

Alumnos con evaluación continua: Deben procurar contestar tanto a la cuestión como a los problemas.

Alumnos con solamente examen presencial: Debe superar el 40% de la nota máxima de cada parte por separado.

Cuestiones: conteste breve y razonadamente, ajustándose a la pregunta y explicando lo que hace.

Problemas: debe resolverlos, no sólo decir cómo se se podrían resolver, ni poner la solución, sino que **hay que resolverlos realmente, explicando con claridad los pasos y discutir los resultados**. Recuerde definir **todas** las variables que use y **explicar** la notación y las fórmulas que utilice.

No haga números hasta haber obtenido una expresión algebraica (estime entonces en órdenes de magnitud).

Solamente se permite el uso de un libro de Tablas y Fórmulas matemáticas, sin añadido alguno.

CUESTIONES (puntuación: hasta 1,5 puntos por cuestión)

C1.- (para todos los estudiantes)

Sea una matriz de dimensión 2×2 , $[Q] = \vec{a} \cdot \vec{\sigma}$, donde $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ es un vector y $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ son las matrices de Pauli. Demostrar que $\det [Q]^n = (-1)^n |\vec{a}|^{2n}$.

C2.- (solamente deben responderla los estudiantes que no hayan realizado la evaluación continua)

Siendo \hat{H}_0 el hamiltoniano de un sistema físico, consideremos la perturbación estacionaria \hat{W} . Demostrar que, independientemente de la degeneración de los niveles energéticos del hamiltoniano sin perturbar \hat{H}_0 , si \hat{H}_0 y \hat{W} son observables compatibles la teoría de perturbaciones a primer orden es exacta.

PROBLEMAS (puntuación: hasta 3,5 puntos por problema)

P1.- (para todos los estudiantes)

Utilizando el principio variacional y una función de prueba de la forma $\psi(r) = C \exp(-\kappa r)$, con $\kappa > 0$, obtener una condición suficiente para la existencia de un estado ligado en un potencial esférico definido negativo (esto es, $V(r) < 0$) que cumple que $V(r) \rightarrow 0$ cuando $r \rightarrow \infty$.

Aplicar esta condición general a los casos concretos:

a) $V(r) = -\alpha \delta(r - a)$;

b) $V(r) = -V_0 \exp(-r/a)$.

¿Cuál sería el κ óptimo para obtener la mejor aproximación?

P2.- (para todos los estudiantes)

Una partícula de masa m sin espín se encuentra confinada en el plano XY mediante un potencial armónico isótropo de frecuencia natural ω_0 . Simbolicemos por $|n_x, n_y\rangle$ los estados propios del oscilador bidimensional. Estando la partícula en el estado $|1, 0\rangle$ empieza a actuar en $t = 0$ la perturbación dependiente del tiempo $\hat{W} = \lambda \omega_0^2 \hat{L}_z t$, donde \hat{L}_z es el momento angular y λ es una constante positiva no necesariamente pequeña. Dicha perturbación se desconecta en el instante $t_{\text{fin}} = 1/\omega_0$.

¿Cuál será el estado del sistema una vez que ha dejado de actuar la perturbación?

Sugerencia: Reducir el problema a un sistema de dos estados que tiene solución exacta.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax} dx = 1/(2a^2)$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi/a^5}$$

$$\int_0^{\infty} x^5 e^{-ax^2} dx = 1/a^3$$

$$\int_0^{\infty} r^n e^{-ar} dr = n!/a^{n+1}$$

$$\int_0^t \exp(-x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(t)$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} \left(x^2 - \frac{2x}{a} + \frac{2}{a^2} \right)$$

Formulario para examen de *Física Cuántica II*

- Matrices de Pauli

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Átomo hidrogenoide

$$R_{nl}(r) = \frac{2Z^{3/2}}{n^2 a_0^{3/2}} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{(n+l)!}} \left(\frac{2Zr}{na_0}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left(\frac{2Zr}{na_0}\right) \exp\left(-\frac{Zr}{na_0}\right) \quad L_{q-p}^p(u) = (-1)^p \frac{d^p}{du^p} L_q(u)$$

- Perturbaciones independientes del tiempo

$$E_n^{(1)} = \langle \psi_n^{(0)} | \hat{H}_p | \psi_n^{(0)} \rangle \quad E_n^{(2)} = \sum_{k \neq n} \frac{|\langle \psi_k^{(0)} | \hat{H}_p | \psi_n^{(0)} \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$$

$$|\psi_n^{(1)}\rangle = |\psi_n^{(0)}\rangle + \sum_{k \neq n} \frac{\langle \psi_k^{(0)} | \hat{H}_p | \psi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} |\psi_k^{(0)}\rangle$$

- Perturbaciones dependientes del tiempo

$$\lambda A_{ik}^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t e^{i\Omega_{ki}(\tau-t_0)} \langle \psi_k^{(0)} | \lambda \hat{W}(\tau) | \psi_i^{(0)} \rangle d\tau \quad \text{con} \quad \Omega_{ki} = (E_k^{(0)} - E_i^{(0)}) / \hbar$$

$$\lambda^2 A_{ik}^{(2)}(t) = -\left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \sum_n \int_{t_0}^t d\tau \int_{t_0}^{\tau} d\tau' e^{i\Omega_{kn}(\tau-t_0)} e^{i\Omega_{ni}(\tau'-t_0)} \langle \psi_k^{(0)} | \lambda \hat{W}(\tau) | \psi_n^{(0)} \rangle \langle \psi_n^{(0)} | \lambda \hat{W}(\tau') | \psi_i^{(0)} \rangle$$

Para perturbaciones periódicas, $\hat{W}(t) = \hat{W} \sin \omega t$,

$$P_{n \rightarrow m}^{\text{Born}}(t) \simeq \left| \frac{\langle m | \hat{W} | n \rangle t}{2\hbar} \right|^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\omega - |\Omega_{mn}|}{2} t\right)}{\left(\frac{\omega - |\Omega_{mn}|}{2} t\right)^2}$$

- Oscilador armónico

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{X} + i \sqrt{\frac{1}{m\omega\hbar}} \hat{P}_x \right) \quad \hat{a} \phi_n(x) = \sqrt{n} \phi_{n-1}(x)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99