TEMA 4: FLUJOS DE CARGA.

1. INTRODUCCIÓN.

Consiste en calcular un sistema eléctrico en régimen permanente y equilibrado. (FLUJO DE CARGA)

Se puede utilizar los métodos de mallas y nudos para el cálculo de los flujos de carga, pero el único problema es que están formados por muchos nudos. (en la teoría).

$[I] = [Y] \cdot [U]$ → matriz columna de tensiones de nudo.

↳ matriz de admitancias de nudos.

En la práctica no se podrá utilizar estos métodos generales.

Limitaciones que se producen:

- Los métodos generales trabajan con unos métodos que no tienen sentido físico. Se han diseñado métodos específicos para calcular los flujos de cargas.

Los flujos de cargas parten de los métodos de nudos pero se les añaden unas variantes determinadas. Diseñar la potencia de los generadores para abastecer las necesidades de los usuarios, en un determinado momento.

Se deben de minimizar las pérdidas y calcular el coste de operación (en este tema no se va a dar).

Combinación de flujo de carga con una evaluación de pérdidas de coste en una operación ⇒

Los flujos de carga se miden varias veces al día, y están optimizados para que los tiempos de carga sean lo más pequeño posible. (se implementan en cuestión de segundos).

2. Formulación del problema del flujo de cargas.

Las variables serán las tensiones complejas del nudo. Una vez conocidas, se calculan el resto de magnitudes (corrientes de líneas y potencias).

$[I] = [Y] \cdot [V]$

↓

Matriz columna $(n-1)$

Deshacemos el producto.

$I_i = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \ldots + Y_{in} V_n$ (Corriente)

Tomamos un nudo de referencia que será la tierra (en las redes eléctricas!!).

Potencia compleja del nudo:

$[S_i = I_i^* \cdot V = P_i + Q_i]$

$S_i^* = P_i - Q_i = I_i V_i^* \longrightarrow S_i^* = V_i^* (Y_1 V_1 + \ldots + Y_{in} \cdot V_n) \quad (i = 1, \ldots, n)$

Parte Real

Parte Imaginaria

$Re\left[V_i^*(Y_{i1} \cdot V_1 + \ldots + Y_{in} \cdot V_n)\right] = P_i \qquad -Im[\ldots\ldots\ldots] = Q_i$

$\boxed{\text{ECUACIONES DE FLUJO DE CARGA}}$

Relaciona las tensiones con la potencia de los nudos.

Potencia compleja del nudo → neta = generada − consumida.

$S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$

$S_i = P_i + jQ_i$

$\boxed{S_i = S_{Gi} - S_{Di}}$

$S_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$

Estas ecuaciones son no lineales, para resolverlo necesitaremos métodos numéricos, no se resuelven analíticamente.

Régimen permanente → frecuencia cte. Por lo tanto, la matriz de admitancia es constante.

Las pérdidas de potencia activas y reactivas del sistema se calcularán mediante la suma algebraica de los nudos. Se harán las reactivas por un lado y las activas por otro.

Se considera una red de n-nudos, en cada nudo las variables que hay son:

- la tensión.
- la potencia generada.
- la potencia compleja consumida.

} 6 incógnitas numéricas reales.

y dos ecuaciones de flujo de carga, por lo tanto tendremos un sistema indeterminado.

Ecuaciones $2n \rightarrow 6$ variables numéricas reales (incógnitas), se deberán fijar numéricamente $4n$ ecuaciones de las $6n$. (Nudo de consumo, de generación, la tensión constante, ...).

2.1 Clasificación de las variables del sistema.

a) Variables de demanda: P_{Di} y Q_{Di}

Variables incontroladas, no se pueden controlar desde el sistema, vienen impuestas por los usuarios

En los cálculos de flujo de carga se suponen siempre conocidas, se agrupan todas las variables de demanda del sistema en un vector $\rightarrow P$

b) Variables de generación: P_{Gi} y Q_{Gi}

Son generadas en los nudos. Sobre estas variables sí que es posible actuar

Batería, de condensadores $\rightarrow$ energía reactiva (Generadores de reactiva).

Generadores asíncronos $\rightarrow$ energía activa.

Generador síncrono $\rightarrow$ energía activa y reactiva.

