Teoría de la Comunicación

BOLETÍN DE PROBLEMAS Nº1.
Procesos estocásticos y sistemas lineales invariantes en el tiempo

Ejercicio 1
Calcule la densidad espectral de energía o potencia (según corresponda) de la señal:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T \\ 0, & resto \end{cases}$$

Ejercicio 2
Calcule la distribución de magnitud, el valor medio, la potencia media, la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia de la señal periódica *x(t)* definida en un periodo *T* como:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{T}{4} \\ 0, & \frac{T}{4} \leq |t| < \frac{T}{2} \end{cases}$$

Ejercicio 3
Sea $N(t)$ un proceso cuya DEP toma un valor constante entre $\pm f_c - B/2$ y $\pm f_c + B/2$, con $B << f_c$ y 0 para cualquier frecuencia fuera de esos dos intervalos. La potencia total del proceso toma valor P_n. Considere esta señal incorrelacionada con cualquier otra. Calcule el espectro de la señal $s(t) = \cos(2\pi f_c t) + n(t)$. Considere además que, $B << f_c$ y que en el resto de valores fuera de los intervalos mencionados, la DEP de N(t) es 0.

Nota: recuerde que la DEP es siempre simétrica, por lo que la DEP de N(t), además de tomar un valor constante en un rango B en el eje positivo de frecuencias, también toma el mismo valor en el eje negativo de frecuencias, por lo que se usa el símbolo ± junto al valor de f_c.

Ejercicio 4
Un proceso estocástico X~N(2,3) estacionario con muestras independientes se introduce en un canal de comunicaciones que se puede modelar como un sistema LTI cuya respuesta al impulso h(t) es:

$$h(t) = \delta(t) + \frac{1}{2}\delta(t-1) + \frac{1}{10}\delta(t-2)$$

Calcule:

a) La función de distribución de la magnitud del proceso estocástico a la salida del canal.
b) La función de autocorrelación del proceso estocástico a la salida del canal.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 5

Considere el sistema discreto mostrado en la Figura 1:

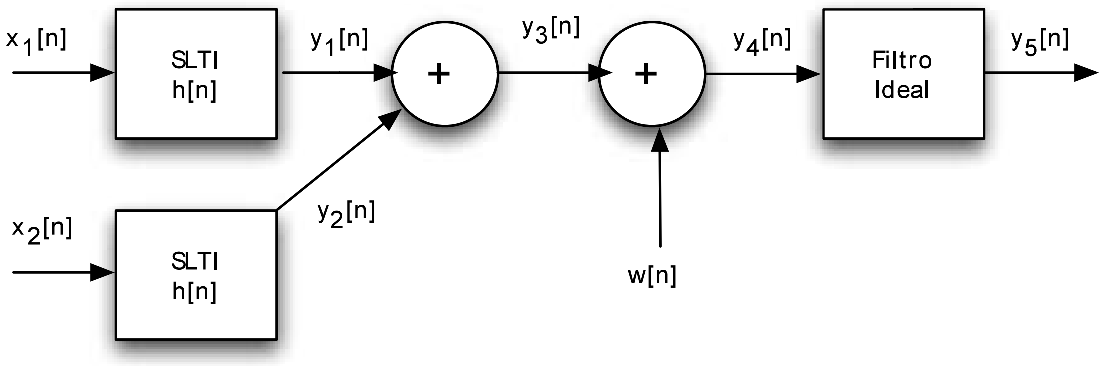


Figura 1. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Los procesos estocásticos discretos $x_1[n]$ y $x_2[n]$ son i.i.d e independientes entre sí. Las distribuciones de ambos procesos son Gaussianas: $X_1 \sim N(0,2)$ y $X_2 \sim N(1,3)$. Dichos procesos son las señales transmitidas por dos usuarios diferentes hacia una misma estación base. Ambos se transmiten por un canal modelado por un sistema LTI, representado en la figura por $h_1[n]$ y $h_2[n]$, respectivamente, cuyas respuestas al impulso vienen dadas por:

$$h_1[n] = 2\delta[n] - \delta[n-1]$$
$$h_2[n] = \delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{10}\delta[n-2]$$

Como se observa en la figura, a la señal recibida se le añade un ruido $w[n]$ de media cero, Gaussiano, discreto y blanco, cuya densidad espectral de potencia es $N_0/2$, obteniéndose la señal $y_3[n]$. Se pide:

a) Demostrar la siguiente afirmación: *si A y B son dos procesos estacionarios independientes entre sí, con medias m_A y m_B, respectivamente, y varianzas V_A y V_B, respectivamente, y C es el proceso suma de éstos($C = A + B$), entonces, la potencia de C vale $P_C = V_A + V_B + (m_A + m_B)^2$.*

b) Calcular la distribución de $y_3[n]$.

c) Calcular la potencia de $y_3[n]$.

d) Calcular la autocorrelación de $y_1[n]$.

