \cdot \text{adj}[P]^t$$

$$|P| = \begin{vmatrix} \cosh \theta & -Z_c \sinh \theta \\ -Y_c \sinh \theta & \cosh \theta \end{vmatrix} = \cosh^2 \theta - 1 \cdot \sinh^2 \theta = 1$$

$$[P]^t = \begin{bmatrix} \cosh \theta & -Y_c \sinh \theta \\ -Z_c \sinh \theta & \cosh \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{adj}[P]^t = \begin{bmatrix} \cosh \theta & Z_c \sinh \theta \\ Y_c \sinh \theta & \cosh \theta \end{bmatrix}$$

$$[P^{-1}] = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} \cosh \theta & Z_c \sinh \theta \\ Y_c \sinh \theta & \cosh \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$A = \cosh \theta$$

$$C = Z_c \cdot \sinh \theta$$

$$B = Y_c \cdot \sinh \theta$$

$$D = A.$$

Funciones hiperbólicas de números complejos:

$$\theta = \theta_1 + j\theta_2$$

$$\boxed{\cosh \theta} = \cosh \theta_1 \cdot \underbrace{\cosh j\theta_2}_{\cos \theta_2} + \sinh \theta_1 \cdot \underbrace{\sinh j\theta_2}_{j \sin \theta_2} =$$

$$= \cosh \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + j \cdot \sinh \theta_1 \cdot \sin \theta_2$$

Magnitudes angulares;
no tienen dimensiones.

$$\boxed{\sinh \theta} = \sinh \theta_1 \cdot \underbrace{\cosh j\theta_2}_{\cos \theta_2} + \cosh \theta_1 \cdot \underbrace{\sinh j\theta_2}_{j \sin \theta_2} =$$

$$= \sinh \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + j \cosh \theta_1 \cdot \sin \theta_2$$

Línea de 320 km con los parámetros indicados a continuación:

$$Z = 0.0683 + j 0.413 \, \Omega/\text{km} = 0.414 \angle 80^\circ 30'$$

$$Y = 0.123 \cdot 10^{-6} + j 2.78 \cdot 10^{-5} \, \text{S}/\text{km} = 2.78 \cdot 10^{-6} \angle 89^\circ 29'$$

$$\frac{80^\circ 30'}{2} + \frac{89^\circ 29'}{2}$$

Calcular $\gamma, \theta, Z_c, \lambda, v$

$$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = \sqrt{(0.414)^2 \cdot (2.78 \cdot 10^{-6})^2} = 0.0011 \angle 84^\circ 55' =$$

$$= \underbrace{0.0952 \cdot 10^{-3}}_{\gamma_1} + j \underbrace{1.07 \cdot 10^{-3}}_{\gamma_2} \text{ rad.circulares} \cdot \text{km}$$

$$\theta = \gamma \cdot \ell = 0.344 \angle 84^\circ 55'$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{0.414}{2.78 \cdot 10^{-6}}} = 385.90 \angle 4^\circ 25' \, \Omega \leftarrow \frac{80^\circ 30' - 89^\circ 29'}{2}$$

λ = longitud de onda necesaria para observar un periodo completo de la onda.

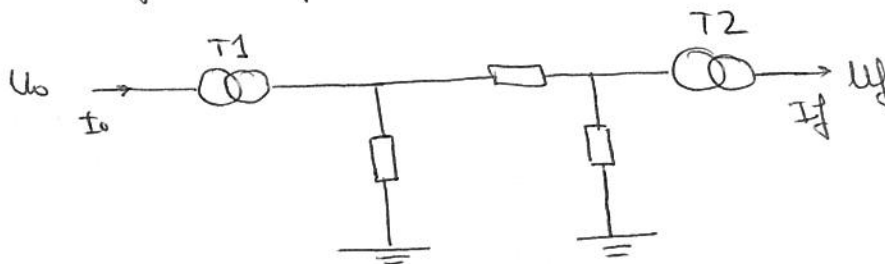
$$\lambda = \frac{2\pi}{\gamma_2} = \frac{2\pi}{1,07 \cdot 10^{-3}} = 5872 \text{ Km}$$

$$\text{Velocidad de propagación: } V = \lambda \cdot f = (5872) \cdot 50 = 293.600 \text{ Km/s}$$

↙
Muy próximas a la velocidad de la luz.

Red formada por:

(Modelo concentrado)



Línea: $l = 50 \text{ Km}$, $Z = 0,1 + 0,35j \Omega/\text{Km}$, $y = 2,64 \cdot 10^{-5} j \text{ S/Km}$
(por fase)

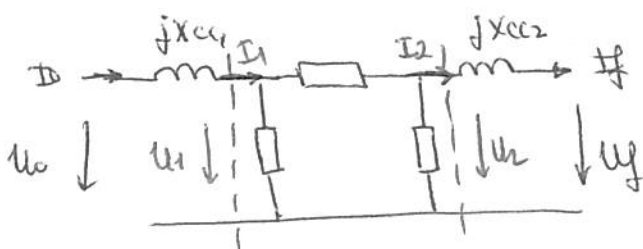
$T1 = 20/66 \text{ KV}$, 10 MVA , $\varepsilon_{cc} = 10\%$.

$T2 = 66/6,6 \text{ KV}$, 10 MVA , $\varepsilon_{cc} = 10\%$.

$U_f = 6,6 \text{ KV}$, $S_f = 7,5 \text{ MVA}$, $\cos \varphi = 0,8 \text{ ind.}$

Calcular U_0 y I_0 .

Utilizaremos el diagrama de impedancias $\rightarrow$ tensión común = 66 KV.
(de la línea).



3 cuadripolos en serie al dividir la red.

la salida de los cuadripolos U_0 I_0 será la entrada del siguiente U_1 y I_1 , y lo mismo con los demás cuadripolos.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

1er cuadripolo.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

2^e quadripôle.

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

3^e quadripôle.