Se agrupan en un vector columna llamado $\rightarrow u$.

c) Variables de estado: tensiones complejas de los nudos. (Vi

Se agrupan en un vector columna $\longrightarrow X$.

No pueden tomar cualquier valor las variables P, Q y X.

2.2 RESTRICCIONES DE LAS VARIABLES.

a) Restricciones de las variables de estado.

Las tensiones de los nudos de la red no pueden tomar cualquier valor. $U_{min} < U_i < U_{max}$.

afecta el valor δ_i.

- Los valores eficaces de las tensiones de los nudos interconectados por una línea condicionan la dirección de las potencias reactivas. Dependen de U_1 y U_2, si se cambia de posición U_1 y U_2, la circulación (el sentido) de la potencia reactiva cambia.

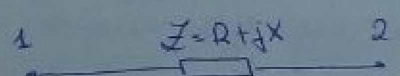
La activa depende de los desfases.

los desfases de los ?
Los argumentos de las tensiones de los nudos interconectados por una línea han de estar por debajo de un valor umbral para no sobrepasar la potencia activa que puede transmitir la línea.

b) Restricciones de las variables de generación.

Limitaciones físicas a las potencias que está generando una máquina

3. TRANSMISIÓN DE POTENCIA POR UNA LÍNEA.



200 km de línea

La potencia que puede transmitir la línea depende principalmente de su impedancia longitudinal.

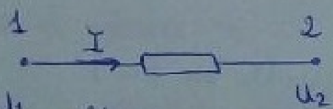
La componente resistiva (resistencia) fija los límites de la potencia que puede transitar por la línea por razones térmicas. (ley de Joule)

La reactancia representa un límite → límite de estabilidad / capacidad estática. Aunque tuviéramos un superconductor uniendo los puntos 1 y 2, la resistencia sería 0, pero todavía se tendría la reactancia.

3.1. Límite térmico.

Pérdidas por efecto Joule en el conductor ($I^2 \cdot R$), provocan un aumento de temperatura que puede llevar a dilataciones irreversibles en los conductores, por lo tanto, en el reglamento de líneas de alta tensión se establecen un límite de corriente en función del conductor de la línea → resistencia. (Régimen permanente).

3.2. Límite de capacidad/estabilidad estática.



y_{12} =

U_1 y U_2 → Tensiones complejas de los puntos 1 y 2.

Hipótesis:

- Despreciamos la resistencia del conductor
- Consideramos la tensión del nudo 1 constante (tensión de cabecera)
- La potencia irá aumentando a il aumentando el consumo hasta llegar a un límite que queremos calcular

(La reactancia limita la potencia reactiva que puede pasar por la línea)

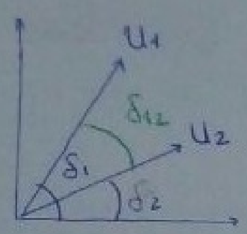
- Despreciamos los parámetros transversales.

Dibujo anterior:

$$y_{12} = \frac{1}{jX_{12}}$$

a) Calcular la potencia compleja que sale de cabecera de línea hacia el nudo 2, S_1.

$$S_1 = U_1 \cdot I^* = U_1 \cdot (U_1 - U_2)^* \cdot y_{12}^* = U_1 \cdot U_1^* \cdot y_{12}^* - U_1 \cdot U_2^* \, y_{12}^*$$



$\delta_1 \rightarrow$ argumento del fasor U_1

$\delta_2 \rightarrow$ " " U_2.

$$S_1 = U_1 \cdot I^* = U_1 (U_1 - U_2)^* \cdot y_{12}^* = \underbrace{U_1 \cdot U_1^*}_{U_1^2} \cdot y_{12}^* - U_1 \cdot U_2^* \, y_{12}^*$$

$$\rightarrow U_1 \cdot U_2^* = U_1 \cdot U_2 \, \underbrace{(\delta_1 - \delta_2)}_{\delta_{12}}$$

$$U_1 \cdot U_2^* = U_1 U_2 \cdot \cos \delta_{12} + j U_1 \cdot U_2 \cdot \operatorname{sen} \delta_{1,2}$$