Asuma que la estación base quiere recibir solamente al usuario 1, por lo que la señal recibida del usuario 2 es considerada ruido Gaussiano (que se suma a $w[n]$).

e) Calcular la SNR de $y_4[n]$.

Considere ahora que la señal $y_1[n]$ está centrada en torno a una frecuencia $w_1 = \frac{\pi}{4}$, y tiene ancho de banda $B_1 = \frac{\pi}{4}$. La señal $y_2[n]$ está centrada en torno a una frecuencia

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 6

Sean dos procesos estocásticos discretos $x_1[n]$ y $x_2[n]$, estacionarios, con muestras independientes y cuya distribución es, en ambos casos, una uniforme U(-1,1). Ambos procesos están generados por mecanismos independientes entre sí. Siguiendo el esquema de la Figura 2, estas señales se suman y se introducen en un canal fijo que modelamos como un sistema lineal invariante en el tiempo, con la siguiente respuesta al impulso, con N un entero impar:

$$h[n] = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{N}}, & n = \dfrac{-(N-1)}{2}, \cdots, \dfrac{N-1}{2} \\ 0, & resto \end{cases}$$

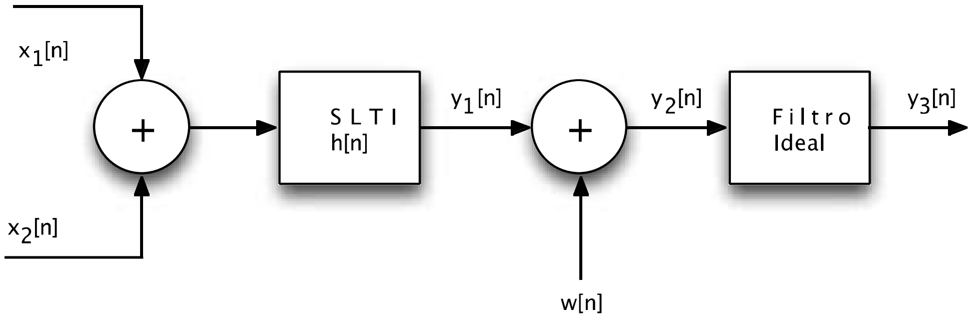


Figura 2. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Como se observa en la Figura 2, a la salida del filtro, denominada $y_1[n]$, se le añade un ruido w[n], Gaussiano, discreto y blanco, cuya densidad espectral de potencia es $N_0/2$, obteniéndose la señal $y_2[n]$. Finalmente, $y_2[n]$ se introduce en un receptor, que filtra las señales con un filtro ideal paso bajo de ancho de banda unilateral B radianes, obteniéndose la señal $y_3[n]$. Calcule, justificando cada paso:

a) La autocorrelación, $R_{y1}[k]$ de la señal $y_1[n]$ (antes de sumar el ruido). Dibújela, y recuerde que la señal $y_1[n]$ es discreta.

b) La potencia o energía (indique cuál tiene que calcular) de la señal $y_1[n]$ (antes de sumar el ruido).

c) La autocorrelación $R_{y2}[k]$ de la señal $y_2[n]$.

d) Calcule la SNR que se obtiene antes del filtro ideal.

e) Dibuje la densidad espectral de potencia o energía (indique cuál dibuja y por qué) de $y_1[n]$, $y_2[n]$ e $y_3[n]$: no hace falta que haga los cálculos exactos, basta que realice el dibujo aproximado, explique qué forma tiene, de tal manera que quede claro el efecto del ruido AWGN y del posterior filtro de recepción.

f) ¿Ha cambiado la SNR a la salida del filtro ideal respecto a la que había en la entrada? ¿Por qué?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 7

Un transmisor emite una señal que se puede modelar como un proceso estocástico discreto x[n], estacionario, con muestras independientes y cuya función densidad de probabilidad es una Gaussiana de media cero y varianza P.