$$\rightarrow y_{12}^* = \frac{j}{X_{12}}$$

$$y_{12} = \frac{1}{j X_{12}} = -\frac{j}{X_{12}}$$

$$S_1 = U_1^2 \cdot \frac{j}{X_{12}} - \frac{j}{X_{12}} (U_1 U_2 \cos \delta_{12} + j U_1 \cdot U_2 \cdot \operatorname{sen} \delta_{12})$$

$$\begin{cases} P_1 = \boxed{\dfrac{U_1 \cdot U_2}{X_{12}} \cdot \operatorname{sen} \delta_{12}} \\ Q_1 = \dfrac{U_1}{X_{12}} (U_1 - U_2 \cdot \cos \delta_{12}) \end{cases}$$

b) Potencia compleja que llega al nudo 2, S_2.

$$S_2 = U_2 \cdot I^* = U_2 (U_1 - U_2)^* \cdot y_{12}^* = U_2 \, U_1^* y_{12}^* - \underbrace{U_2 \cdot U_2^*}_{U_2^2} \, y_{12}^*$$

Solo tenemos una reactancia, por lo tanto no tenemos pérdidas de potencia activa.

$$\rightarrow U_2 \cdot U_1^* = U_2 \, U_1 \, \underbrace{(\delta_2 - \delta_1)}_{\delta_{21}}$$

$$U_2 \, U_1^* = U_2 \cdot U_1 \cos \delta_{21} + j U_2 U_1 \operatorname{sen} \delta_{21}$$

$$S_2 = \frac{j}{X_{12}} \left(U_1 U_2 \cos \delta_{21} + j U_1 U_2 \operatorname{sen} \delta_{21} \right) - \frac{j}{X_{12}} \cdot U_2^2$$

$$\begin{cases} P_2 = -\dfrac{U_1 \cdot U_2}{X_{12}} \operatorname{sen} \delta_{21} = \boxed{\dfrac{U_1 U_2}{X_{12}} \operatorname{sen} \delta_{12}} \\ Q_2 = \dfrac{U_1 \cdot U_2}{X_{12}} \cos \delta_{21} - \dfrac{U_2^2}{X_{12}} = \dfrac{U_1 U_2}{X_{12}} \cos \delta_{12} - \dfrac{U_2^2}{X_{12}} \end{cases}$$

CONCLUSIÓN

- Toda la potencia activa del nudo 1 llega al 2.

$P_{máx}$ → cuando el ángulo sea 90° δ_{12}

$$P_{máx} = \frac{U_1 U_2}{X_{12}}$$

La reactancia supone un límite. Si X_{12} es grande la potencia reactiva es pequeña

La dirección de la potencia activa depende del desfase de las tensiones. Si δ_{12} está adelantado el sen es positivo, y si δ_{21} se adelanta el sen es negativo.

Todo el sistema se va a regular con estos desfases

Potencia reactiva diferente entre la que sale y la que llega al nudo la diferencia entre 2 y 1 es lo que nos queda, el resto se ha perdido.

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = \frac{U_1^2}{X_{12}} - \frac{U_1 U_2}{X_{12}} \cdot \cos\delta_{12} - \left(\frac{U_1 U_2}{X_{12}} \cos\delta_{12} - \frac{U_2^2}{X_{12}} \right)$$

Si asumimos que el valor eficaz de U_1 es igual o parecido al U_2 → $U_1 \simeq U_2$, entonces:

$$\boxed{\Delta Q = \frac{2U^2}{X_{12}} (1 - \cos\delta_{12})}$$

Para calcular las pérdidas de reactiva en la línea.

4. RESOLUCIÓN DE FLUJOS DE CARGA.

Suponemos conocidos del vector P → 2n (conocidos)

El resto se dejará libre

$$\left.\begin{matrix} U \\ X \end{matrix}\right\} \rightarrow (2N)$$

U → vector control

X → vector estado (valores eficaces de las tensiones de los números)

Consideramos 3 aspectos para encontrar la solución adecuada: régimen permanente, variaciones de potencia lentas y el flujo de cargas variable a lo largo del tiempo.

4.1. Tipos de nudos.

Dependiendo de las variables que fijemos en los nudos, esos nudos se llamarán de un modo u otro (3 tipos de nudos).

a) NUDOS DE CARGA (PQ)

Se conocen las potencias activas y reactivas demandadas en el nudo (P_D y Q_D). Además se conocen también las generadas activa y reactiva (P_G y Q_G), al saber esto sabremos también las totales. Se le llama también PQ a este nudo.

Incógnitas: tensión, módulo y argumento (fase).

En la práctica estos nudos de carga los tomaremos $\begin{cases} P_G = 0 \\ Q_G = 0 \end{cases}$

b) NUDO DE TENSIÓN CONTROLADA (PV)

Conoceremos P_D y Q_D, y además el módulo de la tensión del nudo "V" y la potencia activa generada "P_G" en el nudo. Sabremos por lo tanto la potencia activa total → PV

Incógnitas: Potencia reactiva y la fase de la tensión.

c) NUDO DE REFERENCIA, FLOTANTE U OSCILANTE.

Conoceremos la potencia activa y reactiva demandada "P_D, Q_D" el módulo de la tensión del nudo "V" y el ángulo de la tensión δ=

Incógnitas: Potencia activa y reactivas generadas P_G, Q_G.

CÁLCULO DEL SISTEMA.

$$\left.\begin{aligned} g_1(y_1, \dots y_p) &= 0 \\ &\vdots \\ g_p(y_1, \dots y_p) &= 0 \end{aligned}\right\} \longrightarrow G(y) = 0$$

MÉTODOS PARA RESOLVERLO NUMÉRICAMENTE:

1. y^0 (valor de partida que asignamos a las variables, "valor semilla").

Se resuelven las ecuaciones y nos da una solución no válida.
Nos deben de fijar una tolerancia de error.

2. y^1 solución mejor que la anterior porque el error cometido es más pequeño.

⋮ (seguimos iterando)

$y^m \rightarrow$ el error cometido está por debajo de la tolerancia, nos vale.

MÉTODOS PARA RESOLVER:
Gauss, Gauss-Seydel, Euler ...
Utilizaremos el de Newton-Raphson, método rápido para iteración.

· Suponemos que hemos llegado a y^m, pero todavía no es la mejor solución, no sería estrictamente $=0$, pero estaría por debajo de la tolerancia y sería válido.

$$G(y^m) \simeq 0$$
$$\downarrow \Delta y^m$$

Con un pequeño incremento, podríamos obtener el valor exacto.

$$\underbrace{G(y^m + \Delta y^n) = 0}_{(y^m)}$$

$$G(y) = G(y^m) + \left.\frac{dG(y)}{dy}\right|_{y=y^m} (y-y^m) + \frac{1}{2!} \left.\frac{d^2G(y)}{dy^2}\right|_{y=y^m} (y-y^m)^2 + \ldots = 0$$

* DESPRECIAMOS

(TAYLOR)

$\Delta y^m \rightarrow$ es muy pequeño, podremos despreciar sin cometer errores grandes los últimos términos. * Nos quedamos con:

$$G(y) = G(y^m) + \left.\frac{dG(y)}{dy}\right|_{y=y^m} (y-y^m)^2 \simeq 0 \rightarrow \boxed{G(y) = 0 = G(y^m) + J^m \cdot \Delta y^m}$$

$$J^m = \left[\begin{matrix} \frac{\partial g_1}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial y_p} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial g_p}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial y_p} \end{matrix}\right]_{y_1^m \ldots y_p^m}$$

$$G(y) = 0 = G(y^m) + J^m \cdot \Delta y^m$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{-G(y) = J^m \cdot \Delta y^m}$$

Lo particularizamos para nuestras ecuaciones de flujo de cargas.