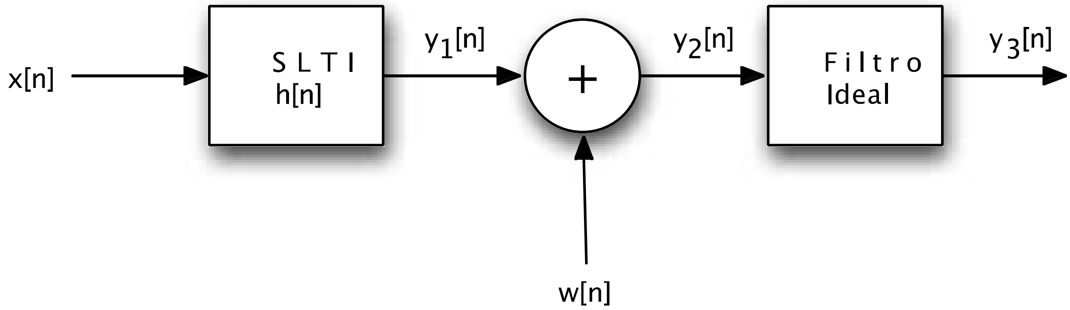


Figura 3. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Siguiendo el esquema de la Figura 3 anterior, esta señal se introduce en un canal de comunicaciones discreto formado por dos rayos, cuya respuesta al impulso es:

$$h[n] = \alpha\left(\delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n-1]\right)$$

donde α representa la ganancia en amplitud del canal. Como se observa en la figura, a la señal recibida $y_1[n]$ se le añade en la antena receptora un ruido w[n], Gaussiano, discreto y blanco, cuya densidad espectral de potencia es $N_0/2$, obteniéndose la señal $y_2[n]$. Finalmente, $y_2[n]$ se introduce en un receptor, que filtra las señales con un filtro ideal paso bajo de ancho de banda unilateral B, obteniéndose la señal $y_3[n]$. Calcule, justificando cada paso:

a) La expresión de $y_1[n]$ en función de x[n].
b) La autocorrelación, $R_{y1}[k]$ de la señal $y_1[n]$ (antes de sumar el ruido). Dibújela, y recuerde que la señal $y_1[n]$ es discreta.
c) La potencia o energía (indique cuál tiene que calcular) de la señal $y_1[n]$ (antes de sumar el ruido).
d) La autocorrelación $R_{y2}[k]$ de la señal $y_2[n]$. ¿Qué distribución estadística tendrá esta señal?
e) Calcule la SNR que se obtiene antes del filtro ideal.
f) ¿Ha cambiado la SNR a la salida del filtro ideal respecto a la que había en la entrada? ¿Por qué?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 8

Un terminal transmite una señal aleatoria x(t) que se modela como un proceso estocástico X estacionario e incorrelacionado. La función de densidad de probabilidad de X en $t_0 = 100$ es una Gaussiana tal que $X(t_0) \sim N(0,1)$. Esta señal x(t) atraviesa un canal cuya respuesta al impulso es h(t) = 1, para 0 < t < 2 y h(t) = 0 para el resto de valores de t. En el receptor, se le suma un ruido w(t) a la señal, Gaussiano y blanco con densidad espectral de potencia constante e igual a $N_0/2$, dando como resultado la señal recibida $y_1(t)$. El primer elemento del receptor es un filtro paso bajo ideal con ancho de banda unilateral B = 10 Hz. Tras el filtro, se obtiene la señal $y_2(t)$.

a) Indique cuál es la función de densidad de probabilidad de X en $t = t_0$ -1 y justifique su respuesta.
b) Calcule la potencia o energía (diga cuál de las dos calcula y por qué) de x(t).
c) Calcule cuál es la autocorrelación de $y_1(t)$, justificando cada paso en sus cálculos (si un paso no está convenientemente justificado no se dará por bueno).
d) Calcule la SNR a la salida del filtro. Justifique su respuesta.
e) Calcule de forma matemática y respresente en una gráfica la densidad espectral de potencia de $y_2(t)$. Justifique cada paso de su respuesta.

Nota: La siguiente relación puede serle de utilidad

$$x(t) = \Lambda\left(\frac{t}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|t|}{a}, & |t| < a \\ 0, & resto \end{cases} \xrightarrow{TF} a\,sinc^2(af)$$

Ejercicio 9

Sean dos señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$, donde $x_1(t)$ sigue la distribución N(0,2) y $x_2(t)$ una uniforme U(0,2). Ambas señales tienen muestras independientes, son independientes entre sí, y son estacionarias. Si ambas señales atraviesan un SLIT con respuesta al impulso $h(t) = 2\delta(t) + 0.5\delta(t-3)$, calcular:

a) La fdp de la salida del filtro $y_1(t)$ cuando se introduce $x_1(t)$ a su entrada.
b) La fdp de la salida del filtro $y_2(t)$ cuando se introduce $x_2(t)$ a su entrada.

Ejercicio 10

Sea el proceso $y(t) = A\cos(2\pi ft) + w(t)$, donde w(t) es un ruido blanco Gaussiano de media cero con densidad espectral de potencia $N_0/2$.

a) ¿Es y(t) estacionario? Justifique su respuesta.
b) Calcule la media para un instante de tiempo cualquiera t_0.
c) Calcule la media para una realización del proceso.
d) Dibuje la densidad espectral de potencia del proceso.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 11
Considere el sistema discreto mostrado en la Figura 4:

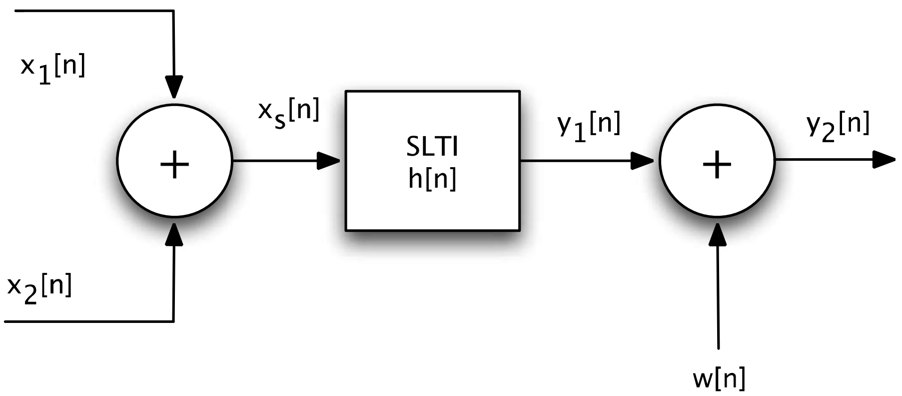


Figura 4. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Los procesos estocásticos discretos $x_1[n]$ y $x_2[n]$ son i.i.d e independientes entre sí. Las distribuciones de ambos procesos son Gaussianas: $X_1 \sim N(1,2)$ y $X_2 \sim N(2,3)$. Dichos procesos se suman y se transmiten por un canal, representado en la Figura 4 por h[n], cuya respuesta al impulso viene dada por la siguiente expresión:

$$h[n] = 2\delta[n] - \delta[n-1]$$

Como se observa en la figura, a la señal recibida $y_1[n]$ se le añade un ruido w[n] de media cero, Gaussiano, discreto y blanco, cuya densidad espectral de potencia es $N_0/2$, obteniéndose la señal $y_2[n]$. Se pide:

a) Calcular la distribución de $x_s[n]$.
b) Calcular la potencia de $x_s[n]$.
c) Calcular la distribución de $y_1[n]$. [0,5 puntos]
d) Calcular la autocorrelación de $y_1[n]$.

Asuma que la autocorrelación de $y_1[n]$ es un pulso triangular en el intervalo –2 y 2, cuyo valor en cero es P_y.

e) Calcular la autocorrelación de $y_2[n]$.
f) Calcular la SNR presente a la salida del sumador.
g) Calcular la densidad espectral de potencia de $y_2[n]$.

Ejercicio 12
Sean dos variables aleatorias X e Y, independientes entre ellas, con medias m_x y m_y y varianzas v_x y v_y, respectivamente. Las funciones de densidad de probabilidad de ambas funciones valen:

$$f_x(x) = \begin{cases} g(x), & 1 \le x \le 3 \\ 0 & resto \end{cases} \qquad f_y(y) = \begin{cases} h(y), & 10 \le y \le 13 \\ 0 & resto \end{cases}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 13

El esquema de la Figura 5 representa un sistema de comunicaciones en el que dos usuarios transmiten sendas señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$, modeladas como procesos estacionarios, por los canales con respuesta al impulso $h_1(t)$ y $h_2(t)$, definidas como:

$$h_1(t) = \begin{cases} a, & 0 < t < T \\ 0, & resto \end{cases} \qquad h_2(t) = \begin{cases} \frac{a}{2}, & 0 < t < T \\ 0, & resto \end{cases}$$