Ecuaciones de cargas de flujos: (al principio)

$$S_i = (P_i + jQ_i) = U_i \cdot I_i^* = U_i \cdot \sum_{j=1}^{n} y_{ij}^* \cdot U_j^*$$

· notación polar → $U_i = V_i \angle \delta_i$

$$U_j = V_j \angle \delta_j$$

$$y_{ij} = Y_{ij} \angle \theta_{ij}$$ (admitancia entre los nudos i, j)

$$S_i = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j \cdot Y_{ij} \angle \delta_i - \delta_j - \theta_{ij}$$

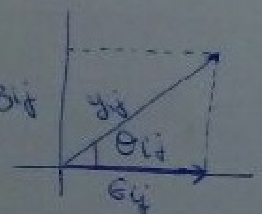
$$\begin{cases} P_i = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \cdot Y_{ij} \cdot \cos(\overbrace{\delta_i - \delta_j}^{\delta_{ij}} - \theta_{ij}) = \\ Q_i = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \cdot Y_{ij} \cdot \operatorname{sen}(\overbrace{\delta_i - \delta_j}^{\delta_{ij}} - \theta_{ij}) = \end{cases} \longrightarrow$$

$$= V_i \sum_{j=1}^{n} V_j Y_{ij} \left[\cos \delta_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} + \operatorname{sen} \delta_{ij} \cdot \operatorname{sen} \theta_{ij}\right]$$

$$\longrightarrow = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \cdot Y_{ij} \left[\operatorname{sen} \delta_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} \quad \cos \delta_{ij} \cdot \operatorname{sen} \theta_{ij}\right]$$ $\longrightarrow$ (siguiente página)

G → conductancia

B → susceptancia



$$\begin{cases} G_{ij} = Y_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} \\ B_{ij} = Y_{ij} \cdot \operatorname{sen} \theta_{ij} \end{cases}$$

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \left(G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} + B_{ij} \operatorname{sen} \delta_{ij} \right)$$

$$\longrightarrow \quad Q_i = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \left(G_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij} \right)$$

Las funciones residuo o error, que son las que tenemos que anular, serán:

$$\left.\begin{aligned} \Delta P_i &= P_i - V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \left(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \operatorname{sen} \delta_{ij} \right) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i - V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \left(G_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij} \right) = 0 \end{aligned}\right\} \boxed{G(y) = 0}$$

Lo resolveremos por el método de Newton - Raphson:

$$\begin{array}{cc} H & N \\ \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -\dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta} & -V \cdot \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial V} \\ -\dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta} & -V \cdot \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial V} \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \dfrac{\Delta V}{V} \end{bmatrix}^m}_{\text{matriz incógnita}} = + \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^m \rightarrow \boxed{\text{nudo } i}$$

$$\begin{array}{cc} M & L \\ \end{array}$$

Derivamos las ecuaciones de los residuos de arriba: y_{ij}

$$H_{ii} = \left(- \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} \right)^m = - Q_i - B_{ii} V_i^2$$

$$N_{ii} = - \left(\frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} \right)^m \cdot V_i = P_i + G_{ii} V_i^2$$

$$M_{ii} = - \left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} \right)^m = P_i - G_{ii} \cdot V_i^2$$

$$L_{ii} = - \left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} \right)^m \cdot V_i = Q_i - B_{ii} V_i^2$$

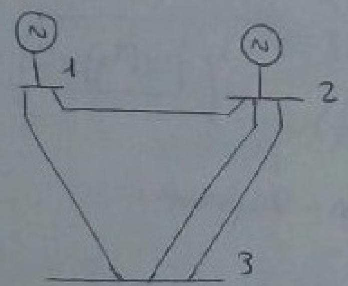
$$H_{ij} = - \left(\frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} \right)^m = V_i V_j \left(G_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij} \right)$$

$$N_{ij} = - \left(\frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_j} \right)^m \cdot V_j = V_i \cdot V_j \left(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \operatorname{sen} \delta_{ij} \right)$$

$$M_{ij} = -\left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j}\right)^m = -N_{ij}$$

$$L_{ij} = -\left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_j}\right)^m \cdot V_j = H_{ij}$$

Red de 3 nudos, resolver el flujo de cargas



$S_B = 100 MVA$

nudo	V (p.u)	Pot
1	1,02	NO HAY CONSUMO
2	1,02	$P_G = 50 MW$
3	—	$P_C = 100 MW$ $Q_C = 60 MVAr$

línea	Z (p.u)
1-2	0,02 + 0,04 j
1-3	0,02 + 0,06 j
2-3	0,02 + 0,04 j (cada una) (2 en paralelo)

$E_{máx} = 0,1 MVA$ (TOLERANCIA, ERROR)

nudo 2 → $\begin{cases} -10 MVAr \\ 40 MVAr \end{cases}$

1: Sacar la matriz de admitancia de nudos 3x3.