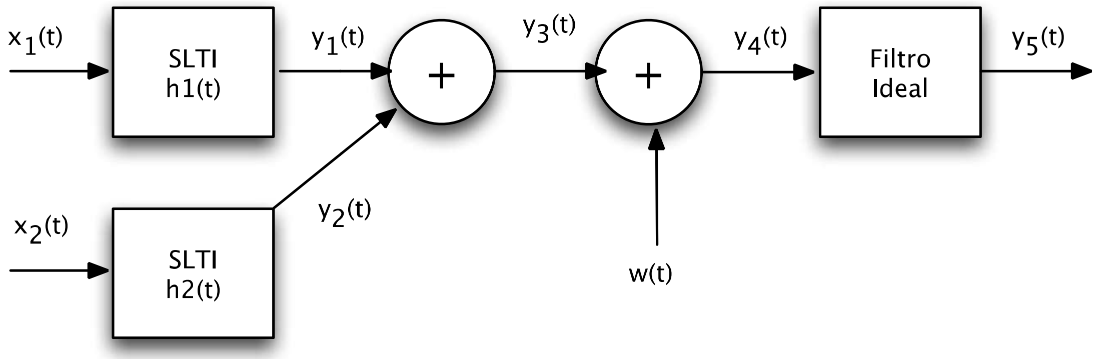


Figura 5. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Ambas señales son incorrelacionadas y tienen media cero, siendo la varianza de $x_1(t)$ igual a V_1 y la varianza de $x_2(t)$ igual a V_2. Además ambas señales son independientes entre sí. A la señal recibida se le suma en el receptor un ruido w(t) AWGN con densidad espectral de potencia $N_0/2$. Finalmente, la señal es filtrada con un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte B.

a) Calcular las autocorrelaciones de $y_1(t)$ e $y_2(t)$. El resultado debe estar expresado tanto de forma gráfica como por medio de una ecuación.
b) Calcular la potencia de $y_1(t)$ e $y_2(t)$.
c) ¿Es $y_1(t)$ incorrelacionado? ¿Qué efecto ha tenido el filtro $h_2(t)$ sobre la correlación de la señal $x_2(t)$? ¿Están $y_1(t)$ e $y_2(t)$ mutuamente incorrelacionados?
d) Calcule la autocorrelación de $y_4(t)$.
e) Calcule de forma matemática la densidad espectral de potencia de $y_4(t)$. Ayúdese de la tabla de transformadas de Fourier que se adjunta al final del examen. Dibújela atendiendo bien a los ejes.
f) Suponiendo que el filtro de recepción deja pasar un 95% de la potencia de la señal $y_4(t)$, calcule la SNR a la salida del mismo.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 14

Sea x(t) una señal generada por una fuente estacionaria y ergódica. La función de distribución de la magnitud de esta señal es uniforme $FDM_x(x) = U(a, b)$ y su autocorrelación vale $R_{xx}(\tau) = 4/3\ \Lambda(\tau)$, donde $\Lambda(\tau)$ es la función mostrada en la siguiente figura:

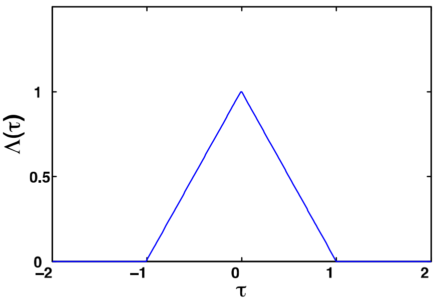


Figura 6. Función triángulo.

Determine:

a) La potencia o la energía de x(t), y especifique cuál de las dos calcula. Justifique su respuesta.
b) Los parámetros a y b de la distribución de la magnitud del mensaje $FDM_x(x)$.
c) La probabilidad de que en un instante de tiempo t_1 la magnitud de $x(t_1)$ sea positiva. Justifique su respuesta. *Si no ha resuelto el apartado b), responda en función de a y b.*

La señal x(t) es transmitida y llega al receptor a través de un canal h(t) que consta de dos caminos sin atenuación y con retardos T_1=2 y T_2=4 respectivamente, es decir:

$$h(t) = \delta(t-2) + \delta(t-4)$$

Sea y(t) la señal recibida. Determine:

d) La autocorrelación de y(t), $R_{yy}(\tau)$. Justifique su respuesta.
e) La densidad espectral de potencia de y(t), $S_{yy}(f)$, asumiendo que V(f) es la transformada de Fourier de $\Lambda(\tau)$.
   Nota: si S(f) es la transformada de Fourier de s(t) entonces $\mathcal{F}\{s(t-t_0)\} = e^{-j2\pi f t_0} S(f)$.
f) La distribución de la magnitud de y(t), $f_y(y)$, recordando que para $|t_1-t_2|>1$ las muestras del mensaje $x(t_1)$ y $x(t_2)$ son estadísticamente independientes *(si no ha sabido responder el apartado b, asuma en este apartado que a = -0,5 y b = 0,5, indicándolo con claridad al comienzo de su respuesta)*. Justifique su respuesta.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 15

Sea x(t) un proceso estocástico de media cero e incorrelacionado, cuya autocorrelación es:

$$R_x(\tau) = 2\delta(\tau)$$

La señal x(t) se introduce en un canal con respuesta al impulso h(t), para llegar a un receptor donde se le añade un ruido w(t) blanco Gaussiano de densidad espectral de potencia $N_0/2$. El receptor cuenta con un filtro paso bajo de recepción que no es ideal, con altura máxima $H_{max} = 1$, y cuyo ancho de banda equivalente de ruido es $B_{eq} = 5$ Hz. El sistema se muestra en la Figura 1.

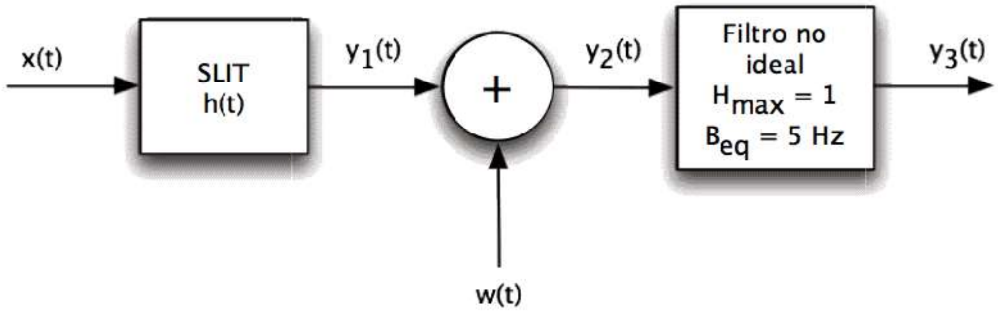


Figura 7. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Se sabe que la densidad espectral de potencia de la señal $y_1(t)$ tiene forma de pulso Gaussiano de <u>área unidad</u>, de la forma:

$$S_{y1}(f) = \sqrt{2\pi}e^{-2\pi^2 f^2}$$

a) Calcule la potencia de $y_1(t)$. Justifique su respuesta.
b) ¿Son independientes las muestras de $y_1(t)$? Justifique su respuesta.
c) Calcule y dibuje la autocorrelación de $y_2(t)$.
d) Calcule matemáticamente y dibuje la densidad espectral de potencia de $y_3(t)$. Justifique cada paso que realice en sus cálculos.
e) Sabiendo que el filtro en recepción elimina un 2% de la potencia de la señal recibida, calcule la SNR antes y después del filtro. Si no ha sido capaz de calcular la potencia de $y_1(t)$, asuma que vale P_{y1}.
f) Calcule la respuesta al impulso del canal h(t) que proporcione a su salida una señal cuya D.E.P. sea $S_{y1}(f)$ cuando a la entrada se introduce x(t).

Nota: la transformada de Fourier de un pulso Gaussiano x(t) es otro pulso Gaussiano X(f), siguiendo la relación:

$$x(t) = \sqrt{\frac{a}{\pi}}e^{-at^2} \quad \rightarrow \quad X(f) = e^{\frac{-\pi^2 f^2}{a}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 16
Sea un proceso aleatorio X(t) estacionario. La función densidad de probabilidad en t = 10, X(10), se representa en la Figura 8.

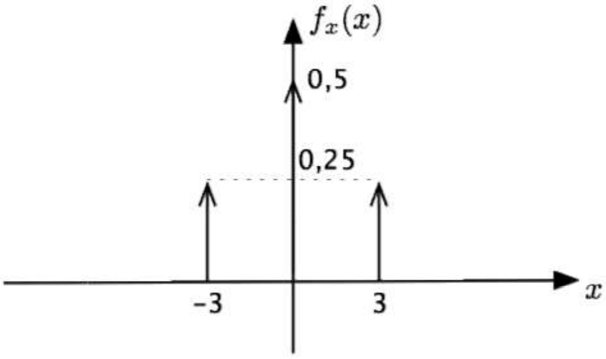


Figura 8. Función de densidad de probabilidad.

Se sabe además que

$$E\{X(t)X(t-\tau)\} = E\{X(t)\}E\{X(t-\tau)\}\ para\ \tau > 2.$$

a) Calcular la media y la varianza del proceso en t = 7, es decir, de la variable aleatoria X(7). Justifique cada paso.
b) A partir de la información proporcionada, ¿qué propiedad tiene que cumplir este proceso estocástico para que podamos afirmar que la media de la primera realización vale cero?

El proceso estocástico se introduce en un SLIT cuya respuesta al impulso es:

$$h(t) = 2\delta(t) + \delta(t-3)$$

generándose a la salida del sistema la señal y(t).
c) ¿Es y(t) un proceso incorrelacionado?
d) Calcule la función densidad de probabilidad de y(t) en t = 13, es decir, de Y(13). Justifique cada paso que realice en sus cálculos.