2: Tipos de nudos.

3: Plantear el esquema de resolución Newton-Raphson.

residuos

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \frac{\Delta V_3}{V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

	línea 1-2	línea 2-3	línea 1-3
Z	0,02+0,04j	0,02+0,04j	0,02+0,06j
Y	$\frac{1}{Z_{1-2}}$	$\frac{1}{Z_{2-3}}$	$\frac{1}{Z_{1-3}}$

$$Y_{12} = \frac{1}{0{,}02+0{,}04j} = 10-20j = 10\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}43^\circ}$$

$$\cancel{Z_{2-3} = \frac{(0{,}02+0{,}04j)\times(0{,}02+0{,}04j)}{(0{,}02+0{,}04j)+(0{,}02+0{,}04j)} = 0{,}01+0{,}02j = 0{,}0224\ \underline{\angle 63{,}43^\circ}}$$

$$Y_{1-3} = \frac{1}{0{,}02+0{,}06j} = 5-15j = 5\sqrt{10}\ \underline{\angle -71{,}56^\circ}$$

$$Y_{2-3} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{0{,}01+0{,}02j}} = 20-40j = 20\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}43^\circ}$$

(Es la suma de las admitancias que van al nudo (2), NO se hace en paralelo)

$$Y_{11} = Y_{12}+Y_{13} = (10-20j)+(5-15j) = 15-35j = 5\sqrt{58}\ \underline{\angle -66{,}80^\circ}$$

$$Y_{22} = Y_{12}+Y_{2-3} = (10-20j)+(20-40j) = 30-60j = 30\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}44^\circ}$$

$$Y_{33} = Y_{13}+Y_{23} = (5-15j)+(20-40j) = 25-55j = 5\sqrt{146}\ \underline{\angle -65{,}56^\circ}$$

$$\left.\begin{aligned}
Y_{21} &= 10-20j = 10\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}43^\circ}\\
Y_{13} &= 5-15j = 5\sqrt{10}\ \underline{\angle -71{,}56^\circ}\\
Y_{12} &= 10-20j = 10\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}43^\circ}\\
Y_{31} &= 5-15j = 5\sqrt{10}\ \underline{\angle -71{,}56^\circ}\\
Y_{32} &= 20-40j = 20\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}43^\circ}\\
Y_{23} &= 20-40j = 20\sqrt{5}\ \underline{\angle -63{,}43^\circ}
\end{aligned}\right\}$$

todos los elementos de fuera de la diagonal tienen su signo cambiado.

1: Matriz

$$\begin{bmatrix}
\frac{1}{0{,}02+0{,}04j}+\frac{1}{0{,}02+0{,}06j} & -\frac{1}{0{,}02+0{,}04j} & -\frac{1}{0{,}02+0{,}06j}\\
-2\cdot\frac{1}{0{,}02+0{,}04j} & \frac{1}{0{,}02+0{,}04j}+2\,\frac{1}{0{,}02+0{,}04j} & -2\cdot\frac{1}{0{,}02+0{,}04j}\\
-\frac{1}{0{,}02+0{,}06j} & -\frac{1}{0{,}02+0{,}04j} & \frac{1}{0{,}02+0{,}06j}+2\cdot\frac{1}{0{,}02+0{,}04j}
\end{bmatrix} =$$

$$Y = \begin{bmatrix} 15-35j & -10+20j & -5+15j \\ & 30-60j & -20+40j \\ & & 25-55j \end{bmatrix}$$

2º CLASIFICAR LOS NUDOS

NUDO 1 ⇒ Oscilante $\begin{cases} V_1 = 1{,}02 \\ \delta_1 = 0 \end{cases}$ (ya están en magnitudes unitarias!!!)

NUDO 2 ⇒ tensión controlada o PV $\begin{cases} V_2 = 1{,}05 \\ P_2 = 0{,}5 \end{cases}$ (magnitudes unitarias!!!)