Ejercicio 17
Suponga que una señal x(t) cumple la siguiente propiedad: *Si denominamos x_t al valor del proceso en el instante t, y $x_{t'}$ al valor del proceso en otro instante t', entonces se cumple que la fdp conjunta de x(t) y x(t') se puede calcular como el producto de las fdp marginales, es decir,* $f_{xt,xt'}(x_t, x_{t'}) = f_{xt}(x_t) \cdot f_{xt'}(x_{t'})\ para\ |t-t'| \geq 2$. Se sabe además que el proceso es estacionario y su distribución es U(-1,1). El proceso se introduce en un sistema LTI, cuya respuesta al impulso es:

$$h(t) = \frac{1}{2}\left(\delta(t) + \delta(t-3)\right)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 18

La figura inferior muestra ocho funciones que pueden ser o no funciones de autocorrelación de una señal. Rellene una tabla respondiendo a las preguntas 1 a 9 con un V/F (verdadero/falso) y a la pregunta 10 con un valor numérico. Para aquellas funciones que no cumplan las propiedades de una autocorrelación, conteste con un guión a las preguntas 2 a 10.

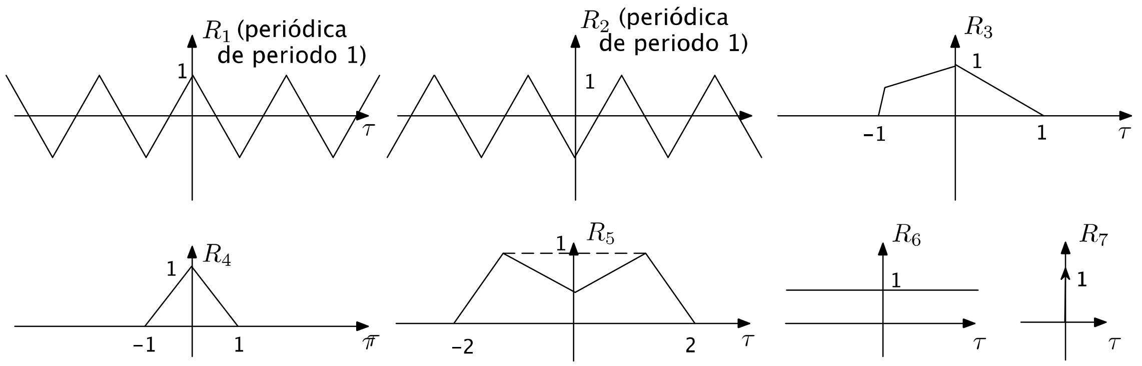


Figura 9. Funciones ejemplo.

Nº	Pregunta	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
1	Cumple las propiedades de una autocorrelación							
2	Podría corresponder a la autocorrelación de un proceso estocástico							
3	La señal es periódica							
4	Tiene que ser definida en energía							
5	Tiene que ser definida en potencia							
6	El proceso es incorrelacionado							
7	Asumiendo estacionaridad, la media del proceso es 0							
8	Para $\tau > 1$, las muestras del proceso son independientes							
9	La fdp del proceso debe ser un pulso rectangular							
10	Calcule la potencia del proceso							

Ejercicio 19

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si dos procesos son independientes entre sí, cada uno de ellos tiene muestras independientes.

b) Si un proceso de media cero e i.i.d se introduce en un filtro cuya respuesta al impulso es $h(t) = 2\delta(t-3)$, el proceso a la salida es incorrelado.

c) Si dos procesos de media cero son mutuamente incorrelados, entonces la autocorrelación de la suma de ambos siempre es la suma de las autocorrelaciones de cada uno de ellos.

d) Si la covarianza de un proceso estacionario de media 2 en $\tau = 1$ es $C_x(1) = 5$, la autocorrelación del proceso en dicho punto es $R_x(1) = 1$.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 20

Sea la señal transmitida x(t) de media cero, cuya densidad espectral de potencia vale $S_x(f) = 10^{-6}$ W/Hz para $-\infty < f < \infty$. Esta señal atraviesa el sistema de comunicaciones de la Figura 10, que comienza con un canal cuya función de transferencia tiene el módulo $|H(f)| = \sqrt{\Lambda\left(\frac{f}{2\cdot 10^6}\right)}$, donde f está en hercios y $\Lambda\left(\frac{f}{a}\right)$ es la función triangular definida como

$$\Lambda\left(\frac{f}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|f|}{a}, & |f| < a \\ 0, & resto \end{cases}$$

La señal a la salida de este canal se denomina s(t). Tras el canal, a la señal s(t) se le suma un ruido blanco aditivo Gaussiano cuya densidad espectral de potencia es $\frac{n_0}{2} = \frac{1}{2}\cdot 10^{-7}$ W/Hz. La suma de s(t) más el ruido se denomina y(t). Finalmente, en el receptor se aplica un filtro ideal de anchura de banda B = 1 MHz. A la salida del filtro se obtiene la señal r(t).

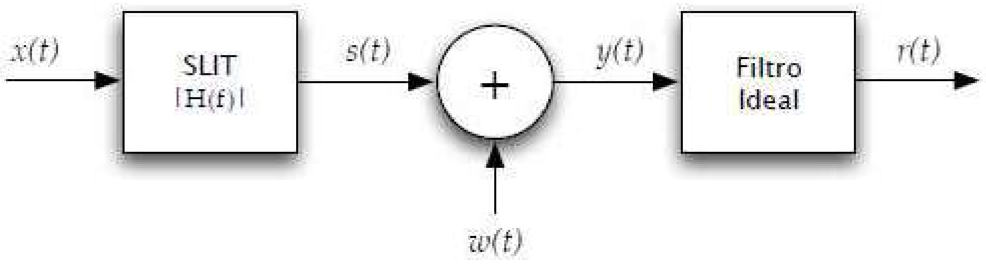


Figura 10. Esquema discreto de sistema de comunicación.

Se pide:

a) ¿Es la señal x(t) incorrelada? ¿Es la señal s(t) incorrelada? Justifique ambas respuestas.
b) La densidad espectral de potencia de s(t). Calcúlela y dibújela.
c) La densidad espectral de potencia de r(t). Calcúlela y dibújela.
d) La SNR antes del filtro de recepción.
e) La SNR después del filtro de recepción.

Ejercicio 21

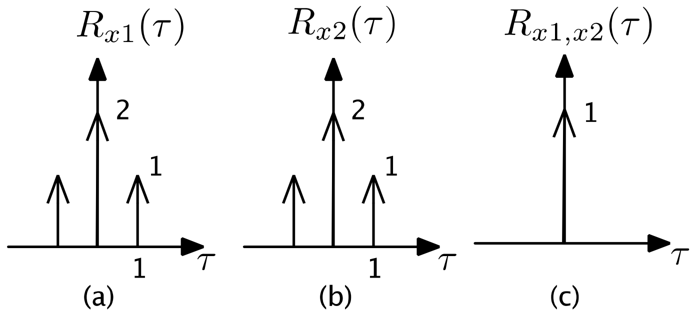
Sea X un proceso estacionario de media cero y cuya autocorrelación es $R_X[k] = \frac{1}{2}\delta[k+1] + \delta[k] + \frac{1}{2}\delta[k-1]$. Sea otro proceso Y estacionario de media cero. La correlación cruzada vale $R_{x,y}[k] = \frac{1}{2}\delta[k-1]$. Se construye un nuevo proceso

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicio 22

Sean x1(t) y x2(t) dos procesos estocásticos estacionarios. Las funciones de autocorrelación de x1(t) y x2(t) y sus funciones de correlación cruzada se muestran en la Figura 2. Estas señales se suman, obteniéndose la señal x(t) = x1(t) + x2(t). La señal x(t) pasa por un canal cuya respuesta al impulso es h(t) = δ(t) + δ(t-1). A la salida del filtro se obtiene la señal y(t). En el receptor la señal recibida y(t) se le suma un ruido AWGN w(t) con densidad espectral de ruido $n_0/2$, obteniéndose la señal z(t).



Calcule las siguientes funciones: (puede proporcionar el resultado en forma de ecuación o en forma gráfica).

a) Autocorrelación de x(t).
b) Autocorrelación de y(t).
c) Autocorrelación de z(t).
d) Densidad espectral de potencia de z(t).

Ejercicio 23

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si X es un proceso i.i.d e Y es otro proceso i.i.d., ambos procesos son independientes entre sí.
b) Si la covarianza de un proceso de media 1 es $C(\tau) = 10\left(1 - \frac{|\tau|}{15}\right)\ para\ \tau < 15$, su potencia vale 9.
c) Dos procesos incorrelacionados entre sí son siempre independientes entre sí.
d) Si a la entrada de un filtro introducimos una señal i.i.d y la respuesta al impulso del filtro es $h(t) = 2\delta(t-2)$, a la salida del filtro es incorrelada.
e) La densidad espectral de energía de $x_1(t) = cos(2\pi f t)$ y de $x_1(t) = cos(2\pi f t + \theta)$, con θ una variable aleatoria que no depende del tiempo, son similares pero la segunda está desplazada $\frac{\theta}{\pi}$ Hz respecto de la primera.
f) Si los procesos estacionarios X con fdp G(0,1) e Y con fdp G(1,3) se suman, el proceso resultante Z tiene distribución G(1,4) siempre.
g) La función $R_{a,b}(\tau) = 4\delta(\tau-1) - 2\delta(\tau-3)$ es una correlación cruzada válida (cumple las propiedades para serlo).
h) Sea un proceso estacionario X con autocorrelación $R_X[k]$ y covarianza $C_X[k]$, se

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.