NUDO 3 ⇒ de carga o PQ $\begin{cases} P_3 = -1 \\ Q_3 = -0{,}6 \end{cases}$

Sólo se tiene 1 nudo oscilante, y varios de los otros dos. GENERADO – CONSUMIDO (2 y 3)

3º PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES

$$\left.\begin{aligned} \Delta p_i = p_i^{esp} - p_i^{calc} = 0 \\ \Delta q_i = q_i^{esp} - q_i^{calc} = 0 \end{aligned}\right\} \quad i = 1, 2, 3$$

(magnitudes unitarias)

esp → especificado (DATO)
calc → valor calculado

$$\begin{cases} p_i^{calc} = V_i \sum_{j=1}^{3} (g_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} + b_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij}) V_j \\ q_i^{calc} = V_i \sum_{j=1}^{3} (g_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij} - b_{ij} \cdot \cos \delta_{ij}) V_j \end{cases}$$

* TABLA DE EXCEL.

$i=1$ → No puedo plantear ninguna ecuación en el nudo 1 porque no tengo datos de "p" ni de "q".

$i=2$ → Ecuación de flujo de cargas porque tengo $P_2 = 0{,}5$:

PRIMERA ECUACIÓN ⇒ $0{,}5 - P_2^{calc} = 0 = \Delta P_2$

$i=3$ → Ecuación de flujo de cargas

SEGUNDA EC. ⇒ $-1 - P_3^{cal} = 0 = \Delta P_3$

TERCERA EC. ⇒ $-0{,}6 - q_3^{calc} = 0 = \Delta q_3$

Se resolverán por el método de Newton-Raphson:

$$\left.\begin{aligned} 0{,}5 - P_2^{calc} &= 0 = \Delta P_2 \\ -1 - P_3^{calc} &= 0 = \Delta P_2 \\ -0{,}6 - q_3^{calc} &= 0 = \Delta q_3 \end{aligned}\right\}$$

4º Aplicación del método: (las potencias son los datos).

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & N_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_3/V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix}$$

⇒ En función del tipo de nudo.

5º Elección del valor semilla.

Perfil de tensiones de los tres nudos:

$$V^0 = \begin{bmatrix} 1{,}02 \\ 1{,}02 \\ 1{,}02 \end{bmatrix} \qquad \delta^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

→ Perfil plano de ángulos (todos iguales mejor)

↓ Cogemos el mismo valor de los nudos 1 y 2. ("Valor plano")

Calculadora
↓

vía excel

$P_2^{calc} = 0 \qquad P_3^{calc} = 0 \qquad q_3^{calc} = 0$, $\delta_1 - \delta_2 = 0 - 0$ (datos arriba)

$$P_2^{calc} = V_2 \left[(g_{12} \cos\delta_{12} + b_{12} \cdot \operatorname{sen}\delta_{12}) V_1 + (g_{22} \cos\delta_{22} + b_{22} \cdot \operatorname{sen}\delta_{22}) \cdot V_2 + \right.$$

$$\left. + (g_{23} \cdot \cos\delta_{23} + b_{23} \cdot \operatorname{sen}\delta_{23}) \cdot V_3 \right] = 0$$

↳ Ecuaciones del "valor calculado"

6º Sustituimos en las ecuaciones obtenidas de flujos de cargas:

$$\left.\begin{aligned} 0{,}5 - P_2^{calc} &= 0 \quad \Delta P_2 \\ -1 - P_3^{calc} &= 0 \, \Delta P_2 \\ -0{,}6 - q_3^{calc} &= 0 = \Delta q_3 \end{aligned}\right\}$$

$\Delta P_2^{\circ} = 0{,}5$

$\Delta P_3^{\circ} = -1 \quad > \mathcal{E} \rightarrow$ iterar. $\rightarrow$ los 3 tienen que ser $< \mathcal{E}$

$\Delta q_3^{\circ} = -0{,}6$

lo saco del ejercicio ([illegible])

$\mathcal{E}_{máx} = 0{,}1 \text{ MVA} \rightarrow \dfrac{0{,}1}{100} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{-3}}}$

$\rightarrow$ MATRIZ J°:

$H_{22} = -q_2 - b_{22} V_2^2$

$$\Delta p_i = p_i - V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \left(g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij} \right) = 0$$

$$\Delta q_i = q_i - V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \left(g_{ij} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ij} - b_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} \right) = 0$$

p^{calc} y q^{calc}

(todos así) ↑

los decimales los marca el error ($\mathcal{E}$)

$$J^{\circ} = \begin{bmatrix} 62{,}424 & -41{,}616 & -20{,}808 \\ -41{,}616 & 57{,}222 & 26{,}010 \\ 20{,}808 & -26{,}010 & 57{,}222 \end{bmatrix}$$

(no es simétrica)

$$\begin{bmatrix} 62{,}424 & -41{,}616 & -20{,}808 \\ -41{,}616 & 57{,}222 & 26{,}010 \\ 20{,}808 & -26{,}010 & 57{,}222 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_3 / V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ -1 \\ -0{,}6 \end{bmatrix}$$

$\Delta \delta_2 = -0{,}008$

$\Delta \delta_3 = -0{,}016$

$\Delta V_3 / V_3 = -0{,}015$

7º Calculamos el nuevo estado.

$$V^1 = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 + \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}02 \\ 1{,}02 \\ 1{,}02 + \left(\dfrac{\Delta V_3}{V_3} \right) \cdot V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}02 \\ 1{,}02 \\ 1{,}005 \end{bmatrix}$$

$$\delta' = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 + \Delta\delta_2 \\ \delta_3 + \Delta\delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}008 \\ -0{,}016 \end{bmatrix}$$

Calculamos las potencias (con las ecuaciones anteriores: $P_2^{cal} = V_2[(g_{12}\cos \quad])$

$$\left.\begin{aligned} P_2^{calc} &= 0{,}4897 \\ P_3^{cal} &= -0{,}9762 \\ q_3^{calc} &= -0{,}5710 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} \Delta P_2' &= 0{,}5 - 0{,}4897 = 0{,}010 \\ \Delta P_3' &= -1 + 0{,}9762 = -0{,}0238 \\ \Delta q_3 &= -0{,}6 + 0{,}5710 = -0{,}0290 \end{aligned}$$

Restricción → nudo 2 entre −10MVAr y 40MVAr :

$q_2^{cal\,1} = 0{,}526$

Nudo 2 → no fijamos reactiva, al hacerlo se nos va fuera de los límites del problema (intervalo) → no se puede dejar el nudo PV, se cambia a PQ

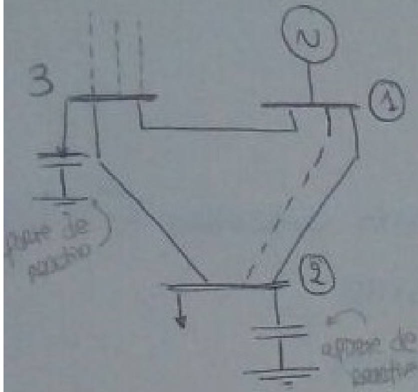
→ se vuelve a hacer el ejercicio (nuevo). La semilla será la que acabamos de calcular.

$$\begin{bmatrix} H_{22} & N_{22} & H_{23} & N_{23} \\ M_{22} & L_{22} & M_{23} & L_{23} \\ H_{32} & N_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & L_{32} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \frac{\Delta V_2}{V_2} \\ \Delta\delta_3 \\ \frac{\Delta V_3}{V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix}$$

↳ se calcula el Jacobiano y obtenemos los valores de:

$\Delta\delta_2$, $\Delta V_2/V_2$, $\Delta\delta_3$, $\Delta V_3/V_3$

Calcular la red:



nudo de generación 1 Oscilante

" " consumo 2 PV

" " conexión (generación) 3 PV

$2 \begin{cases} 100MW \\ 50MVAr \end{cases}$

$3 \rightarrow \frac{\text{importa}}{50MW}$

Las tensiones de los tres nudos se mantienen en un pu mediante la adecuada inyección del reactivo.

Líneas	Z (pu)	$Y/2$
1-3	0,1j	—
1-2 (a)	0,1j	0,01j
1-2 (b)	0,1j	0,01j
2-3	0,1j	—

→ Parámetros transversales ($Y/2$)
Modelo en π (nos da los extremos)

admitancia central. (Modelo en π)

$\varepsilon = 0,1 MW$
$S_b = 100 MW$

$y_{11} = z_{12} + z_{12} - 2 \cdot y_{12}/2$